MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VEDY,
VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
7180

MATURITA 2017

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **150 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu. Nesmiete používať kalkulačku s funkciami Graph, Graphic, Calc, Solve, programovateľnú kalkulačku, kalkulačku s grafickým displejom, zošity, učebnice ani inú literatúru.
- **Počítajte presne. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba konečný výsledok podľa pokynov uvedených na zadnej strane testu.**
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpoveďového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

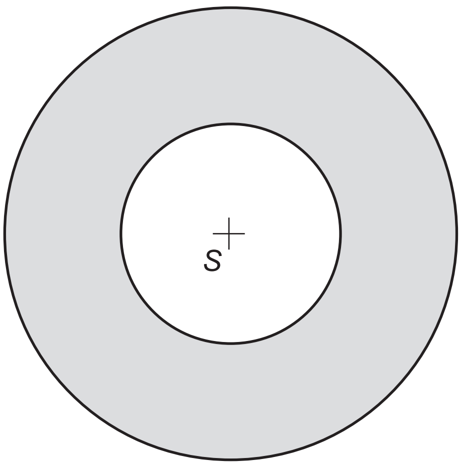
01 Tyč dlhá 7 m je tretinou svojej dĺžky v zemi a štvrtinou vo vode. Koľko metrov tyče nie je ani vo vode, ani v zemi?

02 V staroveku patrila úloha „zdvojenie kocky“ k euklidovsky neriešiteľným. Konštrukčne bolo potrebné zostrojiť hranu kocky tak, aby nová kocka mala dvojnásobný objem ako pôvodná kocka. Pôvodná kocka má dĺžku hrany 19 cm. Vypočítajte v centimetroch dĺžku hrany novej kocky s dvojnásobným objemom pôvodnej kocky.

03 Nájdite najmenšie päťciferné číslo tvaru A432B, ktoré je deliteľné 15.

04 Štvorvalcový motor auta je motor so štyrmi rovnakými valcami usporiadanými v rade. Vnútorný priemer jedného valca motora je 70 mm a výška 80 mm. Koľko je celkový objem tohto motora auta v centimetroch kubických?

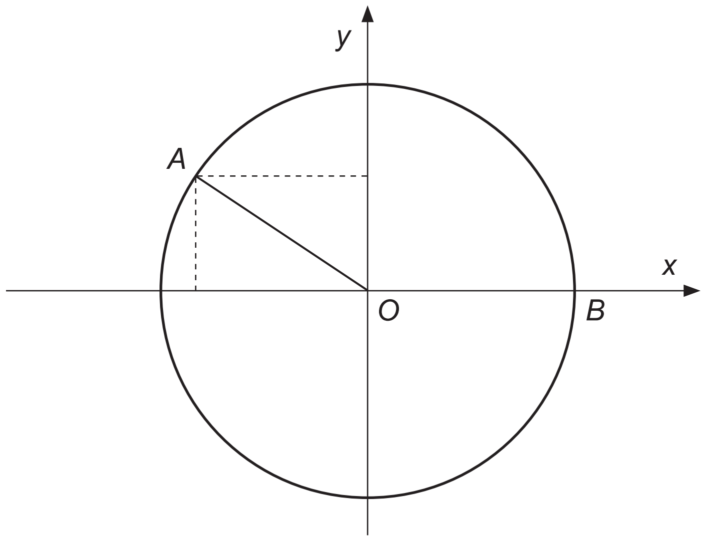
05 Obsah medzikružia tvorený dvoma kružnicami so spoločným stredom je 100 cm^2. Polomer vonkajšej kružnice sa rovná dvojnásobku polomeru vnútornej kružnice. Určte v centimetroch veľkosť polomeru vonkajšej kružnice.



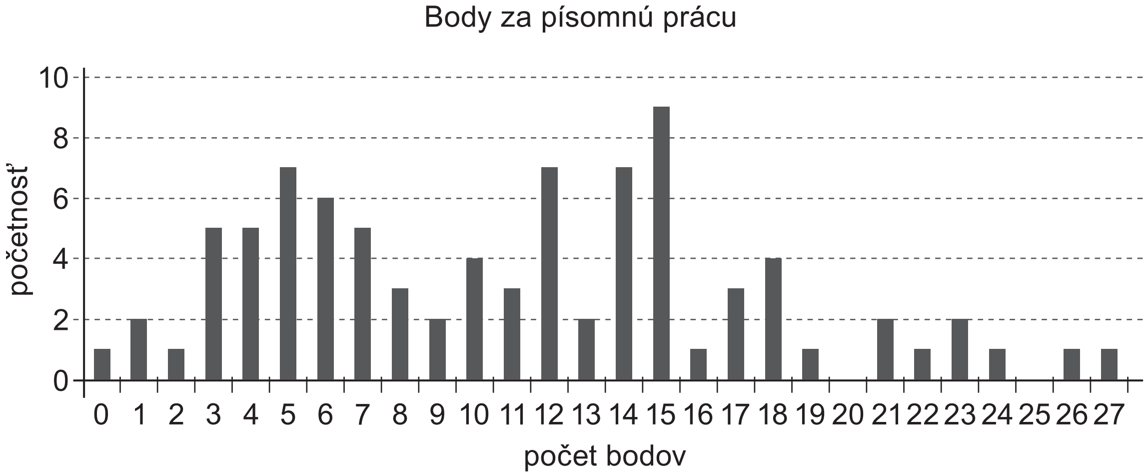
06 Súčet 17 rôznych prirodzených čísel je 154. Určte súčet dvoch najväčších z nich.

07 Roztržitá úradníčka posiela tri rôzne listy. Náhodne vloží listy do troch obálok s napísanými adresami. Aká je pravdepodobnosť, že ani jeden list <u>nebude</u> odoslaný na správnu adresu?

08 V karteziánskej súradnicovej sústave je daná jednotková kružnica, na ktorej ležia body A a B. Bod O má súradnice $O[0;0]$ a bod B súradnice $B[1;0]$. Veľkosť uhla BOA je 151°. Určte x-ovú súradnicu bodu A.

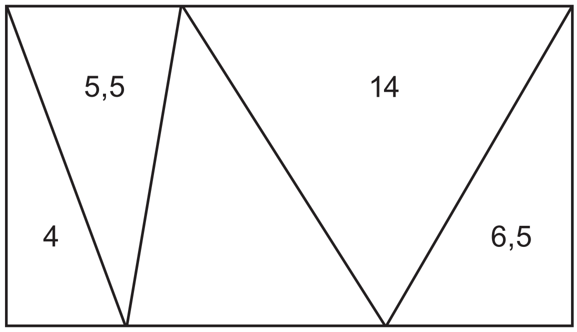


09 Nasledujúci histogram znázorňuje, koľko z 86 žiakov dosiahlo daný počet bodov z písomnej práce. Určte medián získaných bodov.



10 Určte hodnotu čísla a tak, aby grafy funkcií $f: y = x^2$ a $g: y = 2x + a$ mali spoločný práve jeden bod.

11 Je daný obdĺžnik, ktorý je rozdelený na 5 trojuholníkov. Čísla v jednotlivých trojuholníkoch predstavujú ich obsah v cm². Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah celého obdĺžnika.

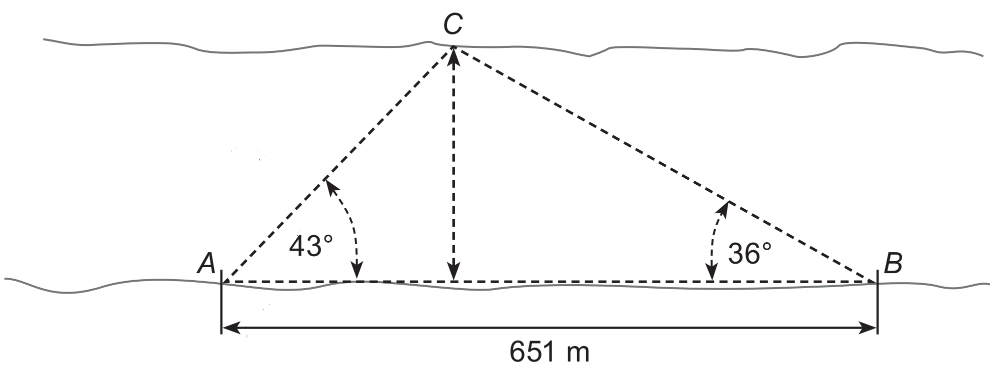


12 Vypočítajte koreň rovnice $\log(6x+4) - \log\left(\frac{x}{2} - 7\right) = \log 100$.

13 Vypočítajte súčet x-ových súradníc priesečníkov kružnice danej rovnicou $(x-1)^2 + y^2 = 1$ a priamky danej parametricky $x = t,\ y = t,$ kde $t \in R$.

14 Obsah lichobežníka je $132\,\text{cm}^2$. Rozdiel dĺžok oboch základní je $6\,\text{cm}$, výška je o $2\,\text{cm}$ dlhšia ako kratšia základňa. Určte v centimetroch veľkosť výšky lichobežníka.

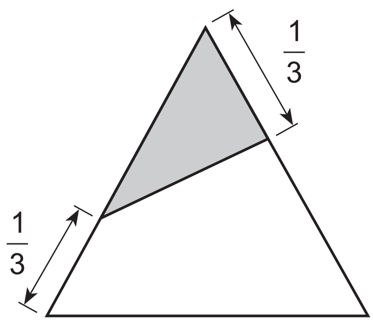
15 Zememerač nameral tieto hodnoty $|AB| = 651\,\text{m}$, $|\measuredangle BAC| = 43°$, $|\measuredangle ABC| = 36°$ a nakreslil nasledujúci obrázok. Vypočítajte šírku rieky.



16 Priamka p je daná predpisom $y = \frac{1}{2}x - 1$. Priamka q je kolmá na priamku p a prechádza bodom $A[1; 5]$. Určte y-ovú súradnicu bodu, ktorý je priesečníkom priamky q s osou y.

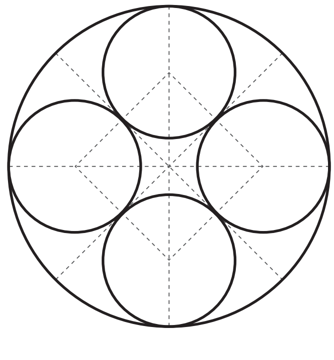
17 Peter zabudol štvorčíselný kód svojho zámku na školskej skrinke. Našťastie si o ňom pamätá zopár informácií. Vie, že prvé dvojčíslie je deliteľné 15 a druhé 7. Peter je však veľký smoliar, a preto musel vyskúšať všetky možnosti (vrátane možnosti 0000). Na koľký pokus Peter otvoril zámok?

18 Kordélia z rovnostranného trojuholníka odstrihla vyfarbenú časť, ako vidíte na obrázku (najkratšia strana vyfarbeného trojuholníka je $\frac{1}{3}$ dĺžky strany pôvodného trojuholníka). Vypočítajte, akú časť z trojuholníka odstrihla.



19 Pravdepodobnosť vyklíčenia každej kôstky avokáda je 0,9. Zasadili sme 3 kôstky. Aká je pravdepodobnosť, že vyklíčia práve dve z nich?

20 Gotický štvorlístok je ornament, v ktorom sú do väčšej kružnice vpísané štyri rovnaké dotýkajúce sa menšie kružnice, ako vidíte na obrázku. Polomer veľkej kružnice je jeden meter. Vypočítajte v metroch polomer menšej kružnice.



Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**.
Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Koľko celočíselných riešení má nerovnica $12 - 4x \geq x^2$?

(A) 3

(B) 7

(C) 8

(D) 9

(E) 11

22 Juraj, Filip, Karol a Milan si plánovali jarné prázdniny. Každý z chlapcov vyslovil svoje želanie.

Juraj: „Chcem ísť do Vysokých Tatier alebo bývať v hoteli.“

Filip: „Chcem ísť do Vysokých Tatier a bývať v chate.“

Karol: „Ak nepôjdeme do Vysokých Tatier, tak chcem bývať v hoteli.“

Milan: „Ak pôjdeme do Vysokých Tatier, tak chcem bývať v chate alebo chcem, aby sme mali v cene ubytovania aj raňajky.“

Nakoniec všetci išli na jar do Vysokých Tatier, bývali v hoteli a v cene ubytovania mali raňajky.
Vyberte možnosť, v ktorej sú všetci chlapci so splneným želaním.

(A) Juraj, Karol a Milan

(B) Juraj a Filip

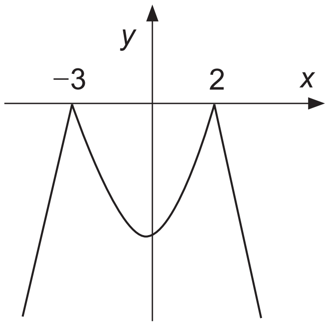
(C) Karol, Filip a Milan

(D) Karol a Milan

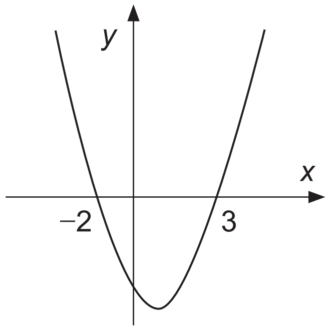
(E) Juraj, Filip a Karol

23 Ktorý z nasledujúcich obrázkov je grafom funkcie $y = \left| \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{25}{4} \right|$?

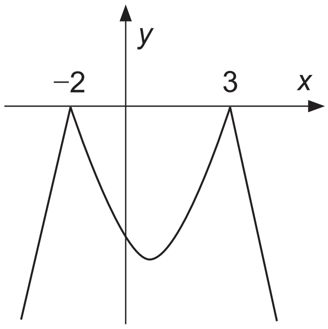
(A)



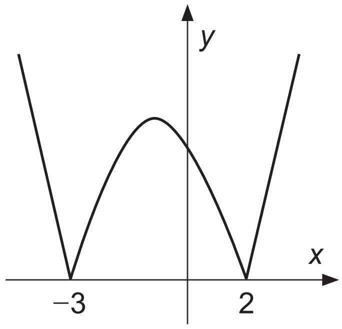
(B)



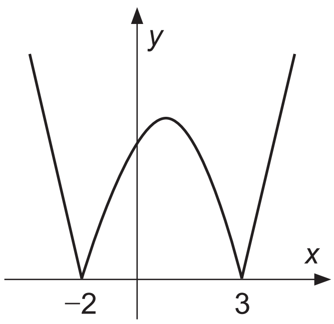
(C)



(D)



(E)



24 Inverzná funkcia k funkcii $f(x) = \sqrt{x-3} + 1$ pre $x \geq 3$ je funkcia:

(A) $f^{-1}(x) = x^2 + 2$ pre $x \geq 1$

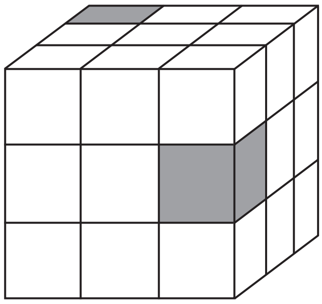
(B) $f^{-1}(x) = (x+1)^2 + 3$ pre $x \geq 1$

(C) $f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 3$ pre $x \geq 1$

(D) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 + 3$ pre $x \geq 1$

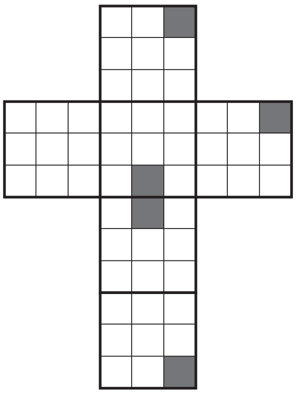
(E) $f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 3$ pre $x \geq 1$

25 Kocka je zložená z $3 \times 3 \times 3$ malých kociek, z ktorých sú 2 čierne a 25 je bielych.

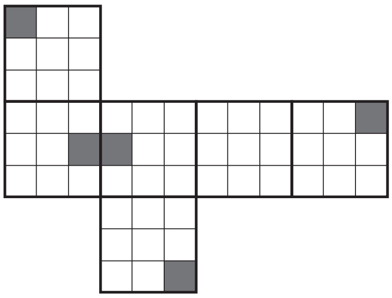


Určte, ktorá zo sietí nie je sieťou tejto kocky.

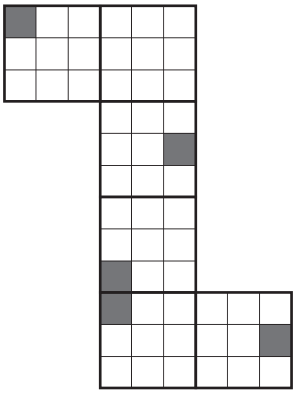
(A)



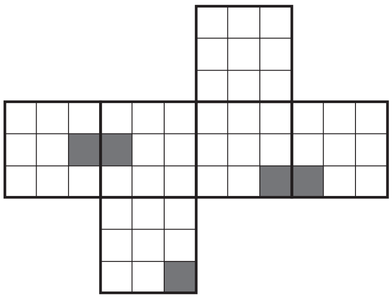
(B)



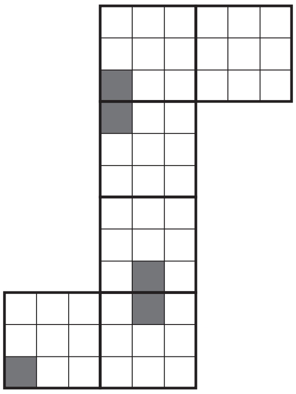
(C)



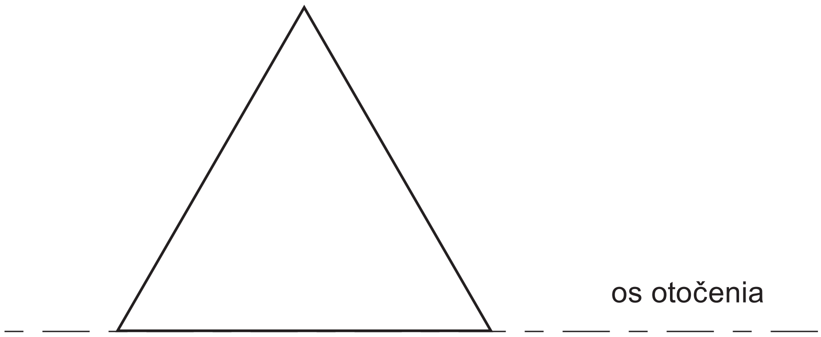
(D)



(E)



26 Rotačné teleso vzniklo rotáciou rovnostranného trojuholníka s dĺžkou strany $a = 2$ cm okolo jednej z jeho strán. Vypočítajte objem tohto rotačného telesa.



(A) π cm^3

(B) $2\pi\sqrt{3}$ cm^3

(C) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ cm^3

(D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ cm^3

(E) 2π cm^3

27 V ovocnom sade sú stromy vysadené v rade. Medzi dvoma susednými stromami je vždy dvojmetrová medzera. Janko v sade každý deň beháva popri stromoch v rade. Aby sa zabavil, beží od prvého stromu k druhému a naspäť, potom od prvého k tretiemu a naspäť, ďalej od prvého k štvrtému a naspäť, atď.
Ku ktorému najvzdialenejšiemu stromu podľa poradia dobehne, ak začína aj končí pri prvom strome a neubehne viac ako 500 metrov?

(A) k 13.

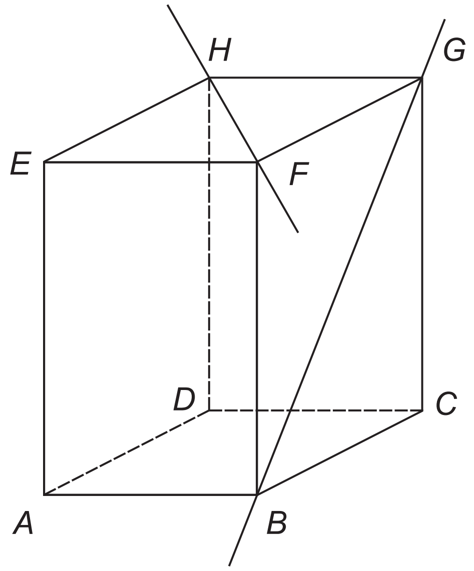
(B) k 14.

(C) k 15.

(D) k 16.

(E) k 17.

28 Je daný kváder $ABCDEFGH$. Vieme, že $|AB| = 1$ cm, $|BC| = 2$ cm, $|AE| = 3$ cm. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla, ktorý zvierajú priamky BG a FH.



(A) 60,26°

(B) 61,29°

(C) 69,30°

(D) 71,94°

(E) 81,87°

29 Graf funkcie $y = \log_2 x$ sa pretína s grafom funkcie $y = (x-2)^2$ v dvoch bodoch $A = [x_a; y_a]$ a $B = [x_b; y_b]$. Ktoré z tvrdení o týchto bodoch je pravdivé?

(A) $x_a, x_b \in (-\infty; 2\rangle$

(B) $x_a, x_b \in \langle 1; 3\rangle$

(C) $x_a, x_b \in (1; 4)$

(D) $x_a, x_b \in (2; 4)$

(E) $x_a, x_b \in \langle 3; \infty)$

30 Koľko sedemciferných čísel sa dá napísať číslicami 5, 7, 8, 8, 0, 0, 0?

(A) 120

(B) 240

(C) 420

(D) 2 520

(E) 5 040

KONIEC TESTU

PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad \left(a^x\right)^y = a^{x\cdot y}$ $\quad (a\cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2\cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Sínusová veta: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\qquad$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k\cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ $\qquad s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q-1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\qquad V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$P' = (n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$ $\qquad V' = (k,n) = n^k$ $\qquad C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u},\quad t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0;\quad [a;b] \neq [0;0]$

Uhol vektorov: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$: $|Mp| = \dfrac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.
Dodržte nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.

- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.

- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políčok. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „−“ (mínus).

- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „−“ (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.

- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.

- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,…) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

$\square\square\square\square\boxed{4}\boxed{6}\boxed{3}\boxed{3}\,,\,\square\square\square\square$

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

$\square\square\square\square\square\square\boxed{8}\boxed{1}\,,\,\boxed{4}\boxed{2}\square\square$

výsledok (pomer) $1:8 = 0{,}125$ zapíšte:

$\square\square\square\square\square\square\square\boxed{0}\,,\,\boxed{1}\boxed{3}\square\square$

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$ zapíšte:

$\square\square\square\square\square\square\square\boxed{1}\,,\,\boxed{6}\boxed{7}\square\square$

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšte pred alebo za zaplnené políčko.

- **Správne** zapísaný výsledok $-3{,}1$:

$\square\square\square\square\square\square\square\boxed{-}\boxed{3}\,,\,\boxed{1}\square\square\square$

- **Nesprávne** zapísaný výsledok $-3{,}1$:

$\square\square\square\square\square\square\square\square\boxed{-}\,,\,\square\boxed{3}\boxed{,}\boxed{1}$

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

$\square\square\square\square\square\boxed{-}\boxed{3}\blacksquare\,,\,\blacksquare\blacksquare\blacksquare\boxed{1}$

$\square\square\square\square\square\boxed{-}\boxed{3}\blacksquare\,,\,\boxed{1}\blacksquare\blacksquare\blacksquare$

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom × do príslušného políčka.

- **Správne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A	B	C	D	E
$\square$	$\square$	$\boxtimes$	$\square$	$\square$

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A	B	C	D	E
$\boxtimes$	$\square$	$\boxtimes$	$\square$	$\square$

A	B	C	D	E
$\square$	$\square$	$\boxtimes$	$\square$	$\square$

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A	B	C	D	E
$\boxtimes$	$\square$	$\blacksquare$	$\square$	$\square$

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A	B	C	D	E
$\boxtimes$	$\boxtimes$	$\blacksquare$	$\boxtimes$	$\boxtimes$

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!