M O N I T O R 2001
– pilotné testovanie maturantov

Matematika

Test M-1, 1. časť

forma A

Odborný garant projektu: Štátny pedagogický ústav, Bratislava

Realizácia projektu: EXAM ®, Bratislava

01 Firma VIZIT, s.r.o. stanovuje cenu za výrobu sady vizitiek podľa vzťahu $C = 60 + 4p$, kde C je cena v korunách, 60 (Sk) je základný poplatok a p je počet objednaných kusov vizitiek. Od budúceho mesiaca plánuje firma zvýšiť základný poplatok o pätinu a cenu za každý zhotovený kus o pätinu znížiť. Podľa akého vzťahu bude firma po úprave stanovovať cenu?

(A) $C = 48 + 4{,}8p$ **(B)** $C = 65 + 3{,}5p$ **(C)** $C = 72 + 0{,}8p$

(D) $C = 72 + 3{,}5p$ **(E)** $C = 72 + 3{,}2p$

02 $\sqrt{2^{1000} + 2^{1000} + 2^{1001}} =$

(A) 2^{501} **(B)** 2^{1000} **(C)** 2^{1001} **(D)** 2^{1002} **(E)** $2^{\frac{3001}{2}}$

03 Na zahraničný zájazd cestuje v autobuse 46 cestujúcich, z toho 26 mužov a 20 žien. Colníci chcú podrobiť dôkladnej osobnej prehliadke 5 náhodne vybraných mužov a 5 náhodne vybraných žien z autobusu. Koľkými spôsobmi môžu vybrať týchto 10 cestujúcich?

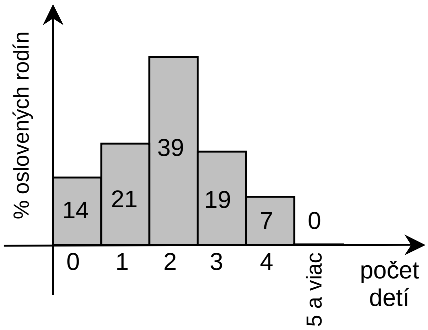
(A) $\frac{26!}{5!} + \frac{20!}{5!}$ **(B)** $\frac{26!}{5!} \cdot \frac{20!}{5!}$ **(C)** $\binom{46}{10}$

(D) $\binom{26}{5} \cdot \binom{20}{5}$ **(E)** $\binom{26}{5} + \binom{20}{5}$

04 Koľko existuje trojciferných prirodzených čísel, vytvorených len z párnych číslic, v ktorých je prostredná číslica väčšia ako obidve krajné?

(A) 240 **(B)** 100 **(C)** 38 **(D)** 30 **(E)** 20

05 Istá agentúra uskutočnila prieskum o počte detí na vzorke 1000 rodín. Graf znázorňuje zistené relatívne početnosti rodín s jednotlivými počtami detí. Aký bol priemerný počet detí v tejto vzorke 1000 rodín?



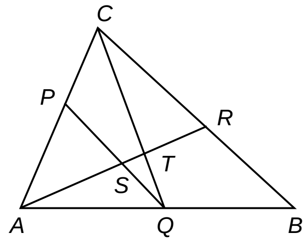
(A) 1 **(B)** 1,84 **(C)** 1,94

(D) 2 **(E)** 2,25

06 V triede s 30 žiakmi bude prebiehať maturita 5 dní. Každý deň budú maturovať traja žiaci doobeda a traja poobede. Poradie žiakov sa určí náhodne. Petrovi astrológ vypočítal, že najlepší výsledok dosiahne, ak bude maturovať v stredu poobede. Aká je pravdepodobnosť, že Peter bude maturovať práve vtedy?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{5}$ **(C)** $\frac{4}{9}$ **(D)** $\frac{1}{10}$ **(E)** $\frac{1}{30}$

07 Na obrázku je všeobecný trojuholník *ABC.* Body *P*, *Q*, *R* sú stredy jeho strán. Potom pre dĺžky úsečiek *AS*, *ST* a *TR* platí $|AS| : |ST| : |TR| =$

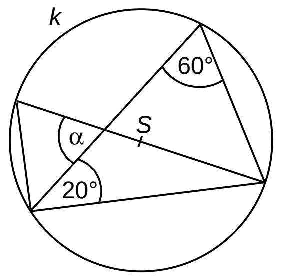


Obrázok je len ilustračný. Dĺžky v ňom nezodpovedajú zadaným podmienkam.

(A) 3 : 1 : 2 **(B)** 4 : 1 : 2 **(C)** 4 : 1 : 3

(D) 5 : 1 : 3 **(E)** 5 : 2 : 3

08 Do kružnice *k* so stredom *S* sú vpísané dva trojuholníky (pozri obr.). Aká je veľkosť uhla α?

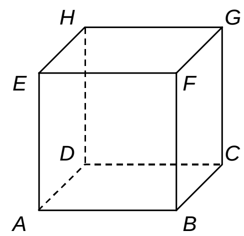


Obrázok je len ilustračný. Veľkosti uhlov v ňom nezodpovedajú zadaným podmienkam.

(A) 30° **(B)** 40° **(C)** 45°

(D) 50° **(E)** 60°

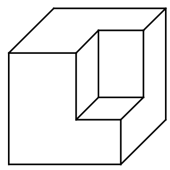
09 Aký mnohosten vznikne odrezaním štvorstenov *EBGF* a *ACHD* z kocky *ABCDEFGH* ?



(A) štvorsten **(B)** šesťsten **(C)** osemsten

(D) desaťsten **(E)** dvanásťsten

10 Na obrázku je moderná socha, ktorá vznikla vyrezaním kvádra z kusu kameňa, ktorý mal tvar kocky. Objem kamennej kocky bol 512 dm^3. Aký povrch má socha?



(A) 320 dm^2 **(B)** 336 dm^2 **(C)** 384 dm^2

(D) 468 dm^2 **(E)** Bez ďalších údajov nemožno povrch sochy určiť.

11 Duté sklenené ťažidlo na spisy má tvar pravidelného ihlana so štvorcovou podstavou. Podstava ťažidla má rozmery 6 cm x 6 cm, výška ťažidla je 6 cm. Hrúbku skla zanedbávame. Keď ťažidlo stojí na svojej štvorcovej podstave, je presne do polovice svojej výšky naplnené farebnou tekutinou. Koľko cm^3 tekutiny obsahuje?

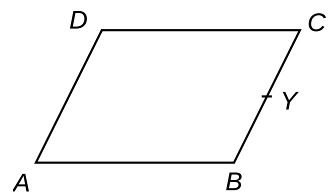
(A) 189 cm^3 **(B)** 63 cm^3 **(C)** 60 cm^3 **(D)** 54 cm^3 **(E)** 36 cm^3

12 Označme *Y* stred strany *BC* rovnobežníka *ABCD*. Potom vektor $\overrightarrow{CA}$ možno vyjadriť v tvare

(A) $\overrightarrow{CA} = 2.\overrightarrow{CY} + \overrightarrow{AB}$ **(B)** $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + 2.\overrightarrow{YC}$

(C) $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} - 2.\overrightarrow{YC}$ **(D)** $\overrightarrow{CA} = 2.\overrightarrow{YC} - \overrightarrow{AB}$

(E) $\overrightarrow{CA} = 2.\overrightarrow{CY} - \overrightarrow{AB}$

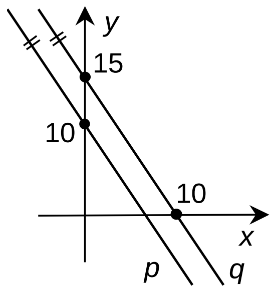


13 Na obrázku sú dve rovnobežné priamky *p*, *q*. Ktorou z uvedených rovníc je daná priamka *p*?

(A) $y = \frac{2}{3}x + 15$ **(B)** $y = -\frac{2}{3}x + 10$

(C) $y = \frac{3}{2}x + 10$ **(D)** $y = -\frac{3}{2}x + 10$

(E) $y = -\frac{3}{2}x + 15$



14 V rovine je daný bod $M[4;8]$ a kružnica *k*: $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 9$. Aká najmenšia môže byť vzdialenosť medzi bodom *M* a bodom kružnice *k*?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 7 **(E)** 10

15 Majiteľ potravín zistil, že jeho zisk *Z* (v korunách) z predaja žuvačiek sa dá vyjadriť vzťahom

$Z = 1000.(40 + 10c - c^2)$, kde *c* je predajná cena jednej žuvačky.

Aký najväčší zisk z predaja žuvačiek môže obchodník dosiahnuť?

(A) 40 000 korún **(B)** 50 000 korún **(C)** 65 000 korún

(D) 80 000 korún **(E)** 115 000 korún

16 Ku ktorej z uvedených funkcií <u>neexistuje</u> inverzná funkcia?

(A) $f_1 : y = 2x - 1;\ x \in R$ **(B)** $f_2 : y = \frac{x+1}{x};\ x \in R - \{0\}$

(C) $f_3 : y = 3x^3 + 1;\ x \in R$ **(D)** $f_4 : y = \log_2(x+4);\ x \in (0;\infty)$

(E) $f_5 : y = 2x^2 - 2;\ x \in R$

17 Nech *P* je množina všetkých reálnych čísel *x*, pre ktoré nadobúda funkcia $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$ kladné hodnoty. Potom

(A) $P = R - \{-1;3\}$. **(B)** $P = \langle 3;\infty)$. **(C)** $P = (3;\infty)$.

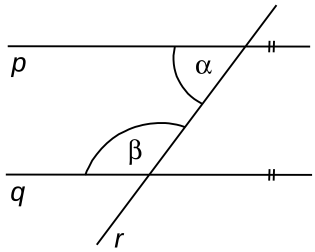
(D) $P = (-\infty;-1) \cup (3;\infty)$. **(E)** $P = (-1;3)$.

18 Rovnica $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ má v intervale (3π; 4π) jediné riešenie. Ktorá z uvedených množín obsahuje toto riešenie?

(A) $\left\{\frac{8}{3}\pi;\ \frac{17}{6}\pi;\ \frac{10}{3}\pi\right\}$ **(B)** $\left\{\frac{15}{6}\pi;\ \frac{7}{4}\pi;\ \frac{11}{3}\pi\right\}$ **(C)** $\left\{\frac{7}{3}\pi;\ \frac{23}{6}\pi;\ \frac{13}{3}\pi\right\}$

(D) $\left\{\frac{11}{6}\pi;\ \frac{7}{2}\pi;\ \frac{7}{3}\pi\right\}$ **(E)** $\left\{\frac{5}{6}\pi;\ \frac{15}{4}\pi;\ \frac{14}{3}\pi\right\}$

19 Na obrázku sú dve rovnobežné priamky p, q a priamka r, ktorá je s nimi rôznobežná, ale nie je na ne kolmá. Pre uhly α, β na obrázku platí



(A) tg α = tg β a súčasne sin α = – sin β.

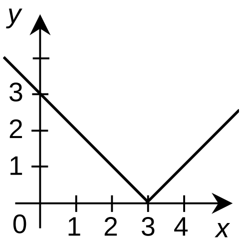
(B) tg α = tg β a súčasne cos α = – cos β.

(C) cos α = cos β a súčasne sin α = – sin β.

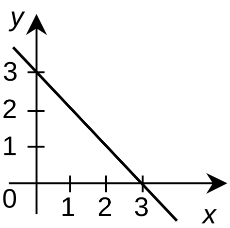
(D) sin α = sin β a súčasne cos α = cos β.

(E) sin α = sin β a súčasne cos α = – cos β.

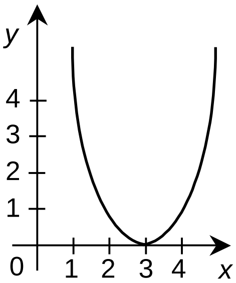
20 Na ktorom z obrázkov je časť grafu funkcie $y=\sqrt{(3-x)^2}$?



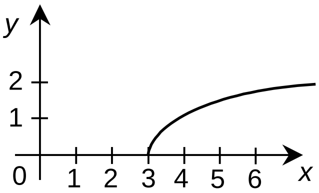
(A)



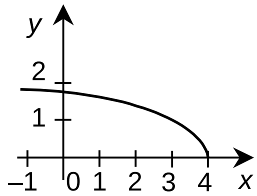
(B)



(C)

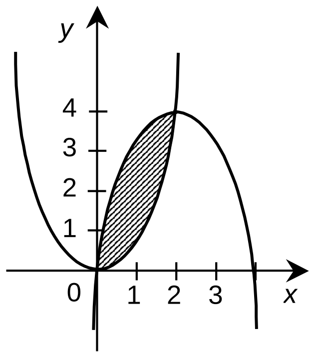


(D)



(E)

21 Pre obsah S vyšrafovaného obrazca ohraničeného parabolami $y = x^2$ a $y = -x^2+4x$ platí



(A) $S=\int_0^4 4x\,dx$.

(B) $S=\int_0^2 4x\,dx$.

(C) $S=\int_0^4 \left(4x-2x^2\right)dx$.

(D) $S=\int_0^2 \left(4x-2x^2\right)dx$.

(E) $S=\int_0^2 \left(2x^2-4x\right)dx$.

22 Nech M je množina všetkých reálnych čísel x, pre ktoré platí $\log(x+3)=\log x+\log 3$. Potom

(A) $M=(-3;\infty)$.

(B) M je jednoprvková množina.

(C) $M=(0;\infty)$.

(D) M je prázdna množina.

(E) $M=(3;\infty)$.

23 V ktorom z uvedených bodov má graf funkcie $f: y = 3x^2 + 2x + 1$ dotyčnicu rovnobežnú s priamkou $y = 2 - 4x$?

(A) $[-1; 2]$ **(B)** $[1; 6]$ **(C)** $[2; 10]$ **(D)** $[-2; 9]$ **(E)** $[0; -1]$

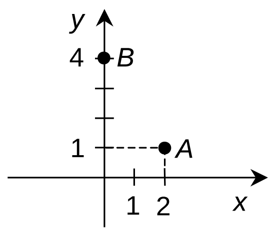
24 V rohu štadióna tvoria počty sedadiel v jednotlivých radoch aritmetickú postupnosť. Vo 4. rade je 10 sedadiel, v 12. rade je 26 sedadiel. Koľko sedadiel je v 24. rade?

(A) 36 **(B)** 40 **(C)** 50 **(D)** 52 **(E)** 58

*V nasledujúcich úlohách Vám neponúkame žiadne možnosti. Každú úlohu samostatne vyriešte a výsledok zapíšte do vyznačeného miesta **v odpoveďovom hárku. Do testu nič nepíšte!** Uveďte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.*

25 V istej geometrickej postupnosti je 20. člen 100-krát väčší ako 10. člen. Koľkokrát je v tejto postupnosti 10. člen väčší ako 5. člen?

26 Na obrázku sú dva body A, B, ktoré patria grafu funkcie $f: y = a.b^x$ pre isté hodnoty parametrov $a \in R$, $b \in R^+$. Čomu sa rovná $f(-2)$?



27 Modernizáciou trate sa zrýchlila železničná doprava medzi mestami A a B. Dnes potrebuje vlaková súprava na prekonanie vzdialenosti medzi týmito mestami iba 80 % času, ktorý potrebovala pred modernizáciou. O koľko percent sa zvýšila priemerná cestovná rýchlosť súpravy?

28 Z dvoch príkladov v písomke vyriešilo len jeden príklad 16 žiakov, obidva príklady 7 žiakov a ani jeden z príkladov 12 žiakov. Prvý príklad pritom vyriešilo dvakrát viac žiakov ako druhý. Koľko žiakov vyriešilo druhý príklad?

29 Lietadlo, ktoré malo pôvodne letieť priamočiaro z Bratislavy do 800 km vzdialeného Paríža, sa pri štarte muselo kvôli zlému počasiu odchýliť od priameho kurzu o 60°. Až po 300 km mohol pilot lietadlo nasmerovať priamo na Paríž. O koľko kilometrov sa takto predĺžila dráha letu?

30 Aký obsah má štvorec $ABCD$, ktorého vrcholy A a C majú súradnice $A[-4; 7]$ a $C[-2; 3]$?

Koniec testu.

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$a^x.a^y = a^{x+y}$; $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$; $(a^x)^y = a^{x.y}$; $(a.b)^x = a^x.b^x$; $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$; $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$; $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad$ $\mathrm{tg}\, x.\,\mathrm{cotg}\, x = 1,\ x \neq k\cdot\frac{\pi}{2}$ $\quad$ $\sin 2x = 2.\sin x.\cos x$ $\quad$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\left|\sin\frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$ $\quad$ $\left|\cos\frac{x}{2}\right| = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$ $\quad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x$ $\quad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$

$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \mathrm{cotg}\, x,\ x \neq k\pi$

$\mathrm{cotg}\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \mathrm{tg}\, x,\ x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$\sin(x \pm y) = \sin x.\cos y \pm \cos x.\sin y$

$\cos(x \pm y) = \cos x.\cos y \mp \sin x.\sin y$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\quad$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y) = \log_z x + \log_z y$; $\quad$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$;

$\log_z x^k = k.\log_z x$; $\quad$ $\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1).d$; $\quad$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$; $\quad$ $s_n = a_1\frac{q^n - 1}{q-1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$; $\quad$ $V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$; $\quad$ $C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$P'(n_1,n_2,\dots,n_k) = \frac{n!}{n_1!.n_2!...n_k!}$; $\quad$ $V'(k,n) = n^k$; $\quad$ $C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}$, $t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0$; $[a,b] \neq [0,0]$

Smernicový tvar rovnice priamky: $y = ax + b$;

Parametrické vyjadrenie roviny: $X = A + t\vec{u} + s\vec{v}$, $t,s \in R$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0$; $[a,b,c] \neq [0,0,0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužel	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3}S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi r(r+v)$	S_p+Q	$\pi r(r+s)$	$4\pi r^2$