MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VEDY,
VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
19 1447

MATURITA 2019

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **150 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu, nedokáže vykresľovať grafy, zjednodušovať algebrické výrazy obsahujúce premenné a počítať korene rovníc. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- **Počítajte presne, bez zaokrúhľovania. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba konečný výsledok podľa pokynov uvedených na zadnej strane testu.**
- **Pracujte s hodnotou π, ktorú ponúka kalkulačka.**
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

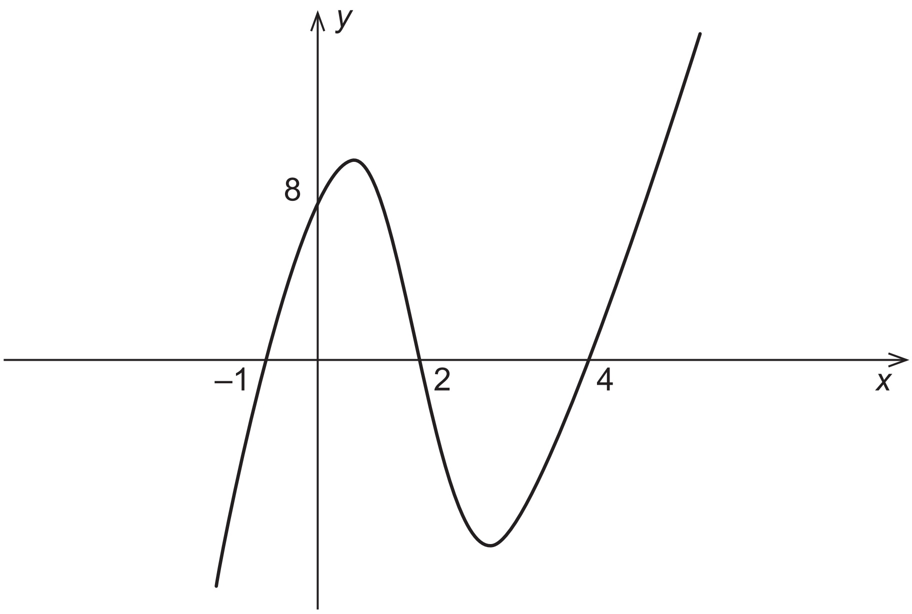
Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpoveďového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

01 Daný je pravidelný šesťuholník $ABCDEF$. Bod A má súradnice $[1;3]$ a bod D má súradnice $[4;7]$. Vypočítajte súčet súradníc stredu jeho opísanej kružnice.

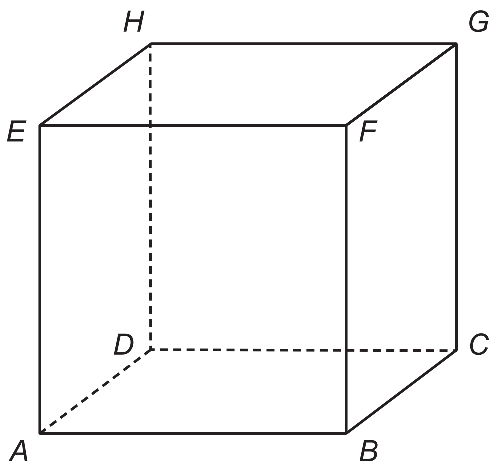
02 Ján a Alica majú dnes narodeniny. Ján má o 5 rokov menej ako je dvojnásobok veku Alice. Pred desiatimi rokmi mali spolu 65 rokov. Koľko rokov má Ján dnes?

03 Na obrázku je časť grafu funkcie $f(x) = (x+c).(x-2).(x+1)$. Určte hodnotu c.



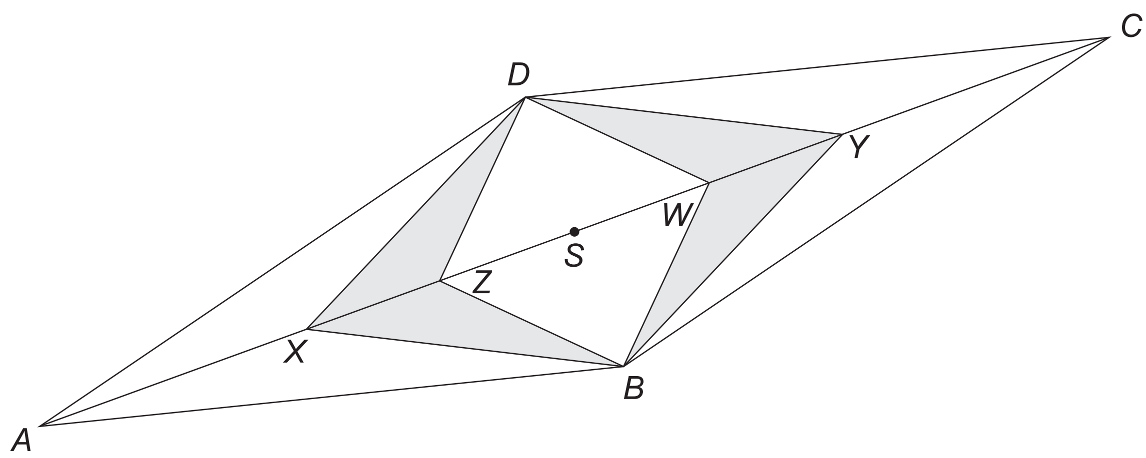
04 Vyriešte rovnicu $\dfrac{1-\dfrac{x}{2}}{3} - \dfrac{2-\dfrac{x}{4}}{4} + 1 = 0$.

05 Daná je kocka *ABCDEFGH* s dĺžkou hrany 4 cm a bod *X*, ktorý je stredom úsečky *AB*. Rozrezaním kocky rovinou *EHX* vzniknú dve telesá. Vypočítajte objem väčšieho z nich. Výsledok uveďte v centimetroch kubických.



06 Peter každý deň trénuje na polmaratón. Prvý deň prebehol 1 000 m a každý ďalší deň zvyšoval dĺžku tréningu o 250 m. V určitý deň Peter zabehol na tréningu 21 km. V ten deň si spočítal celkovú dráhu, ktorú zabehol od začiatku trénovania. Koľko kilometrov Peter spolu zabehol?

07 Na obrázku je rovnobežník *ABCD*, body *S*, *X*, *Y*, *Z*, *W* sú postupne stredy úsečiek *AC*, *AS*, *SC*, *XS* a *SY*. Koľko percent obsahu rovnobežníka *ABCD* tvorí vyfarbená časť?



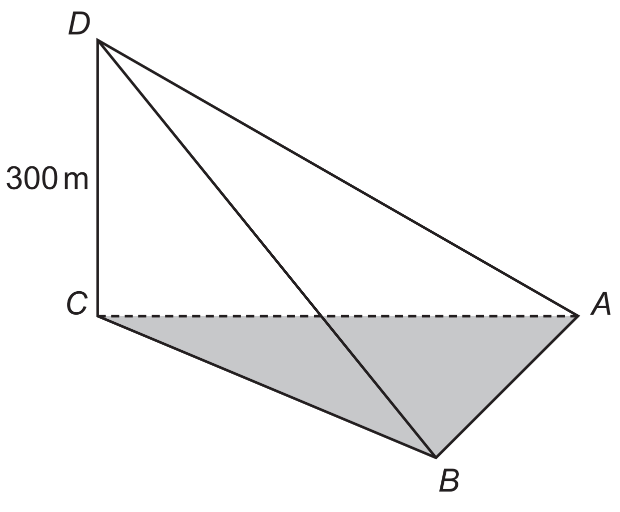
08 Daná je funkcia $f(x) = 2^x - 2$. Koľko spoločných bodov má graf funkcie $f(x)$ a funkcie k nej inverznej?

09 V meteorologickej stanici v Liptovskom Mikuláši namerali za posledných 24 hodín celkový úhrn zrážok 1,5 litra vody na meter štvorcový. Ako vysoko siaha voda v meracej nádobe tvaru valca, ktorého podstava má obsah 1 m^2? Výsledok uveďte v milimetroch.

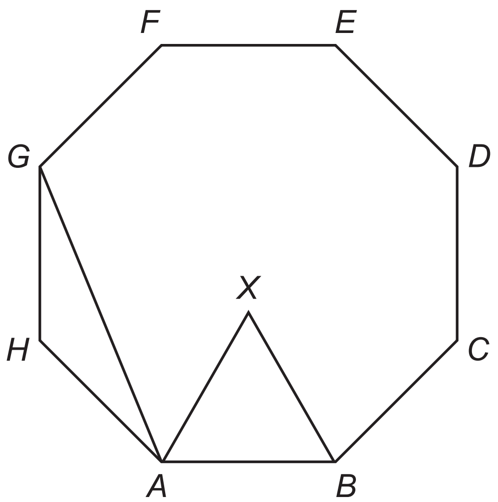
10 Na výpočet obsahu kruhu s polomerom 20 cm sme použili približnú hodnotu $\pi \doteq \frac{22}{7}$ a dostali sme výsledok $S = \frac{22}{7} \cdot 400$ cm^2. Vieme, že presná hodnota čísla π leží medzi číslami $\frac{22}{7} - 0{,}003$ a $\frac{22}{7} + 0{,}003$. Presný obsah preto leží medzi číslami $\left(\frac{22}{7} - 0{,}003\right) \cdot 20^2$ cm^2 a $\left(\frac{22}{7} + 0{,}003\right) \cdot 20^2$ cm^2, t. j. leží v intervale $\langle S - k; S + k \rangle$.

Vypočítajte v cm^2 hodnotu k.

11 Lietajúci dron zameriaval územie pre architekta. Vzlietol kolmo z bodu C do bodu D. Bol vo výške 300 m nad rovinou ABC. Dron z bodu D zameral uhol $|\angle BDC| = 43°$. Vypočítajte v metroch vzdialenosť bodov C a B.

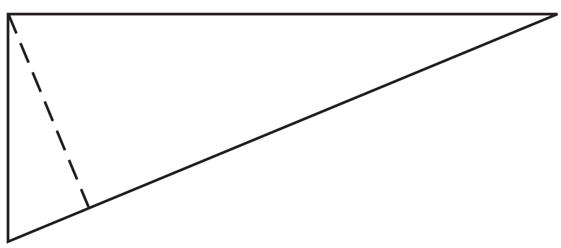


12 Na obrázku je pravidelný osemuholník *ABCDEFGH* a rovnostranný trojuholník *ABX*. Zistite v stupňoch veľkosť uhla *GAX*.



13 Koľko riešení má rovnica $|(x-1)(x-3)|=1$?

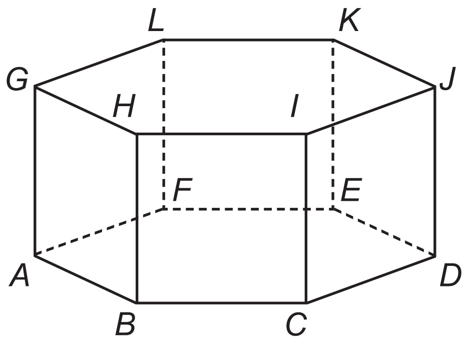
14 Starému otcovi ostal v záhrade voľný priestor v tvare pravouhlého trojuholníka s odvesnami dlhými 5 metrov a 12 metrov. Rozhodol sa ho rozdeliť na dve časti a to výškou na preponu. Na menšej časti vytvorí skalku, na väčšiu zaseje trávu. Koľko metrov štvorcových má väčšia časť?



15 Na jednej malej škole na Morave pracuje spolu 10 učiteľov. Mesačný plat každého z nich je $21\,500$ CZK alebo $21\,800$ CZK alebo $22\,500$ CZK podľa ich vzdelania a veku. Priemerný mesačný plat učiteľa tejto školy je $21\,850$ CZK. Koľko učiteľov tejto školy zarobí mesačne $22\,500$ CZK?

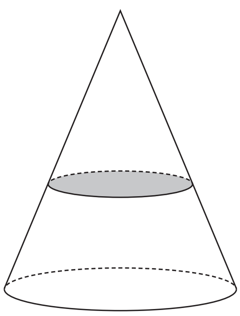
(*Poznámka:* CZK je označenie Českej koruny.)

16 Daný je pravidelný šesťboký hranol $ABCDEFGHIJKL$, ktorý má všetky hrany rovnakej dĺžky. Zistite v stupňoch veľkosť uhla, ktorý zvierajú úsečky BK a CL.



17 Jakub dostal za úlohu nájsť všetky prirodzené čísla n, pre ktoré je aj zlomok $\dfrac{364}{2n-1}$ prirodzeným číslom. Koľko je takýchto prirodzených čísel n?

18 Daný je kužeľ s polomerom podstavy 10 cm a výškou 12 cm. V akej výške nad podstavou ho máme rozdeliť rezom rovnobežným s podstavou, aby objemy oboch vzniknutých telies boli rovnaké? Výsledok uveďte v centimetroch.



19 V internetovom článku sme sa dočítali, že na Slovensku sa podľa dlhodobých štatistík rodí 94 chlapcov na 100 dievčat. Predpokladajme, že tieto údaje sú správne. Určte v percentách pravdepodobnosť, že v náhodne vybratej slovenskej rodine s troma deťmi sú práve dvaja chlapci.

20 Daná je kružnica k: $x^2 + y^2 = 9$ a priamka p: $y = 2x + 7$. Na kružnici k leží bod A a na priamke p bod B. Nájdite polohu bodov A a B tak, aby bola úsečka AB najkratšia možná. Zistite dĺžku tejto úsečky.

Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Ktorý z bodov je vrcholom paraboly $y = 2x^2 - 6x + 1$?

(A) $[0; 1]$

(B) $\left[\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right]$

(C) $\left[\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right]$

(D) $\left[\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right]$

(E) $[2; -3]$

22 Koľko existuje všetkých permutácií vytvorených zo všetkých písmen slova MATEMATIKA, ak písmeno T bude aj na začiatku, aj na konci permutácie?

(*Napríklad:* TAMEMAIKAT)

(A) $\frac{8!}{2!3!}$

(B) $\frac{8!}{2!2!3!}$

(C) $\frac{10}{2!2!3!}$

(D) $\frac{10}{2!3!}$

(E) $\frac{8!}{5!}$

23 Funkcia $f(x) = 5\,sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right) + 2$ je periodická. Jej perióda je:

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{5}$

(E) $\frac{\pi}{6}$

24 Dané sú výroky K, L, M, N.

K: Existuje párne prvočíslo.

L: Ak je prirodzené číslo deliteľné číslami 2 a 4, tak je deliteľné aj číslom 8.

M: Pre všetky reálne čísla $x < 1$ platí, že $x^2 < 1$.

N: Ak je ciferný súčet daného čísla 9, tak je toto číslo deliteľné číslom 9.

Z výrokov K, L, M, N sú pravdivé práve dva. Ktoré sú to?

(A) K, L

(B) K, M

(C) K, N

(D) L, N

(E) M, N

25 Dané sú dve funkcie $f(x) = \frac{4}{x-2}$ a $g(x) = x + 1$. Nájdite množinu všetkých riešení nerovnice $f(x) \geq g(x)$.

(A) $(-2;3\rangle$

(B) $\langle -2;3\rangle$

(C) $(-2;3)$

(D) $(-\infty;-2\rangle \cup (2;3\rangle$

(E) $(-\infty;-2\rangle \cup \langle 3;\infty)$

26 Vypočítajte súčet všetkých párnych celých čísel deliteľných 13, ktoré sú väčšie ako 400 a zároveň menšie ako 600.

(A) 3 549

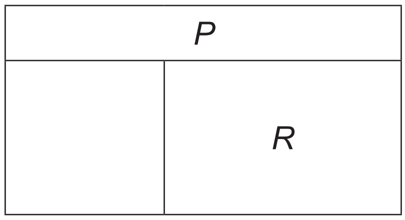
(B) 3 952

(C) 4 056

(D) 7 176

(E) 8 008

27 Obdĺžnik s obvodom 60 cm je rozdelený na dva obdĺžniky P a R a štvorec tak, ako to vidíme na obrázku. Obvod obdĺžnika P je 44 cm a obvod obdĺžnika R je 40 cm. Vypočítajte obsah štvorca v centimetroch štvorcových.



(A) 100 cm^2

(B) 64 cm^2

(C) 32 cm^2

(D) 16 cm^2

(E) 8 cm^2

28 Na začiatku každého zo štyroch rokov vložíme na sporiaci účet sumu 500 €. Banka nám na konci každého roka pripíše úroky. Po celý čas sporenia je úroková miera banky 4,5 % ročne. Vypočítajte, ktorá suma bude na účte po pripísaní úrokov na konci štvrtého roka, ak neplatíme žiadne ďalšie poplatky ani dane.

(A) 590 €

(B) 596,26 €

(C) 1 639,10 €

(D) 2 225 €

(E) 2 235,35 €

29 Koľko existuje päťciferných čísel utvorených iba z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 tak, aby číslica na začiatku čísla bola párna a číslica na konci čísla bola nepárna. Číslice vo vytvorenom čísle sa nemôžu opakovať.

(A) 60

(B) 360

(C) 2520

(D) 1260

(E) 720

30 Daná je funkcia $f(x) = \dfrac{1}{cos(2x)}$. Určte jej definičný obor.

(A) $R - \left\{\dfrac{(2k+1)\pi}{4}\right\},\ k \in Z$

(B) $R - \left\{\dfrac{(2k+1)\pi}{2}\right\},\ k \in Z$

(C) $R - \{(2k+1)\,\pi\},\ k \in Z$

(D) $R - \left\{\dfrac{k\pi}{2}\right\},\ k \in Z$

(E) $R - \{k\pi\},\ k \in Z$

KONIEC TESTU

PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$ $\quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Sínusová veta: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\qquad$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $\qquad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\qquad V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$P'=(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\,n_2! \ldots n_k!}$ $\qquad V'=(k,n) = n^k$ $\qquad C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u},\ \ t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0;\ \ [a;b] \neq [0;0]$

Uhol vektorov: $\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.
Dodržte nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.
- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políčok. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „–“ (mínus).
- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „–“ (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,...) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

□□□□4633,□□□□

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

□□□□□□81,42□□

výsledok (pomer) 1 : 8 = 0,125 zapíšte:

□□□□□□□0,13□□

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1,\overline{6}$ zapíšte:

□□□□□□□1,67□□

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšte pred alebo za zaplnené políčko.
- **Správne** zapísaný výsledok –3,1:

□□□□□□□–3,1□□□

- **Nesprávne** zapísaný výsledok –3,1:

□□□□□□□□–,□3,1

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

□□□□□–3■,■■■1

□□□□□–3■,1■■■

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom ☒ do príslušného políčka.
- **Správne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A	B	C	D	E
□	□	☒	□	□

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A	B	C	D	E
☒	□	☒	□	□

A	B	C	D	E
□	□	☒	□	□

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A	B	C	D	E
☒	□	■	□	□

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A	B	C	D	E
☒	☒	■	☒	☒

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!