

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2011

KÖZPONTI (EXTERN) RÉSZ

MATEMATIKA

**NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT.**

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **120 perc** áll a rendelkezésükre.
- A tesztben kétféle feladattípus található:
 - A rövid választ igénylő feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! A beírásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
 - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyes feleletet! Mindig csak egy válasz a helyes. A helyes feleletet ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, számológépet és azt a képlet-áttekintést használhatják, amely a teszt részét képezi. Nem használhatnak füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékelésnél nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatóak. Olvassák el figyelmesen!**

Sok sikert kívánunk!

Akkor kezdjenek dolgozni, amikor utasítást kapnak!

I. rész

- Oldják meg a **01-től 20-ig** számozott feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.
- Az eredményt **tizedes számok segítségével** írják a válaszadó lapra!
- Az írásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
- Pontos eredményeket tüntessenek fel, – vagy ha a feladat utasítása úgy szól – kerekítve, az utasítás szerint (általában két tizedes helynyi pontossággal).
- A – (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, ...) jelét **ne írják** a válaszadó lapra!
- Ha az eredményük egész szám, **ne töltsék ki** a tizedes vessző utáni mezőket!

Például:

a -33,1 eredmény	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	-	<input type="text"/>	<input type="text"/>	,	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
az 5 cm eredmény	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	5	,	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
a 327,19° eredmény	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	3	2	7	,	1	9	<input type="text"/>	<input type="text"/>
eredmény 2:5	beírása	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	0	,	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

1 Számítsák ki a $\log(3x + 12) = \log(5x - 18)$ egyenlet gyökét!

2 Az úszóverseny döntőjébe nyolc úszó jutott be. Határozzák meg, hány különböző elhelyezés lehet a három érmes helyen, ha mindegyik érmet más úszó kapja meg!

3 Az 1 : 10 000 mértékű térképen két hely távolsága 85 mm. Állapítsák meg, mekkora lesz a két hely távolsága az 1 : 25 000 mértékű térképen! Az eredményt milliméterekben írják be!

4 Határozzák meg azt a kilenccel osztható kétjegyű természetes számot, amely négyszer nagyobb a számjegyei összegénél!

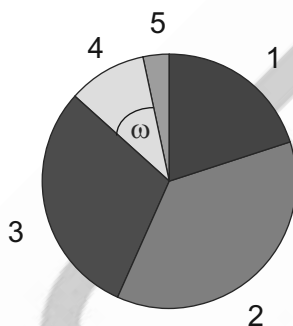
5 Számítsák ki a $(x + 2011)^{20} = 0$ egyenlet gyökét!

6 Az ABC háromszögben az oldalhosszak aránya $a : b = 1 : 2$, a szög $\alpha = 30^\circ$. Határozzák meg fokokban az ABC háromszög legnagyobb belső szögének nagyságát!

7 Határozzák meg a c valós számot úgy, hogy a 4-es szám a $3x^2 - 2x + c = 0$ egyenlet gyöke legyen!

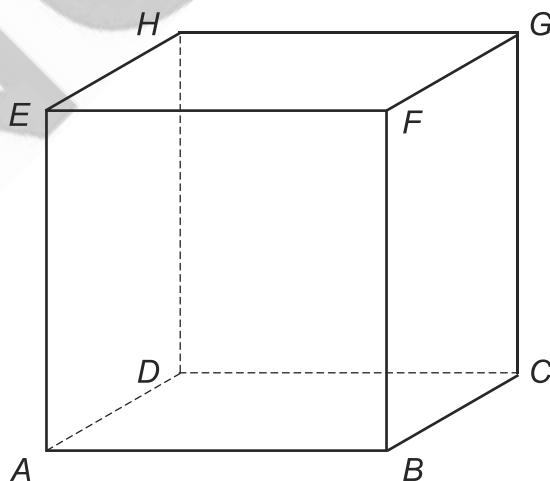
8 A tanulók év végi matematikajegyeit az alábbi táblázat és diagram szemlélteti.

Érdemjegy	1	2	3	4	5
Tanulók száma	6	11	9	3	1



Határozzák meg a fenti diagramban a 4-es érdemjegyhez tartozó ω szög nagyságát fokokban!

9 Az $ABCDEFGH$ kocka metszete az ACH síkkal egyenlő oldalú háromszög, amelynek a kerülete 18 cm. Számítsák ki a kocka élének hosszát! Az eredményt centiméterekben, két tizedes helynyi pontossággal tüntessék fel!



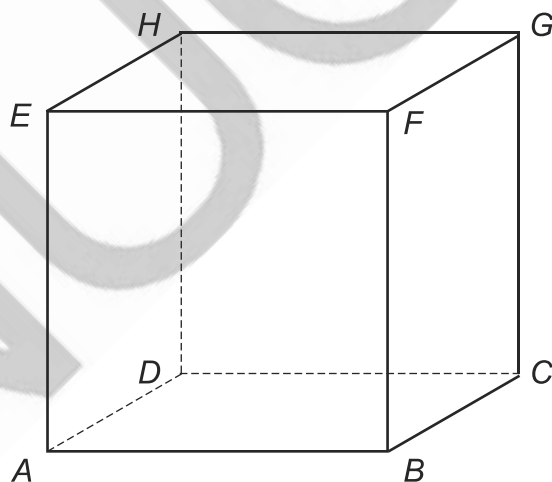
- 10** Határozzák meg a $\cos x = \cos 12^\circ$ egyenlet gyökeit a $\langle -90^\circ; 360^\circ \rangle$ intervallumból.
A válaszadó lapra a fenti egyenlet adott intervallumba tartozó gyökeinek összegét írják be!

- 11** A színházban a földszinten 20 sor ülőhely van. Az első sorban 16 ülőhely van, minden további sorban két ülőhellyel több van, mint az előzőben. Határozzák meg a színház földszintjén levő összes ülőhely számát!

- 12** Két játékkockával (pirossal és fehérrel) dobunk. Állapítsák meg annak a valószínűségét, hogy a két kockán esett pontok összege öt lesz! Az eredményt a $\langle 0; 1 \rangle$ intervallumba tartozó tizedes számmal írják be két tizedes helynyi pontossággal!

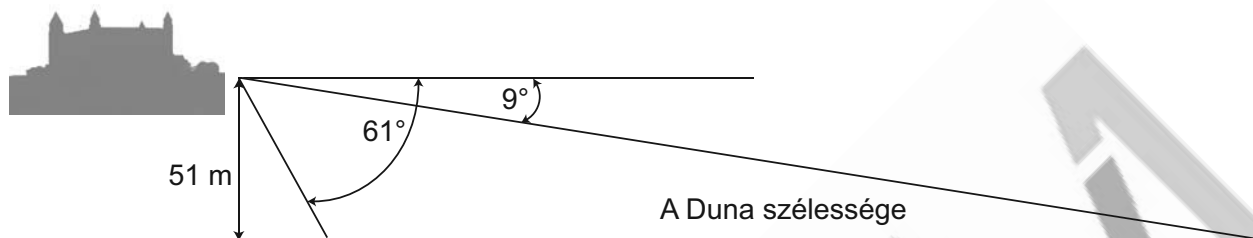
- 13** Három gyurmagolyó sugarai $r_1 = 3$ cm, $r_2 = 4$ cm és $r_3 = 5$ cm. Ebből a három golyóból egy nagygolyót modelleztek ki. Számítsák ki centiméterekben a kapott golyó sugarát!

- 14** Adott az $ABCDEFGH$ kocka. Számítsák ki a BG lapátló és a HB testátló hajlásszögét! Az eredményt fokokban, két tizedes helynyi pontossággal tüntessék fel!



- 15** Adottak a $2x + 3y - 18 = 0$ és a $3x - y - 5 = 0$ egyenletekkel meghatározott egyenesek. Határozzák meg az adott egyenesek metszéspontjának távolságát a koordináta-rendszer $[0; 0]$ kezdőpontjától!

- 16** A földmérési szakközépiskola tanulója a pozsonyi várból mérte a Duna szélességét. Ha a folyóra merőleges síkban végzi a beméréseket, a Duna partjait 61° és 9° mélységi szögekben látja (lásd az ábrát). A tanuló megfigyelőhelyének magassága a Duna szintjéhez képest 51 méter. Határozzák meg a Duna szélességét a mért adatok alapján! Az eredményt egész méterekre kerekítsék!

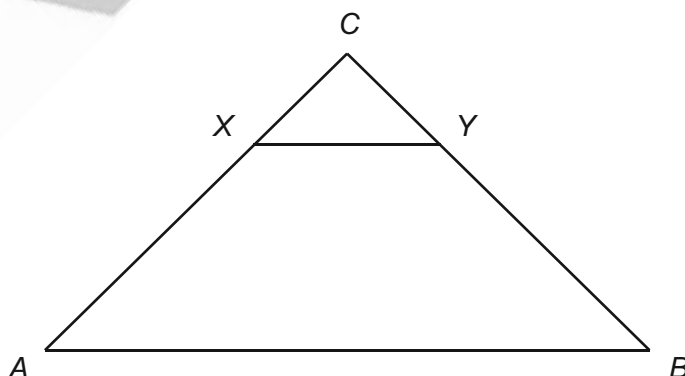


- 17** A mértani sorozat második tagja $a_2 = 6$ és ötödik tagja $a_5 = 162$. Határozzák meg ezen sorozat első öt tagjának összegét!

- 18** A kockát három különböző síkkal kisebb kockákra vágjuk. Az összes metszősík áthalad a kocka középpontján és párhuzamos a kocka valamelyik párhuzamos oldallap párjával. Határozzák meg az összes kapott kis kocka felszínei összegének és az eredeti kocka felszínének az arányát!

- 19** A konvex sokszögnek 35 átlója van. Határozzák meg a sokszög oldalainak számát!

- 20** Az ABC egyenlő szárú háromszögben az XY szakasz párhuzamos a háromszög alapjával. Az XY szakasz az ABC háromszöget egy kisebb háromszögre és egy trapézra osztja fel (lásd az ábrát). A kisebb háromszög területének és a trapéz területének aránya 1:8. Határozzák meg az XY szakasz hosszát, ha $|AB| = 9$ és $|AC| = |BC| = 6$.



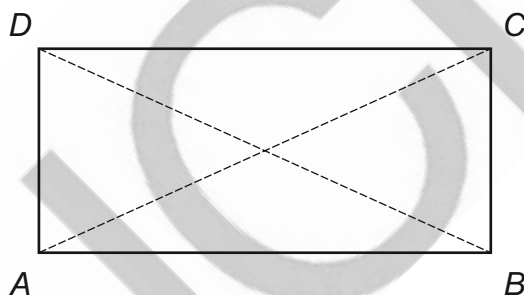
II. rész

A 21-től 30-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált (A) – (E) válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében! A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 Összesen hány öttel osztható háromjegyű természetes szám van, amelyeknek a számjegyösszege négyvel egyenlő?

- (A) 5
- (B) 4
- (C) 3
- (D) 2
- (E) 1

22 Az $ABCD$ téglalapban az oldalhosszak aránya $\sqrt{3}:1$. Határozzák meg az $ABCD$ téglalap átlói által bezárt kisebb szög nagyságát!



- (A) 60°
- (B) 120°
- (C) 130°
- (D) 70°
- (E) 30°

23 Adottak az $A = \{x \in \mathbb{Z}; x^2 > 17\}$ és $B = \{-16; -5; -3; 0; 8; 18\}$ halmazok. Hány eleme van a $B - A$ halmaznak?

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) 4

24 Az osztályban 11 fiú és 14 lány van. Az osztály tanulói közül véletlenszerűen kiválasztanak két tanulót tesztelésre. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott tanulók ugyanolyan neműek lesznek?

(A) $\frac{73}{150}$

(B) $\frac{77}{150}$

(C) $\frac{91}{300}$

(D) $\frac{11}{60}$

(E) $\frac{41}{60}$

25 Állapítsák meg az $f: y = \sqrt{\frac{1-x}{x-2}} + 2$ függvény értelmezési tartományát!

(A) $(2; 3)$

(B) $(-\infty; 2) \cup (3; \infty)$

(C) $(-\infty; 2) \cup (2; \infty)$

(D) $\langle 3; \infty$

(E) $(-\infty; 2) \cup \langle 3; \infty$

26 Határozzák meg, hogy az alábbi állítások közül hány igaz!

- Ha $x \in B$ és $x \notin A$, akkor $x \in B - A$.
- Ha $x \in B$ és $x \notin A$, akkor $x \in A \cup B$.
- Ha $x \in A \cup B$, akkor $x \in A$ és egyúttal $x \in B$.
- Ha $x \notin A \cap B$, akkor $x \notin A$ és egyúttal $x \notin B$.
- Ha $x \in A \cap B$, akkor $x \in A$ vagy $x \in B$.

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

27 Két szabályos tetraéder felszíne 84 cm^2 és 189 cm^2 . Milyen arányban vannak a térfogataik?

- (A) 2:3
- (B) 4:9
- (C) 4:27
- (D) 8:27
- (E) 3:8

28 Az $f: y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$ függvény grafikonja

- (A) parabola.
- (B) parabola egy pont nélkül.
- (C) hiperbola (lineáris törtfüggvény grafikonja).
- (D) egyenes.
- (E) egyenes egy pont nélkül.

29 Határozzák meg az $|x - y|$ kifejezés legnagyobb értékét, ha az x, y valós számokra érvényes $|x - 4| \leq 2$ és $|10 - y| \leq 3$.

- (A) 5
- (B) 7
- (C) 11
- (D) 13
- (E) 19

30 Adott az egyenes, amely áthalad az $A[-3; 22]$ és $B[33; -2]$ pontokon. Határozzák meg ezen egyenes összes olyan pontjának számát, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív egész szám!

- (A) 3
- (B) 5
- (C) 7
- (D) 9
- (E) 11

VÉGE A TESZTNEK

Vyhlasenie o autorstve

Toto dielo a jeho obsah (vrátane grafickej úpravy a usporiadania) je chránené autorským právom podľa zákona č. 618/2003 Z. z. o autorskom práve a právach súvisiacich s autorským právom (autorský zákon) v znení neskorších predpisov.

Nositeľom majetkových práv k autorskému dielu je Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania (NÚCEM), ktorý je oprávnený vykonávať tie majetkové práva k dielu, ktoré sú vyhradené.

Na každé použitie tohto diela, najmä na vyhotovenie jeho rozmnoženiny, verejné prezentovanie a rozširovanie originálu diela alebo jeho rozmnoženiny predajom alebo inou formou prevodu vlastníckeho práva a spracovanie diela je potrebný predchádzajúci písomný súhlas NÚCEM.

Akékoľvek použitie diela bez súhlasu NÚCEM môže mať za následok postihnutie občianskoprávnou alebo trestnoprávnou cestou, vznik zodpovednosti za škodu spôsobenú nositeľovi majetkových práv alebo autorovi v zmysle ustanovení Občianskeho zákonníka a Trestného zákona, prípadne uplatnenie iných práv NÚCEM vyplývajúcich mu z autorského zákona a iných právnych predpisov.

NÚCEM

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrikus függvények:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Szinusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z (x \cdot y) = \log_z x + \log_z y \quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Számtani sorozat:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Mértani sorozat:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n! \quad V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Az $M [m_1; m_2]$ pont távolsága a $p: ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat számítógéppel dolgozzuk fel. Nem engedélyezett a sokszorosításuk. Ahhoz, hogy a válaszaik olvashatóak legyenek, vegyék figyelembe a következő utasításokat:

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat vagy ceruzát!
- A szövegmezőkbe (az iskola kódja, a teszt kódja, a tanuló születési száma,...) nagy nyomtatott betűket vagy számokat írjanak a lejjebb megadott minta alapján! Pontosan a kijelölt mezőkbe írjanak!

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- A feleletválasztó feladatok megfejtéseit ikszeljék be .

- **A válasz helyes megjelölése**

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **A válasz helytelen megjelölése**

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Az adatok vagy feleletek helytelen kitöltése esetében a következő utasítások szerint járjanak el: Semmi esetben se kérjenek új válaszadó lapot!
- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és ikszeljék be a másik mezőt!

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Ha esetleg újra meggondolják magukat, és az eredetileg beikszelt majd befestett választ szeretnék megjelölni, ikszeljék be az összes mezőt, és a befestett mezőt karikázzák be!

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

- A feleletalkotó feladatok megoldásainak egyes számjegyeit írják be a megjelölt mezőbe a feljebb megadott minta alapján! Vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomatott helyét! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet illetve „-“ jelet írjanak.

- A -3,1 eredmény **helyes** beírása

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	,	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- A -3,1 eredmény **helytelen** beírása

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	,	3	,	1
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	---

- A -3,1 eredmény beírásának kijavítása

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	,	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	1
--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---

vagy

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	3	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	,	1	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>	<input style="background-color: black;" type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---

Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor utasítást kapnak!