MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VÝSKUMU,
VÝVOJA A MLÁDEŽE
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU

25 1504

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2025

EXTERN RÉSZ

MATEMATIKA

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT!

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **150 perc** áll rendelkezésükre.
- A teszt kétféle feladattípust tartalmaz:
  - A feleletalkotó feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! Vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét!
  - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyeset! Mindig csak egy válasz helyes. A helyes feleletet jelöljék ×-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, a teszt utolsó oldalán található képletek áttekintését, és csak olyan számológépet használhatnak, amely nem mobiltelefon része, nem tud grafikonokat rajzolni, változókat tartalmazó algebrai kifejezéseket alakítani és egyenletek gyökeit kiszámítani. Nem használhatnak füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem!
- **Azzal a π értékkel dolgozzanak, amit a számológép kínál!**
- **Számoljanak pontosan, kerekítés nélkül! Ha szükséges, akkor csak a végső eredményt kerekítsék a teszt utolsó oldalán feltüntetett utasítások alapján!**
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékeléskor nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatók.**

Sok sikert kívánunk!

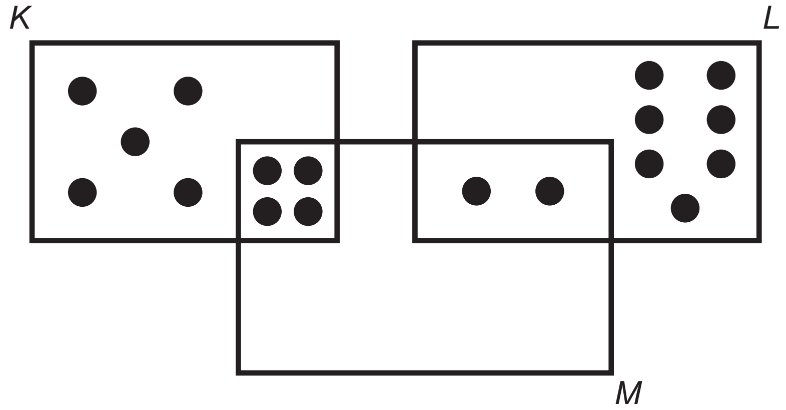
Csak akkor kezdjenek dolgozni, amikor erre utasítást kapnak!

I. rész

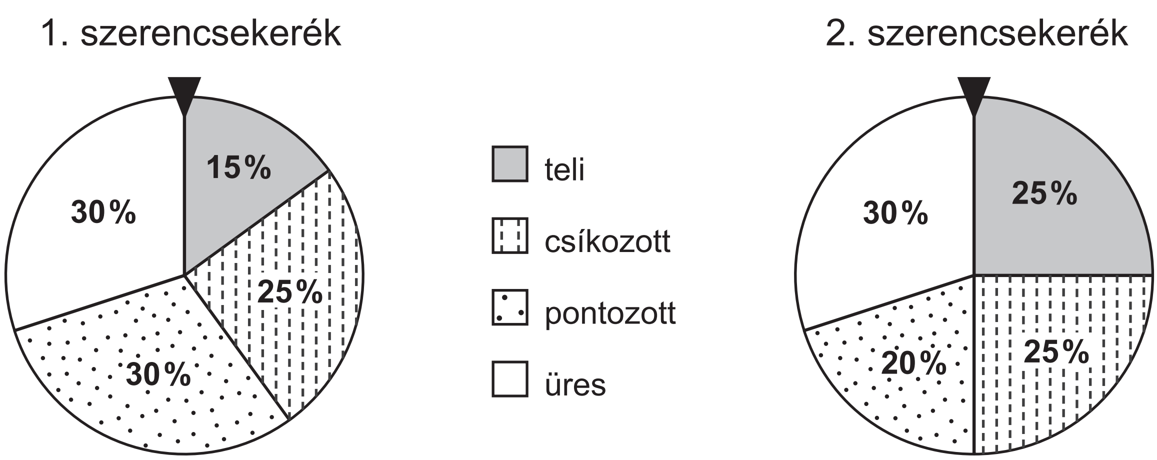
Oldják meg az **01**-től **20**-ig terjedő feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.

A képek csak illusztrációként szolgálnak, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

01 A halmazdiagramon a K, L és az M halmaz látható. A halmazok elemeit pontokkal jelöltük. Hány eleme van a $K \cup M \cup L$ halmaznak?



02 A verseny döntőjében a versenyző fokozatosan az ábrán látható két szerencsekereket pörgeti meg. A kerekek négy részből állnak: teli, csíkozott, pontozott és üres részből. A százalékok az egyes részekben a megfelelő rész kipörgetésének a valószínűségét fejezik ki. A versenyző akkor nyeri meg a fődíjat, ha mindkét szerencsekeréken kipörgeti a csíkozott részt. Határozzák meg a $\langle 0; 1 \rangle$ intervallumhoz tartozó számmal kifejezve annak a valószínűségét, hogy a versenyző megnyeri a fődíjat!



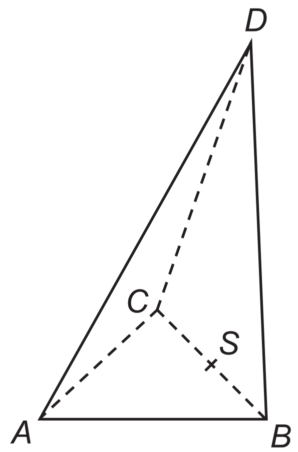
03 Határozzák meg a 85, 78, 71, …, 1, –6, … számtani sorozatban az összes -100-nál nagyobb negatív tag számát!

04 Adott az $f: y = -2 + \log_{m+5}(x+1)$ függvény. Határozzák meg az $m \in R$ értékét úgy, hogy az f függvény grafikonja az x tengelyt a $P[48; 0]$ pontban metssze!

05 Számítsák ki a $\log_{10}(x+1) - \log_{10}(2-x) = 1$ egyenlet gyökét!

06 Számítsák ki az $A[3; -2]$ pont távolságát az általános egyenlettel megadott q egyenestől: $q: 3x - y + 10 = 0$!

07 Az $ABCD$ tetraéder éleinek hossza $|AB| = |AC| = 3$ cm, $|BC| = 4$ cm, $|BD| = |CD| = 5$ cm, $|AD| = 6$ cm. Az S pont a BC él felezőpontja. Számítsák ki az ASD háromszög kerületét centiméterekben!

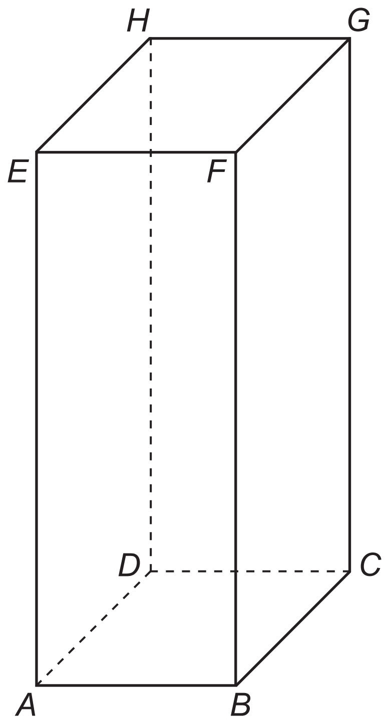


08 A tombolajegyeket 1-től 100-ig számozták meg. Számítsák ki a $\langle 0; 1 \rangle$ intervallumhoz tartozó számmal kifejezve annak a valószínűségét, hogy héttel vagy néggyel osztható számot húzunk ki!

09 Keressék meg a $\sin 2x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ egyenlet második gyökét, amelyik az $x \in \left\langle 0; \dfrac{\pi}{2} \right\rangle$ intervallumhoz tartozik, ha az első gyöke $\dfrac{\pi}{8}$! Az egyenletet megoldásánál számoljanak radiánokkal! Az eredményt tizedestört alakjában írják le!

10 A $\dfrac{10^{3x} . 5^{x} . \left(2^{4x}\right)^{3}}{4^{2x} . 5^{6x}}$ kifejezést hozzák $2^{ax} . 5^{bx}$ alakra, ahol a, b, $x \in Z$! A válaszadó lapra az $a . b$ szorzat értékét írják!

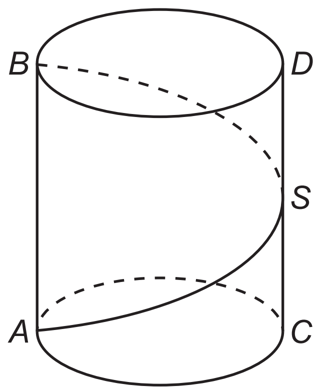
11 Az $ABCDEFGH$ téglatest $ABCD$ alaplapja négyzet alakú. Számítsák ki a téglatest $|HD|$ magasságát centiméterekben, ha $|AH| = 9{,}3$ cm, $|HAC\sphericalangle| = 70°$!



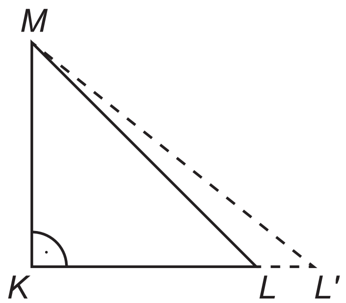
12 Keressék meg az $x - y = -5$ és $5^{x} = 3^{y}$ egyenletrendszer gyökeit! A válaszadó lapra az y értékét írják!

13 A hegyesszögű ABC háromszög T súlypontjának koordinátái $[2; 1]$, és a C pont koordinátái $[6; 7]$. Számítsák ki az AB oldal középpontja koordinátáinak összegét!

14 Az AB és a CD szakaszok az ábrán látható henger magasságai. Az AC és a BD szakaszok az alaplapok átmérői, az S pont pedig a CD szakasz középpontja. A henger magassága 5 cm. A henger palástjához tartozó, az A pontot a B ponttal összekötő és az S ponton áthaladó legrövidebb görbe vonal hossza 13 cm. Számítsák ki az alaplap sugarát centiméterekben!



15 Az ábrán látható egyenlő szárú derékszögű KLM háromszög és a derékszögű $KL'M$ háromszög megforgatásával ugyanazon KM befogó körül két forgáskúp jön létre. Számítsák ki a $KL'M$ szög nagyságát fokokban, ha a $KL'M$ háromszög megforgatásával keletkezett kúp térfogata kétszer akkora, mint a KLM háromszög megforgatásával keletkezett kúpé!

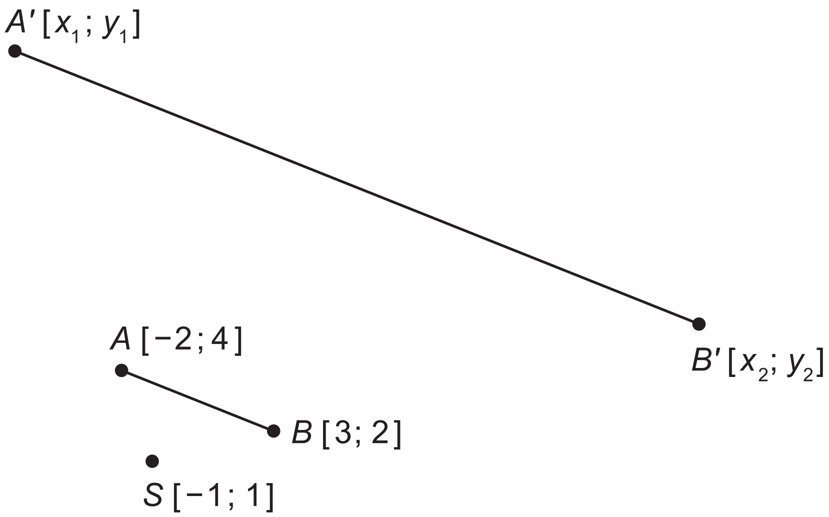


16 Máté az ABC háromszöget az alábbi szerkesztési menet alapján szerkesztette meg:

1. $AB,\ |AB| = 7$ cm
2. $BAX\sphericalangle,\ |BAX\sphericalangle| = 34°$
3. $S,\ S \in AB \wedge |AS| = |SB|$
4. $k,\ k(S;\ 3{,}5\text{ cm})$
5. $C,\ C \in k \cap \overrightarrow{AX}$
6. $ABC\Delta$

Hány centiméter az ABC háromszög kerülete?

17 Az $A'B'$ szakasz az AB szakasz képe az S középpontú középpontos hasonlóságban, amelyben a hasonlóság arányszáma 4,5. Az ábrán feltüntettük az S, A, B pontok koordinátáit. Számítsák ki az $A'B'$ szakasz hosszát végpontjai koordinátáinak meghatározása nélkül!



18 Adott az $x = 2^3 . 3 . 5^2 . 11^7$ szám. Keressék meg azt a legkisebb y természetes számot, hogy az $x . y$ szorzat természetes szám négyzete legyen!

19 A mértani sorozat tagjaira érvényes: $a_1 + a_2 = -\dfrac{5}{3}$, $a_1 - a_3 = -\dfrac{25}{9}$. Határozzák meg a mértani sorozat első tagját!

20 Számítsák ki az általános egyenletekkel megadott körvonalak két közös pontjának koordinátáit: $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ a $x^2 + y^2 + 13x + 9y + 30 = 0$!

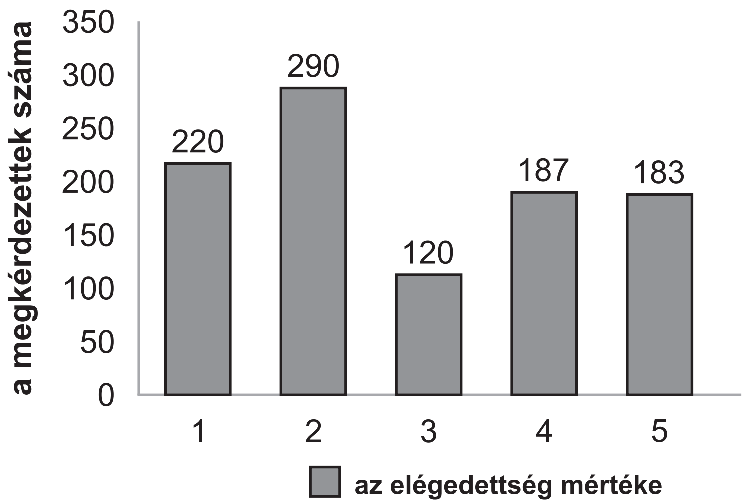
Írják a válaszadó lapra a két közös pont összes koordinátájának összegét!

II. rész

A **21**-től **30**-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált **(A)** – **(E)** válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat jelöljék ╳-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!

A képek csak illusztrációként szolgálnak, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 A diagramon egy felmérés eredményeit ábrázoltuk arról, mennyire elégedettek a város lakosai a tömegközlekedés működésével. A felmérésben 1000 megkérdezett vett részt. A felmérés minden résztvevője 1-től 5-ig terjedő skálán értékelte elégedettségének mértékét, miközben az 1-es jelentette, hogy a legkevésbé elégedett, és az 5-ös, hogy leginkább elégedett.



Állapítsák meg a város lakosainak a tömegközlekedés működésével kapcsolatos elégedettségének a móduszát, mediánját és számtani középértékét, és válasszák ki az igaz állítást:

(A) módusz = medián > számtani középérték

(B) módusz = medián < számtani középérték

(C) módusz < medián < számtani középérték

(D) módusz > medián > számtani középérték

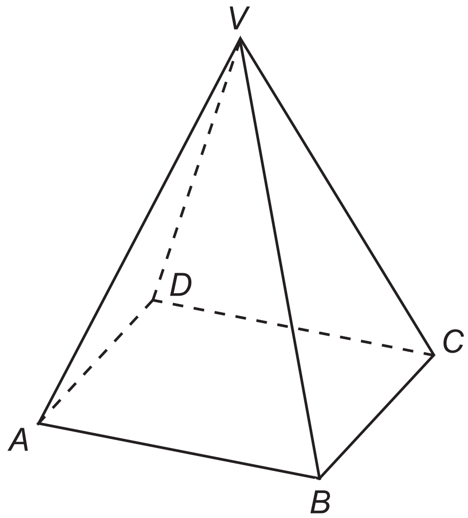
(E) módusz < medián > számtani középérték

22 Válasszák ki annak a függvénynek a hozzárendelési szabályát, amely grafikonjának az *x* tengellyel a legtöbb metszéspontja van!

(A) $y = x^2 + 2x + 1$ **(B)** $y = x^2 + 2x - 1$ **(C)** $y = \left|x^2 + 2x + 1\right|$

(D) $y = \left|x^2 + 2x\right| - 1$ **(E)** $y = \left|x^2 + 2x\right| + 1$

23 Az ábrán egy $ABCDV$ szabályos négyoldalú gúla látható. Válasszák ki az $ABCDV$ gúla egyeneseinek kölcsönös helyzetéről szóló állítások közül az igaz állítást!



(A) Az AB és az AC egyenesek kölcsönösen párhuzamosak.

(B) Az AB és a CV egyenesek kölcsönösen metszőek.

(C) Az AC és a BD egyenesek kölcsönösen kitérőek.

(D) A BC és az AV egyenesek kölcsönösen párhuzamosak.

(E) Az AB és a DV egyenesek kölcsönösen kitérőek.

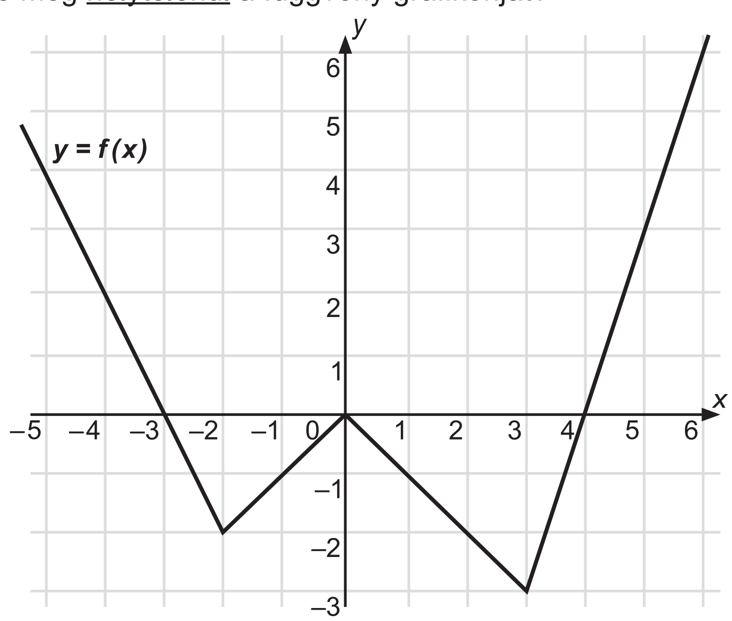
24 Legyen az L halmaz minden fentről korlátos másodfokú függvény halmaza, az M halmaz pedig minden páros másodfokú függvény halmaza.

Melyik másodfokú függvény tartozik ugyanakkor az L halmazba és az M halmazba is?

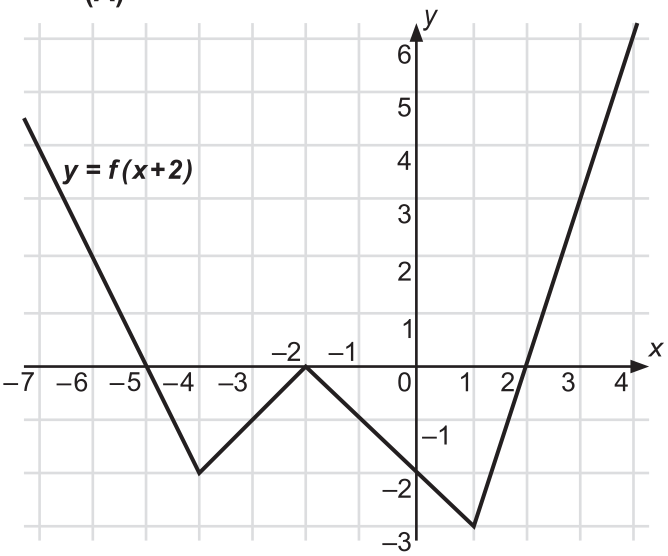
(A) $y = x^2 - 4$ **(B)** $y = -x^2 - 2x$ **(C)** $y = (x-2)^2$

(D) $y = -2x^2 + 3$ **(E)** $y = -x^2 + 2x - 1$

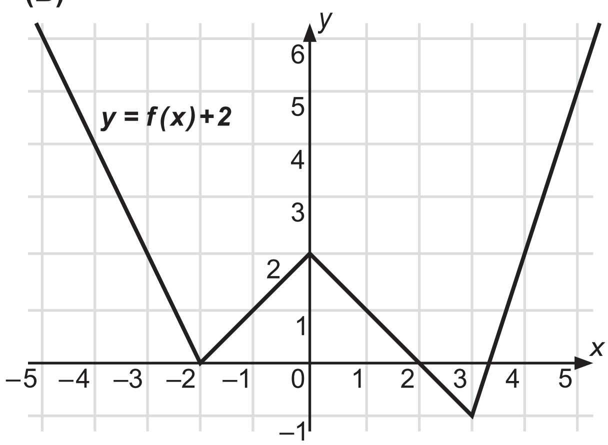
25 Anna azt kapta feladatul, hogy az ábrán látható $y = f(x)$ függvény grafikonja alapján szerkessze meg további öt függvény grafikonját az egyes lehetőségekhez tartozó ábrákon feltüntetett hozzárendelési szabály szerint. A lehetőségek közül melyikben szerkesztette meg helytelenül a függvény grafikonját?



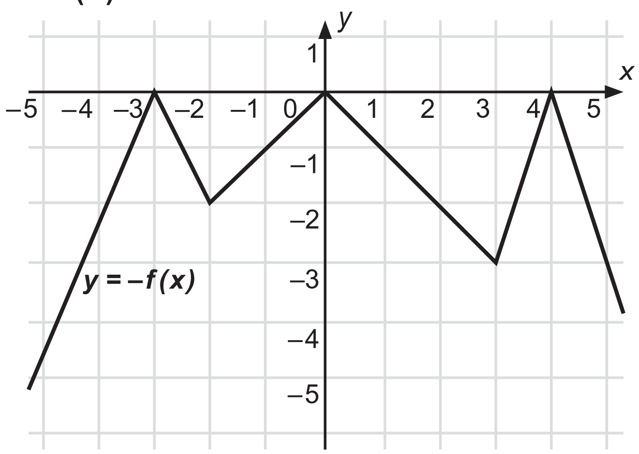
(A)



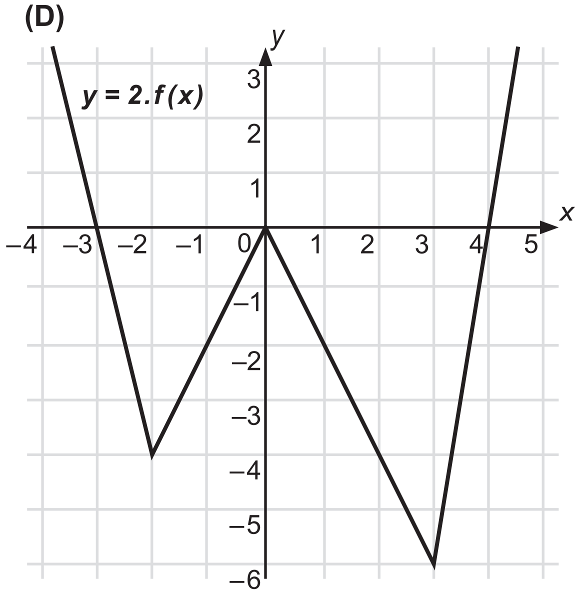
(B)



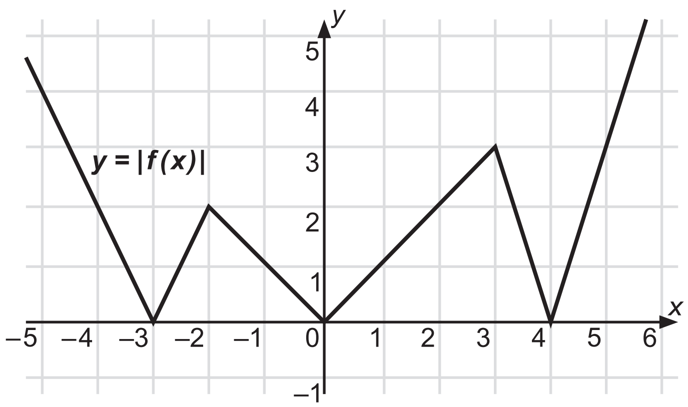
(C)



(D)



(E)



26 Döntsék el az alábbi három ítélet mindegyikéről, hogy igaz-e!

- 1. ítélet:

A négyszög mind a négy oldala akkor és csak akkor egybevágó, ha lehet köré kört írni.

- 2. ítélet:

Ha a négyszög szemközti oldalai párhuzamosak és ugyanolyan hosszúak, akkor az átlói felezik egymást.

- 3. ítélet:

A négyszög átlói akkor és csak akkor merőlegesek egymásra, ha szemközti belső szögei egybevágóak.

(A) Csakis a 2. ítélet igaz.

(B) Csak a 2. és a 3. ítélet igaz.

(C) Csak az 1. és a 2. ítélet igaz.

(D) Csak az 1. és a 3. ítélet igaz.

(E) Mindhárom ítélet igaz.

---

27 Hány olyan megoldása van a $\cos^3 x - \cos x = 0$ egyenletnek, amely a $\langle -2\pi ; 2\pi \rangle$ intervallumhoz tartozik?

(A) 4 **(B)** 6 **(C)** 7 **(D)** 8 **(E)** 9

---

28 Határozzák meg, hogy az alábbi halmazok közül melyik <u>nem</u> részhalmaza az $x^2 \geq 48$ egyenlőtlenség megoldáshalmazának!

(A) $(7; \infty)$ **(B)** $(-\infty; -7\rangle$ **(C)** $\langle -10; -6)$ **(D)** $\langle 7; 8)$ **(E)** $(-10; -7)$

---

29 Az $f: y = 5 - \dfrac{1}{x+2}$ függvényről szóló állítások közül melyik az igaz állítás?

(A) Az *f* függvény páros.

(B) Az *f* függvény páratlan.

(C) Az *f* függvény értékkészlete $(5; \infty)$.

(D) Az *f* függvény grafikonja tengelyesen szimmetrikus az $x = 5$ egyenesre.

(E) Az *f* függvény értelmezési tartománya $R - \{-2\}$.

---

30 A kalapban 6 piros és 10 sárga színű kislabda van. Egyszerre 2 kislabdát veszünk ki belőle. Határozzák meg annak a valószínűségét, hogy a kislabdák egyforma színűek lesznek!

(A) $\frac{1}{8}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{3}{8}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** $\frac{5}{8}$

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad \left(a^x\right)^y = a^{x \cdot y}$ $\quad \left(a \cdot b\right)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrikus függvények:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \mathrm{tg}\, x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Szinusztétel: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z\left(x \cdot y\right) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + \left(n-1\right) \cdot d$ $\qquad s_n = \dfrac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)$

Mértani sorozat: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P\left(n\right) = n!$ $\qquad V\left(k,n\right) = \dfrac{n!}{\left(n-k\right)!}$ $\qquad C\left(k,n\right) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{\left(n-k\right)!\,k!}$

$P'\left(n_1, n_2, \ldots, n_k\right) = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$ $\qquad V'\left(k,n\right) = n^k$ $\qquad C'\left(k,n\right) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t\vec{u},\quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0;\quad \left[a; b\right] \neq \left[0; 0\right]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\left|\vec{u}\right| \cdot \left|\vec{v}\right|}$

Az $M\left[m_1; m_2\right]$ pont távolsága a p: $ax + by + c = 0$ egyenestől: $\left|Mp\right| = \dfrac{\left|am_1 + bm_2 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $\left(x-m\right)^2 + \left(y-n\right)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
felszín	$2\left(ab + ac + bc\right)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat lapolvasóval dolgozzuk fel. Másolásuk, gyűrésük, összehajtásuk tilos!
Ahhoz, hogy válaszaikat a lapolvasó felismerhesse, vegyék figyelembe a következő utasításokat!

- Írjanak fekete vagy kék színnel író tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat, hagyományos vagy rotringceruzát!

- A feleletalkotó feladat eredményét egész számmal vagy tizedes szám segítségével fejezzék ki! Ha az eredmény egész szám, illetve tizedes szám legfeljebb két tizedes hellyel, a **pontos** eredményt írják be! Ha az eredmény tizedes szám több mint két tizedes hellyel, akkor a **két tizedes helyre kerekített** eredményt írják be!

- Az eredmény egyes számjegyeit írják a megjelölt mezőbe! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet, illetve „–” (mínusz) jelet írjanak!

- Beíráskor vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét! A „–” (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!

- Ha az eredményük egész szám, ne töltsék ki a tizedesvessző utáni mezőket!

- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, grammok, …) jelét ne írják a válaszadó lapra!

Például:

a 4 633 eredmény beírása:

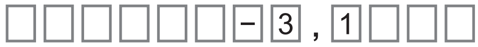
a 81,424 61 m eredmény beírása:

az 1 : 8 = 0,125 eredmény (arány) beírása:

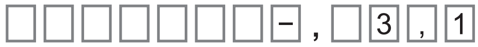
az $\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$ eredmény (tört) beírása:

- Az eredmény helytelen kitöltése esetében ne kérjenek új válaszadó lapot! A helytelenül kitöltött mezőt teljesen fessék be, és a helyes adatot a befestett mező elé vagy mögé írják.

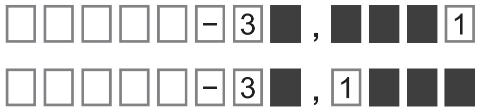
- A –3,1 eredmény **helyes** beírása:



- A –3,1 eredmény **helytelen** beírása:

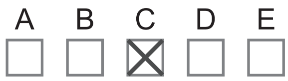


- A –3,1 eredmény helytelen beírásának javítása:

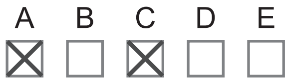


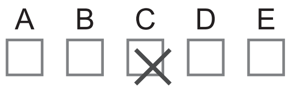
- A feleletválasztó feladat megoldását jelöljék X-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében.

- A **(C)** válasz **helyes** megjelölése:

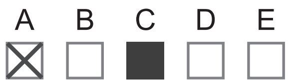


- A **(C)** válasz **helytelen** megjelölése:

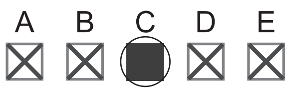




- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és jelöljék X-szel a másik mezőt!



- Ha esetleg ismét meggondolják magukat, és az eredetileg X-szel jelölt, majd befestett választ szeretnék újból megjelölni, írjanak X-et az összes mezőbe, és a befestett mezőt karikázzák be!



Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor erre utasítást kapnak!