



ÉRETTSÉGI VIZSGA 2019

EXTERN RÉSZ

MATEMATIKA

**NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT!**

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **150 perc** áll rendelkezésükre.
- A teszt kétféle feladattípust tartalmaz:
 - A feleletalkotó feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! Vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét!
 - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyeset! Mindig csak egy válasz helyes. A helyes feleletet jelölik $\times$ -szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, a teszt utolsó oldalán található képletek áttekintését, és csak olyan számológépet használhatnak, amely nem mobiltelefon része, nem tud grafikonokat rajzolni, változókat tartalmazó algebrai kifejezéseket alakítani és egyenletek gyökeit kiszámítani. Nem használhatnak füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem!
- **Számoljanak pontosan! Ha szükséges, akkor csak a végső eredményt kerekítsék a teszt hátsó lapján feltüntetett utasítások alapján!**
- **A feladatok megoldásakor, amelyeknél a π konstanst használják, dolgozzanak ennek pontos értékével. A π pontos értékén azt a számot értjük, amelyet a számológép kínál.**
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékeléskor nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán található.**

Sok sikert kívánunk!

Csak akkor kezdjenek dolgozni, amikor erre utasítást kapnak!

I. rész

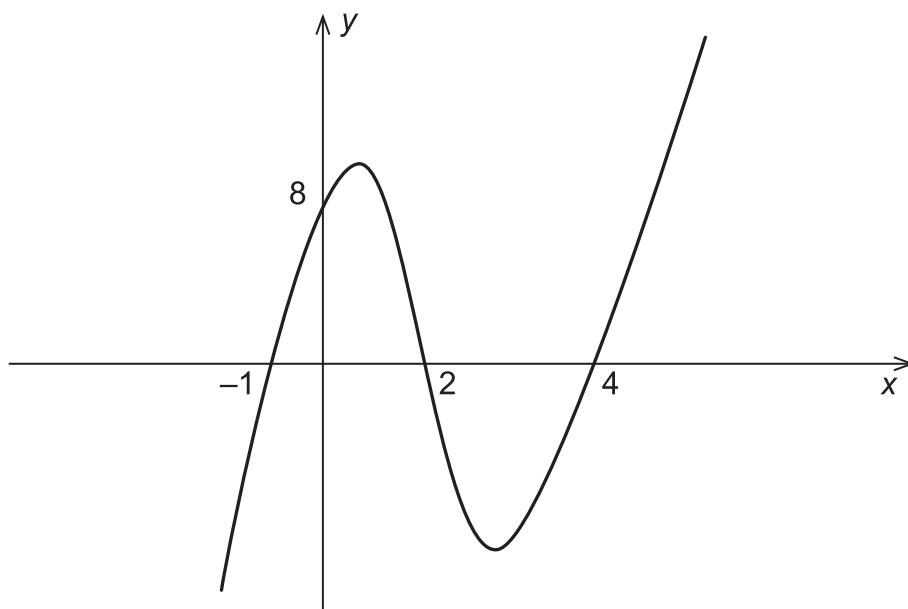
Oldják meg az **01-től 20-ig** terjedő feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

- 01** Adott az $ABCDEF$ szabályos hatszög, ahol az A pont koordinátái $[1; 3]$, és a D pont koordinátái $[4; 7]$. Számítsák ki a hatszög köré írt kör középpontja koordinátáinak összegét!

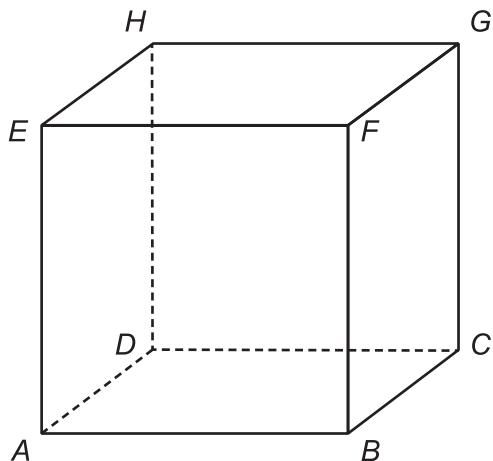
- 02** János és Anna ma ünnepli a születésnapját. János életkora 5 évvel kevesebb Anna életkorának kétszeresénél. Tíz évvel ezelőtt életkoruk összesen 65 év volt. Hány éves ma János?

- 03** Az ábrán az $f(x) = (x + c) \cdot (x - 2) \cdot (x + 1)$ függvény grafikonjának egy részét láthatják. Határozzák meg a c értékét!



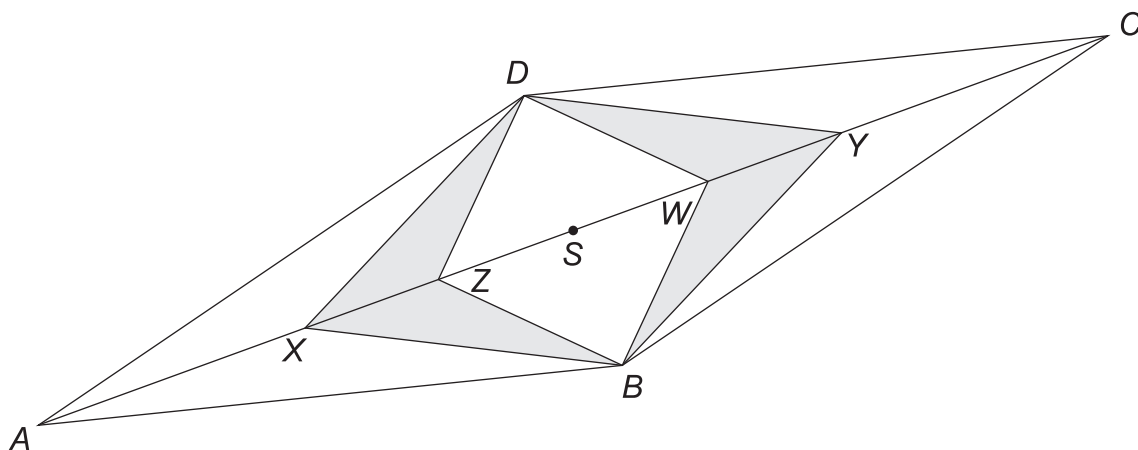
- 04** Oldják meg az $\frac{1 - \frac{x}{2}}{3} - \frac{2 - \frac{x}{4}}{4} + 1 = 0$ egyenletet!

- 05** Adott a 4 cm oldalhosszúságú $ABCDEFGH$ kocka, és az X pont, amely az AB szakasz felezőpontja. Az EHX síkkal a kockát két testre metszettük szét. Számítsák ki a nagyobbik test térfogatát! Az eredményt köbcentiméterekben adják meg!



- 06** Péter minden nap edzéssel készül a félmaratonra. Az első nap 1 000 m-t futott le, és minden elkövetkező napon az edzés hosszát 250 méterrel növelte. Egy bizonyos napon Péter 21 km-t futott le az edzésen. Ezen a napon összeszámolta az edzés kezdetétől lefutott összes távolságot. Összesen hány kilométert futott le Péter?

- 07** Az ábrán egy $ABCD$ paralelogramma látható, az S, X, Y, Z, W pontok sorrendben az AC, AS, SC, XS és az SY szakaszok középpontjai. Az $ABCD$ paralelogramma területének hány százalékát teszi ki a kiszínezett terület?

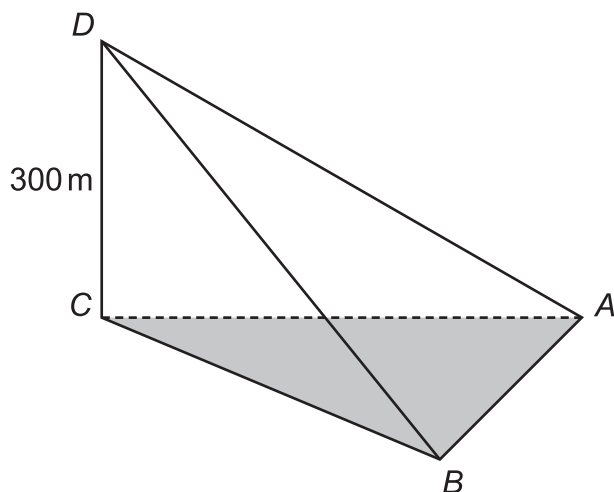


- 08** Adott az $f(x) = 2^x - 2$ függvény. Hány közös pontja van az $f(x)$ függvény grafikonjának és az $f(x)$ függvény inverze grafikonjának?

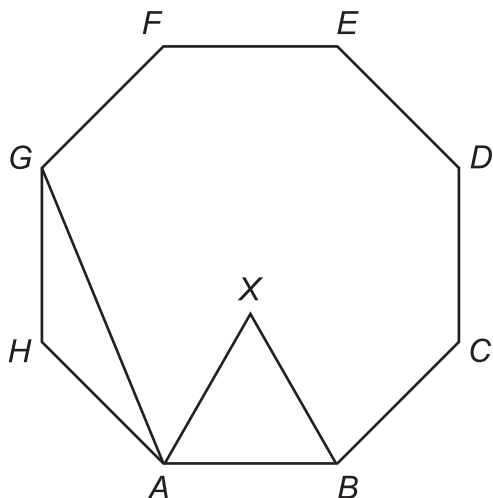
- 09** A Iptószentmiklósi meteorológiai állomáson az elmúlt 24 órában a lehullott csapadék összmenyisége 1,5 liter víz volt négyzetméterenként. Milyen magasan van a víz abban a henger alakú mérőedényben, amely alaplajának területe 1 m^2 ? Az eredményt milliméterekben adják meg!

- 10** A 20 cm sugarú kör területének kiszámításakor a $\pi \doteq \frac{22}{7}$ közelítő értékkel számoltunk, és az $S = \frac{22}{7} \cdot 400 \text{ cm}^2$ eredményt kaptuk. Tudjuk, hogy a π szám pontos értéke a $\frac{22}{7} - 0,003$ és a $\frac{22}{7} + 0,003$ számok között fekszik. A pontos terület ezért a $\left(\frac{22}{7} - 0,003\right) \cdot 20^2 \text{ cm}^2$ és a $\left(\frac{22}{7} + 0,003\right) \cdot 20^2 \text{ cm}^2$ számok között, tehát az $\langle S - k; S + k \rangle$ intervallumban fekszik. Számítsák ki cm^2 -ben a k értékét!

- 11** A repülő drón az építész számára a terület bemérését végezte. A C pontból merőlegesen felrepült a D pontba. Az ABC sík felett 300 méter magasságban volt. A drón a D pontból a $|\angle BDC| = 43^\circ$ szöget mérte be. Számítsák ki méterekben a C és a B pontok távolságát!

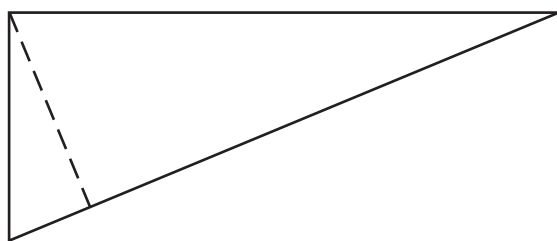


- 12** Az ábrán az $ABCDEFGH$ szabályos nyolcszöget és az ABX egyenlő oldalú háromszöget láthatják. Állapítsák meg a GAX szög nagyságát fokokban!



- 13** Hány megoldása van az $|(x - 1)(x - 3)| = 1$ egyenletnek?

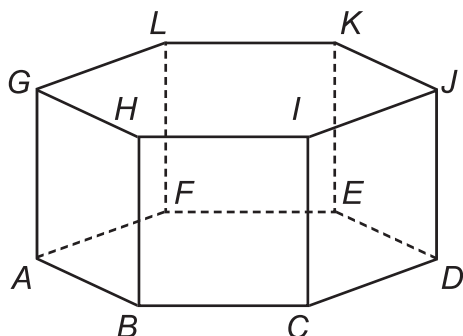
- 14** Nagyapa kertjében üresen maradt egy derékszögű háromszög alakú terület, amelynek befogói 5 méter és 12 méter hosszúságúak. Úgy döntött, hogy az üres területet az átfogóra húzott magasságvonallal két részre osztja. A kisebbik részen sziklakertet létesít, a nagyobbik részt pedig fűvel veti be. Hány négyzetméter a nagyobbik rész területe?



- 15** Morvaországban egy kisiskolában összesen 10 tanító dolgozik. Mindegyikük havi fizetése műveltségüktől és koruktól függően vagy 21 500 CZK vagy 21 800 CZK vagy 22 500 CZK. Ebben az iskolában a tanító havi átlagfizetése 21 850 CZK. Az iskola hány tanítója keres havonta 22 500 CZK-t?

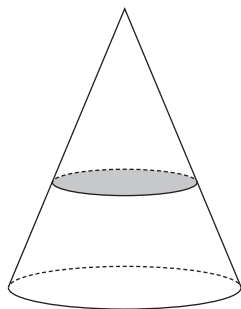
(Megjegyzés: A CZK a cseh korona jele.)

- 16** Adott egy $ABCDEFGHJKLM$ szabályos hatoldalú hasáb, amelynek minden éle egyforma hosszúságú. Állapítsák meg fokokban a BK a CL szakaszok által bezárt szög nagyságát!



- 17** Jakab feladatul kapta, hogy találja meg az összes olyan természetes n számot, amelyre érvényes, hogy a $\frac{364}{2n-1}$ tört értéke is természetes szám lesz. Hány ilyen természetes n szám létezik?

- 18** Adott egy kúp, ahol az alaplapp sugara 10 cm, a kúp magassága pedig 12 cm. Az alaplapp fölött milyen magasságban kell a kúpot egy alaplappal párhuzamos metszettel két részre osztani úgy, hogy a két létrejött test térfogata egyenlő legyen? Az eredményt centiméterekben adják meg!



- 19** Az internetes szövegben azt olvastuk, hogy Szlovákiában a hosszú távú statisztikai adatok szerint 100 lányra 94 fiú születik. Feltételezzük, hogy ezek az adatok helyesek. Határozzák meg százalékban annak a valószínűségét, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott háromgyermekes szlovákiai családban pontosan két fiú van!

- 20** Adott a $k: x^2 + y^2 = 9$ körvonal és a $p: y = 2x + 7$ egyenes. Az A pont a k körvonalon, a B pont pedig a p egyenesen fekszik. Találják meg az A és a B pontok helyét úgy, hogy az AB szakasz a lehető legrövidebb legyen! Állapítsák meg az AB szakasz hosszát!

II. rész

A 21-től 30-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált (A) – (E) válaszok közül éppen egy a helyes. Válaszukat jelöljék X-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 A pontok közül melyik az $y = 2x^2 - 6x + 1$ parabola csúcsa?

(A) $[0; 1]$

(B) $\left[\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right]$

(C) $\left[\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right]$

(D) $\left[\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right]$

(E) $[2; -3]$

22 Összesen hány olyan permutációt alkothatunk a MATEMATIKA szó minden betűjéből, ha T betű lesz a permutáció elején is, és a végén is?

(Például: TAMEMAIKAT)

(A) $\frac{8!}{2!3!}$

(B) $\frac{8!}{2!2!3!}$

(C) $\frac{10}{2!2!3!}$

(D) $\frac{10}{2!3!}$

(E) $\frac{8!}{5!}$

23 Az $f(x) = 5 \sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right) + 2$ függvény periodikus függvény. A függvény periódusa:

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{5}$

(E) $\frac{\pi}{6}$

24 Adottak a K, L, M, N ítéletek.

K: Létezik páros prímszám.

L: Ha egy természetes szám osztható 2-vel és 4-gyel, akkor osztható 8-cal is.

M: Minden valós $x < 1$ számra érvényes, hogy $x^2 < 1$.

N: Ha egy adott szám számjegyeinek összege 9, akkor ez a szám osztható 9-cel.

A K, L, M, N ítéletek közül pontosan kettő igaz. Melyik kettő igaz közülük?

(A) K, L

(B) K, M

(C) K, N

(D) L, N

(E) M, N

25 Adott az $f(x) = \frac{4}{x-2}$ és a $g(x) = x + 1$ függvény. Keressék meg az $f(x) \geq g(x)$

egyenlőtlenség összes megoldásának halmazát!

(A) $(-2; 3)$

(B) $\langle -2; 3 \rangle$

(C) $(-2; 3)$

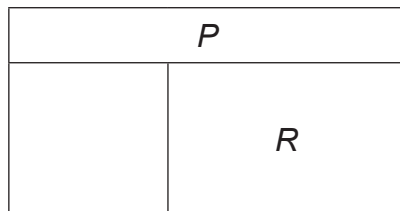
(D) $(-\infty; -2) \cup (2; 3)$

(E) $(-\infty; -2) \cup \langle 3; \infty \rangle$

- 26** Számítsák ki a 400-nál nagyobb, ugyanakkor a 600-nál kisebb, 13-mal osztható páros egész számok összegét!

(A) 3 549
(B) 3 952
(C) 4 056
(D) 7 176
(E) 8 008

- 27** A 60 cm kerületű téglalapot felosztottuk P és R téglalapra és négyzetre úgy, ahogy azt az ábrán láthatják. A P téglalap kerülete 44 cm, az R téglalap kerülete pedig 40 cm. Számítsák ki négyzetcentiméterekben a négyzet területét!



(A) 100 cm^2
(B) 64 cm^2
(C) 32 cm^2
(D) 16 cm^2
(E) 8 cm^2

- 28** Négy éven keresztül, minden év kezdetén 500 €-t teszünk a takarékszámlára. A bankban minden év végén hozzáírják a kamatot. Az egész spórolási időszak alatt a bankban az évi kamatláb 4,5 %. Számítsák ki, mekkora összeg lesz a számlán a kamatok hozzáírása után a negyedik év végén, ha nem fizetünk egyéb illetéket, sem adót!

(A) 590 €
(B) 596,26 €
(C) 1 639,10 €
(D) 2 225 €
(E) 2 235,35 €

29 Hány olyan ötjegyű számot alkothatunk csakis az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 számjegyekből, amelyben a szám elején álló számjegy páros, a szám végén álló számjegy pedig páratlan lesz? A számjegyek a számban nem ismétlődhetnek.

- (A) 60
- (B) 360
- (C) 2520
- (D) 1260
- (E) 720

30 Adott az $f(x) = \frac{1}{\cos(2x)}$ függvény. Határozzák meg a függvény értelmezési tartományát!

- (A) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{4} \right\}, k \in \mathbb{Z}$
- (B) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$
- (C) $\mathbb{R} - \{(2k+1)\pi\}, k \in \mathbb{Z}$
- (D) $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$
- (E) $\mathbb{R} - \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

VÉGE A TESZTNEK

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrikus függvények:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Szinusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Mértani sorozat: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$

$$P' = (n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V' = (k, n) = n^k \quad C' = (k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analitikus geometria: Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t\vec{u}, t \in \mathbb{R}$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Az $M[m_1; m_2]$ pont távolsága a $p: ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat lapolvasóval dolgozzuk fel. Másolásuk, gyűrésük, összehajtásuk tilos!
Ahhoz, hogy válaszaikat a lapolvasó felismerhesse, vegyék figyelembe a következő utasításokat!

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat, hagyományos vagy rotringceruzát!
- A feleletalkotó feladat eredményét egész számmal vagy tizedes szám segítségével fejezzék ki! Ha az eredmény egész szám, illetve tizedes szám legfeljebb két tizedes hellyel, a **pontos** eredményt írják be! Ha az eredmény tizedes szám több mint két tizedes hellyel, akkor a **két tizedes helyre kerekített** eredményt írják be!
- Az eredmény egyes számjegyeit írják a megjelölt mezőbe! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet, illetve „-” (mínusz) jelet írnak!
- Beírásakor vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét! A „-” (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- Ha az eredményük egész szám, ne töltsék ki a tizedesvessző utáni mezőket!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, grammok, ...) jelét ne írják a válaszadó lapra!

Például:

a 4 633 eredmény beírása:

4633,

a 81,424 61 m eredmény beírása:

						8	1	,	4	2		
--	--	--	--	--	--	---	---	---	---	---	--	--

az $1:8 = 0,125$ eredmény (arány) beírása:

0, 13

az $\frac{5}{3} = 1,\bar{6}$ eredmény (tört) beírása:

1, 67

- Az eredmény helytelen kitöltése esetében ne kérjenek új válaszadó lapot! A helytelenül kitöltött mezőt teljesen fessék be, és a helyes adatot a befestett mező elé vagy mögé írják.
- A -3,1 eredmény **helyes** beírása:

					-	3	,	1			
--	--	--	--	--	---	---	---	---	--	--	--
- A -3,1 eredmény **helytelen** beírása:

						-		3	,	1	
--	--	--	--	--	--	---	--	---	---	---	--
- A -3,1 eredmény helytelen beírásának javítása:

					-	3					1
					-	3				1	
- A feleletválasztó feladat megoldását jelöljük X-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében.
- A (C) válasz **helyes** megjelölése:

A	B	C	D	E
☐	☐	☒	☐	☐
- A (C) válasz **helytelen** megjelölése:

A	B	C	D	E
☒	☐	☒	☐	☐
A	B	C	D	E
☐	☐	☒	☐	☐
- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és jelöljük X-szel a másik mezőt!

A	B	C	D	E
☒	☐	☒	☐	☐
- Ha esetleg ismét meggondolják magukat, és az eredetileg X-szel jelölt, majd befestett választ szeretnék újból megjelölni, írjanak X-et az összes mezőbe, és a befestett mezőt karikázzák be!

A	B	C	D	E
☒	☒	☒	☒	☒

Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor erre utasítást kapnak!