

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU

8304

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2013

KÖZPONTI (EXTERN) RÉSZ

MATEMATIKA

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT!

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **120 perc** áll a rendelkezésükre.
- A tesztben kétféle feladattípus található:
 - A rövid választ igénylő feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! A beírásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
 - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyes feleletet! Mindig csak egy válasz a helyes. A helyes feleletet ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak maximálisan kétsoros kijelzővel ellátot számológépet, íróeszközöket és a teszt részét képező képlet-áttekintést használhatják. Nem használhatnak Graph, Graphic, Calc, Solve funkciókkal ellátott számológépet, programozható számológépet, grafikus kijelzésű számológépet, füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékelésnél nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatók. Olvassák el figyelmesen!**

Sok sikert kívánunk!

Akkor kezdjenek dolgozni, amikor utasítást kapnak!

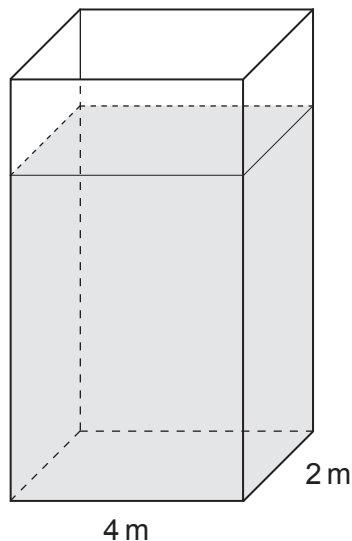
I. rész

Oldják meg az **01**-től **20**-ig számozott feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

- 01** Az ismeretlen szám ötszöröse 21-gyel csökkentve éppen annyi, mint az ismeretlen szám kétszerese 15-tel megnövelve. Keressék meg az ismeretlen számot!

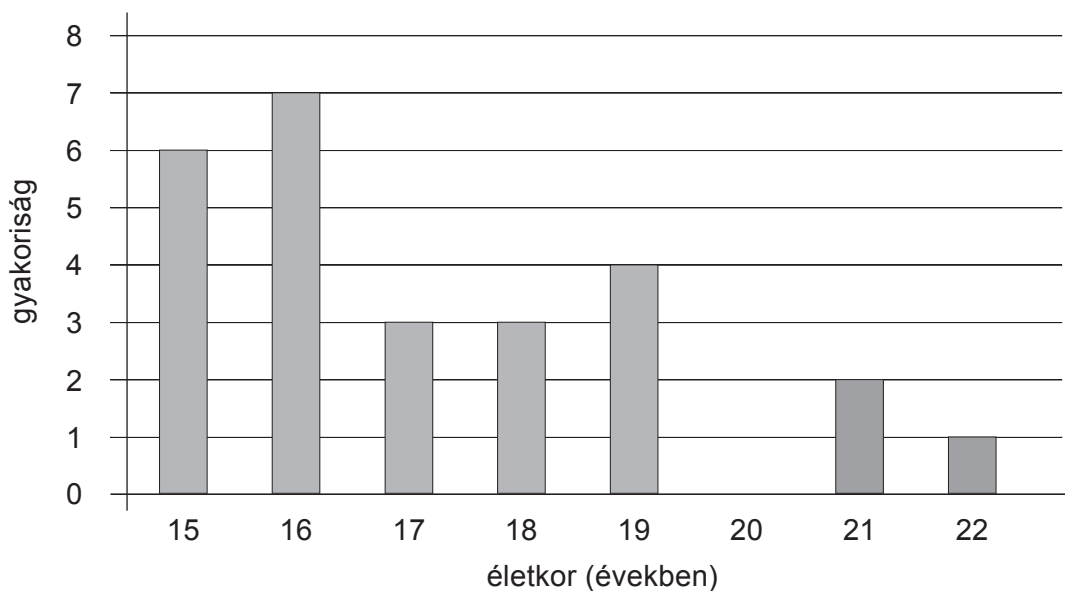
- 02** A hasáb alakú tartály aljának belső méretei az ábrán láthatók. A víz szintje a tartályban 980 cm magasságig ér. Hány köbméter víz van a tartályban?



- 03** A hangyapopuláció egy hét alatt 5 %-kal növekedik meg. Számítsák ki, hogy ilyen növekedési tempó mellett hány százalékkal növekedik meg a hangyapopuláció nyolc hét alatt!

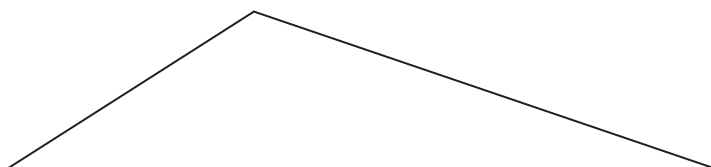
- 04** Számítsák ki az $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$ egyenlettel meghatározott k körvonal sugarát!

- 05** Az ábrán a turista szakkör tagjainak életkori elosztását tüntettük fel.



Állapítsák meg években a turista szakkör tagjainak életkori mediánját!

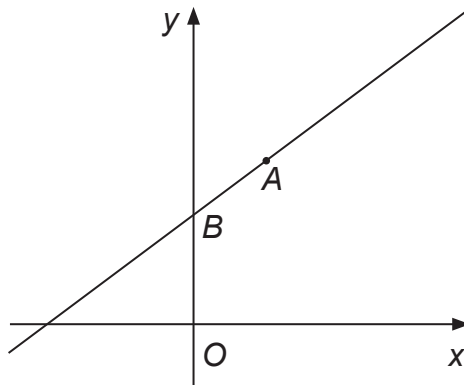
- 06** A háromszög oldalainak hossza 3 cm, 4 cm és 6 cm. Határozzák meg fokokban a háromszög belső tompaszögének nagyságát!



- 07** A $17!$ szám pontos értéke 355 687 428 096 000. A számológépen való számolásnál a $17!$ szám $3,556874281 \cdot 10^{14}$ értéke jelenik meg a kijelzőn. Számítsák ki a $17!$ szám számológépen megjelent értéke és a $17!$ szám pontos értéke közti különbséget!

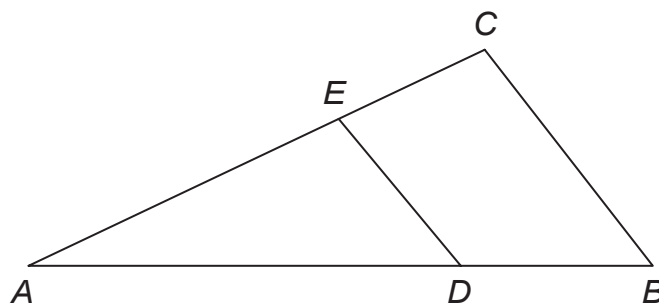
- 08** Az osztályban 30 tanuló van. Az osztály öt tanulójának az év végi bizonyítványban hármasa volt matematikából, az osztály többi tanulójának egyese vagy kettese. Az év végi bizonyítványban az osztály valamennyi tanulója matematika jegyének átlaga 1,9 volt. Állapítsák meg, az osztály hány tanulójának volt az év végi bizonyítványban matematikából egyese!

- 09** A lineáris függvény grafikonjának irányítányezője 2, átmegy az $A [2; 8]$ ponton és az y koordináta-tengelyt a B pontban metszi (lásd az ábrát!). Határozzák meg a B pont távolságát a koordináta-rendszer $O [0; 0]$ kezdőpontjától!



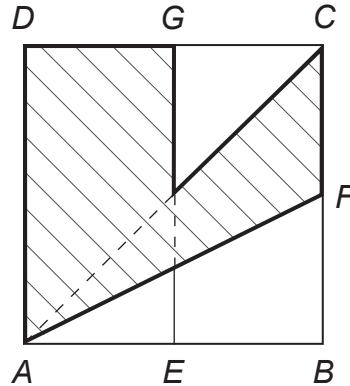
- 10** Számítsák ki a $\log x + \log(x+3) = 1$ egyenlet gyökét!

- 11** Az ABC és ADE háromszögek hasonlók (lásd az ábrát!). Számítsák ki négyzetcentiméterben az ABC háromszög területét, ha a DE oldal hossza 12 cm, a BC oldal hossza 16 cm és az ADE háromszög területe 27 cm^2 !



- 12** A derékszögű háromszög oldalhosszai egy számtani sorozat három egymás után következő tagjai. A hosszabb befogó hossza 24 cm. Számítsák ki centiméterben a háromszög átfogójának hosszát!

- 13** Az $ABCD$ négyzet oldalának hossza 5 cm. Az E , F és G pontok a négyzet oldalainak középpontjai (lásd az ábrát!). Számítsák ki négyzetcentiméterben az $ABCD$ négyzet besatírozott részének területét!



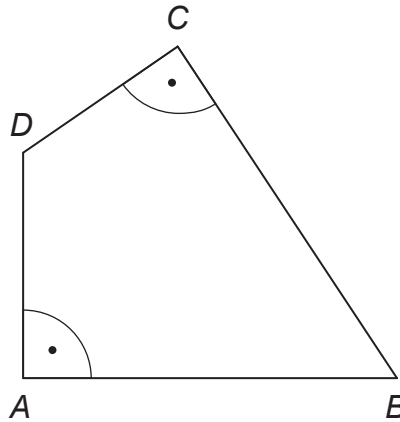
- 14** Határozzák meg a legkisebb x egész számot, amely a $\sqrt{17 - 15x - 2x^2} > 0$ egyenlőtlenség megoldása!

- 15** A táblázatban a fiatalabb tanulók szombatonkénti teniszedzései időbeosztása látható a téli fedett pályás szezonban. A nyári szezon kezdete előtt a teniszedzések új időbeosztását készítik elő. Kucsera Tamás csak délelőtt edzhet, a Kovács nővéreknek tetszőleges sorrendben egymás után kell edzeniük. A többi tanulónak minden időpont megfelel. A teniszedzések hány különböző időbeosztását lehet elkészíteni a fenti nyolc tanuló számára a feltüntetett feltételek betartása mellett?

Téli szezon	
időpont	szombat
9:00 – 9:55	Ábrahám Judit
10:00 – 10:55	Kucsera Tamás
11:00 – 11:55	Horváth Beáta
12:00 – 12:55	Illés Dóra
13:00 – 13:55	Hajas Laura
14:00 – 14:55	Kovács Katalin
15:00 – 15:55	Kovács Zsuzsanna
16:00 – 16:55	Vajas Péter

Nyári szezon	
időpont	szombat
9:00 – 9:55	
10:00 – 10:55	
11:00 – 11:55	
12:00 – 12:55	
13:00 – 13:55	
14:00 – 14:55	
15:00 – 15:55	
16:00 – 16:55	

- 16** Az $|AB| = 9$, $|BC| = 11$ és $|CD| = 3$ oldalhosszú $ABCD$ négyszögben az A és C csúcsponoknál levő belső szögek derékszögek (lásd az ábrát!). Határozzák meg az $ABCD$ négyszög AD oldalának hosszát!



- 17** Az ABC egyenlő oldalú háromszög súlypontja a koordináta-rendszer $O[0;0]$ kezdőpontjában fekszik, a C csúcsponok koordinátái $[0;4]$. Számítsák ki az ABC háromszög valamennyi csúcsponok koordinátáinak összegét!

- 18** Egy vandál kitépett a könyvből egy lapot, amelyen két számozott oldal volt. A könyv fennmaradó oldalai számának összege 7495 volt. Állapítsák meg, eredetileg hány számozott oldala volt a könyvnek, ha a könyv oldalszámozása 1-gyel kezdődött!

- 19** A kúp palástjának területe 4 cm^2 , az alaplajának területe 2 cm^2 . Határozzák meg fokokban a kúp oldaléle és alaplajának síkja által bezárt szöget!
- (A kúp oldaléle a kúp csúcsponokját és az alaplaja körvonalának tetszőleges pontját összekötő szakasz. A kúp valamennyi oldaléle alkotja a kúp palástját.)

- 20** Határozzák meg a legkisebb természetes számot, amelyben a számjegyek szorzata 240.

II. rész

A **21**-től **30**-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált **(A)** – **(E)** válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat ikszeljék be a válaszdó lap megfelelő mezőjében!

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 Határozzák meg a $\sin x = \frac{1}{2}$ egyenlet $(-570^\circ; 570^\circ)$ intervallumba tartozó valamennyi gyökének a számát!

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

22 Ugyanaz az x szám fejezi ki a kör kerületét (x cm) és területét (x cm²). Határozzák meg centiméterben a kör átmérőjét!

(A) 4

(B) 2

(C) 1

(D) π

(E) 4π

23 Saroltának két sorsjegye van, mindegyik más-más sorsjátékra. Az első sorsjátékban 150 000 sorsjegy van, ezekből 50 000 sorsjegy nyer, a második sorsjátékban 500 000 sorsjegy van, ezekből 200 000 sorsjegy nyer. Mekkora annak a valószínűsége, hogy Sarolta legalább egyik sorsjegye nyerni fog?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{2}{3}$

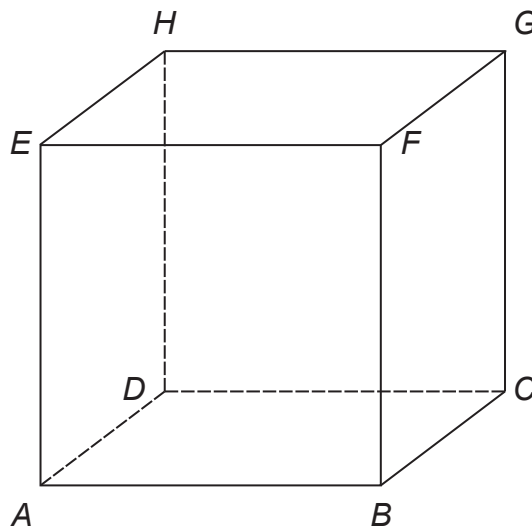
(E) $\frac{11}{15}$

- 24** Határozzák meg az $f(x) = x^2 + 2x - 14$ és $g(x) = x - 2$ függvények grafikonjai metszéspontjainak koordinátáit! A függvények grafikonjai metszéspontjainak legnagyobb koordinátája

- (A) 2.
- (B) 3.
- (C) 4.
- (D) 5.
- (E) 6.

- 25** Az $ABCDEFGH$ kocka élének hossza 4 cm. Számítsák ki az $ABCDH$ gúla felszínét!

- (A) $\frac{64}{3} \text{ cm}^2$
- (B) $32 + 16\sqrt{2} \text{ cm}^2$
- (C) $32 + 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- (D) 96 cm^2
- (E) 32 cm^2



- 26** Ha a $B \wedge C$ ítélet igaz és a $B \Rightarrow A$ ítélet hamis, akkor az A , B , C ítéletek logikai értékére érvényes:

- (A) az A ítélet igaz, a B ítélet igaz, a C ítélet igaz
- (B) az A ítélet igaz, a B ítélet igaz, a C ítélet hamis
- (C) az A ítélet hamis, a B ítélet igaz, a C ítélet igaz
- (D) az A ítélet igaz, a B ítélet hamis, a C ítélet igaz
- (E) az A ítélet hamis, a B ítélet hamis, a C ítélet igaz

27 Adottak az $f_1 - f_6$ függvények:

$$f_1: y = -\frac{4}{3}x$$

$$f_4: y = x^3 - 5$$

$$f_2: y = x^2 - x + 2$$

$$f_5: y = \log_2 x$$

$$f_3: y = \frac{x}{x+1}$$

$$f_6: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Válasszák ki azt a lehetőséget, amelyben az adott $f_1 - f_6$ függvények közül csak azok a függvények vannak feltüntetve, amelyek az egész értelmezési tartományukon növekedők!

(A) f_1, f_6

(B) f_2, f_4, f_5

(C) f_2, f_3, f_4

(D) f_3, f_4, f_5

(E) f_4, f_5

28 Az ékszert úgy készítették el, hogy az aranyból készült szabályos oktaédert üvegből kiegészítették kockára (lásd az ábrát!). Határozzák meg az üveg és az ékszerben található arany térfogatának arányát!

(A szabályos oktaéder olyan test, amely két egybevágó szabályos gúla egyesítésével jön létre, amelyeknek közös négyzet alapja van. A gúlák oldallapjai egyenlő oldalú háromszögek.)

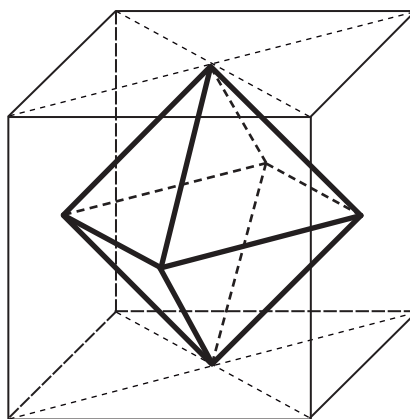
(A) 3 : 1

(B) 4 : 1

(C) 5 : 1

(D) 6 : 1

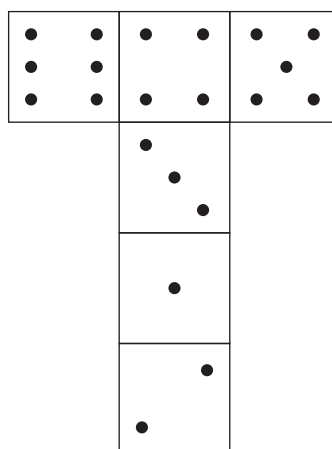
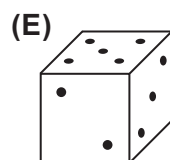
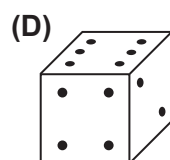
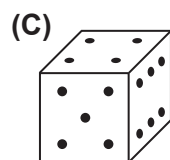
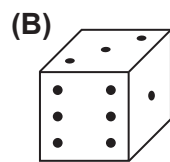
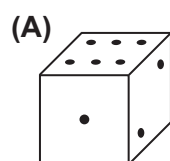
(E) 8 : 1



29 Határozzák meg az $|x - 4| < 2\pi$ egyenlőtlenséget kielégítő egész számok számát!

- (A) 9
- (B) 10
- (C) 11
- (D) 12
- (E) 13

30 Melyik kockát lehet összerakni az alábbi hálózattól?



VÉGE A TESZTNEK

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrikus függvények:

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 & \operatorname{tg} x &= \frac{\sin x}{\cos x} \\ \sin 2x &= 2 \cdot \sin x \cos x & \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos x & \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin x \end{aligned}$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Szinusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\begin{aligned} \log_z (x \cdot y) &= \log_z x + \log_z y & \log_z \frac{x}{y} &= \log_z x - \log_z y \\ \log_z x^k &= k \cdot \log_z x & \log_y x &= \frac{\log_z x}{\log_z y} \end{aligned}$$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Mértani sorozat: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika: $P(n) = n!$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Az $M[m_1; m_2]$ pont távolsága a $p: ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat számítógéppel dolgozzuk fel. Nem engedélyezett a sokszorosításuk. Ahhoz, hogy a válaszaik olvashatóak legyenek, vegyék figyelembe a következő utasításokat.

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat vagy ceruzát!
- A feleletalkotó feladat eredményét tizedes számok segítségével írják a válaszadó lapra!
- Az eredmény egyes számjegyeit írják be a megjelölt mezőbe! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet illetve „–” jelet írnak.
- Az írásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomatott helyét! A „–” (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- Az eredmény helytelen kitöltése esetében ne kérjenek új válaszadó lapot! A helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be és a helyes adatot a befestett mező elé vagy mögé írják.
- A –3,1 eredmény **helyes** beírása:

						-	3	,	1		
--	--	--	--	--	--	---	---	---	---	--	--
- A –3,1 eredmény **helytelen** beírása:

							-		3	,	1
--	--	--	--	--	--	--	---	--	---	---	---
- A –3,1 eredmény helytelen beírásának javítása:

						-	3				1
						-	3		1		
- Tüntessenek fel **pontos, vagy** – ha több mint két tizedes helyet tartalmazó tizedes számról van szó – **két tizedes helyre kerekített eredményt**.
- Ha az eredményük egész szám, ne töltsék ki a tizedes vessző utáni mezőket!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek,...) jelét ne írják a válaszadó lapra!

Például:

a 4 633 eredmény beírása

4633,

a 81,424 61 m eredmény beírása

						8	1	,	4	2		
--	--	--	--	--	--	---	---	---	---	---	--	--

az $\frac{5}{3}$ eredmény (tört) beírása

1, 6 7

az 1 : 8 eredmény (arány) beírása

0, 13

- A feleletválasztó feladat megfejtését ikszeljék be **X** a válaszadó lap megfelelő mezőjében.

- Az (A) válasz helyes megjelölése

A	B	C	D	E
☒	☐	☐	☐	☐

- Az (A) válasz helytelen megjelölése

A	B	C	D	E
☒	☐	☐	☒	☐

A B C D E

☒ ☐ ☐ ☐ ☐

- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és ikszeljék be a másik mezőt!

A	B	C	D	E
				

- Ha esetleg újra meggondolják magukat, és az eredetileg beikszelt majd befestett választ szeretnék megjelölni, ikszeljék be az összes mezőt, és a befestett mezőt karikázzák be!

A B C D E



Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor utasítást kapnak!