

Maturitná skúška 2009

Správa o výsledkoch externej časti maturitnej skúšky

Matematika

Mgr. Zuzana Juščáková, PhD.

Mgr. Pavol Kelecsényi

PaedDr. Ivana Pichaničová, PhD.

OBSAH

ÚVOD	4
1 TESTOVANÍ ŽIACI.....	5
2 VÝSLEDKY	7
2.1 Všeobecné výsledky	8
2.2 Analýza rozdielov vo výsledkoch	9
2.2.1 Rozdiely podľa typu škôl.....	9
2.2.2 Rozdiely podľa krajov	10
2.2.3 Rozdiely podľa zriaďovateľa	11
2.2.4 Rozdiely podľa pohlavia	12
2.2.5 Rozdiely podľa známky	13
3 POLOŽKOVÁ ANALÝZA.....	14
3.1 Porovnanie variantov testu MAT09	14
3.2 Obtiažnosť	15
3.3 Medzipoložková korelácia	17
3.4 Kľúče a distraktory	18
3.5 Distribúcia úspešnosti a citlivosť.....	19
3.6 Neriešenosť.....	25
3.7 Súhrnné charakteristiky položiek.....	26
4 HODNOTENIE A INTERPRETÁCIA VÝSLEDKOV	27
4.1 Charakteristika testu.....	27
4.2 Úspešnosť testu.....	27
4.2.1 Úspešnosť v tematických celkoch	27
4.2.2 Úspešnosť v položkách	33
4.2.3 Úspešnosť žiakov	34
ZÁVER.....	35
LITERATÚRA.....	36

Vysvetlivky

MS	– maturitná skúška
EČ	– externá časť (maturitnej skúšky)
GYM	– gymnáziá
OSŠ	– ostatné stredné školy
N	– veľkosť štatistického súboru, počet žiakov
BA	– Bratislavský kraj
TT	– Trnavský kraj
TN	– Trenčiansky kraj
NR	– Nitriansky kraj
ZA	– Žilinský kraj
BB	– Banskobystrický kraj
PO	– Prešovský kraj
KE	– Košický kraj
Sig.	– obojstranná signifikancia, štatistická významnosť
MAT09	– označenie testu z matematiky
<i>P. Bis.</i>	– Point Biserial, parameter medzipoložkovej korelácie
<i>r</i>	– korelačný koeficient, koeficient vecnej signifikancie
položka (testová)	– príklad, úloha, otázka v teste určená na riešenie a hodnotená (0, 1) v hrubom skóre

Úvod

Dňa 19. marca 2009 sa konala externá časť maturitnej skúšky (EČ MS) z matematiky. V tomto roku sa maturovalo na jednej úrovni, na rozdiel od predchádzajúcich rokov, keď si žiaci mali možnosť zvoliť vyššiu úroveň A alebo základnú úroveň B.

Cieľom externej časti maturitnej skúšky je overiť a zhodnotiť tie vedomosti a zručnosti maturantov, ktoré nie je možné overiť v dostatočnej miere v ústnej forme internej časti maturitnej skúšky. Testy EČ MS z matematiky preverujú nielen vedomosti a zručnosti žiakov, ale sú zamerané aj na matematickú gramotnosť. Vysoká objektivita a validita skúšky zaručuje porovnateľné výsledky pre žiakov z celého Slovenska.

Správa dokladuje korektnosť a exaktnosť maturitnej skúšky a spracovania jej výsledkov. V prvej časti správy kvantifikujeme *štatistický súbor*. Údaje o počtoch žiakov sú členené z hľadiska územného, zriaďovateľa školy, typu školy a pohlavia.

V ďalšej časti *Výsledky* prezentujeme možné faktory rozdielnosti výkonov v EČ MS prostredníctvom základných štatistických charakteristík testu, distribúcie úspešnosti žiakov a výsledky spracované podľa vybraných triediacich znakov.

V časti *Položková analýza* predkladáme informácie o psychometrických charakteristikách testu, aby sme dokladovali kvalitu testu a odhaľovanie kritických položiek.

V časti *Hodnotenie a interpretácia výsledkov* uvádzame charakteristiku testu, úspešnosť žiakov v jednotlivých tematických celkoch a špecifické výsledky pri vybraných položkách. Súčasne v tejto kapitole interpretujeme niektoré výsledky prezentované v druhej a tretej kapitole.

V *Závere* sumarizujeme štatistické zistenia smerované k hodnoteniu výkonov populačného ročníka a k overeniu meracieho nástroja, prípadne identifikujeme jeho slabiny v záujme budúceho skvalitnenia tvorby testov.

Informácie, ktoré správa prináša, sú určené tvorcami testov, didaktikom jednotlivých predmetov a kompetentným pracovníkom v problematike hodnotenia výsledkov vzdelávania a celej pedagogickej verejnosti.

Východiská testovania, základné informácie o priebehu EČ MS, o testovacích nástrojoch, metódach spracovania dát a vysvetlenie niektorých odborných pojmov, štatistických postupov a vzťahov uvádzame v samostatnom dokumente – Príručka.

Variants vyhodnoteného testu, *Kľúč správnych odpovedí* a *Príručka* sú uverejnené na www.nucem.sk.

1 TESTOVANÍ ŽIACI

Do testovania v predmete matematika (test MAT09) sa zapojilo 9 250 žiakov z 393 škôl, z čoho 78,6 % tvoria štátne školy. On-line formou riešilo testy 392 žiakov z 20 škôl, čo predstavuje 4,2 % všetkých žiakov maturujúcich z matematiky.

Z pohľadu vyučovacieho jazyka testy z matematiky písalo 4,8 % žiakov zo škôl s vyučovacím jazykom maďarským, pričom zastúpenie žiakov s vyučovacím jazykom maďarským vo všetkých predmetoch EČ MS 2009 bolo 4,1 %.

Keďže matematika je v rámci maturitnej skúšky voliteľným predmetom, je zaujímavá informácia, že takmer 30 % zo všetkých žiakov, ktorí písali EČ MS 2009 z matematiky, nie sú žiakmi gymnázií. Za povšimnutie stojí tiež fakt, že maturitnej skúšky z matematiky sa zúčastnilo významne menej dievčat ako chlapcov.

V nasledujúcich tabuľkách uvádzame počty žiakov a škôl triedené podľa krajov, zriaďovateľa školy, typu školy, pohlavia a variantov testu.

Tab. 1 Počet škôl a žiakov podľa krajov

		Školy		Žiaci	
		počet	%	počet	%
Kraj	BA	54	13,7%	1384	15,0%
	TT	31	7,9%	738	8,0%
	TN	39	9,9%	988	10,7%
	NR	45	11,5%	986	10,7%
	ZA	59	15,0%	1617	17,5%
	BB	53	13,5%	1059	11,4%
	PO	61	15,5%	1344	14,5%
	KE	51	13,0%	1134	12,3%
	Spolu	393	100,0%	9250	100,0%

Tab. 2 Počet škôl a žiakov podľa zriaďovateľa

		Školy		Žiaci	
		počet	%	počet	%
Zriaďovateľ	Štátne školy	309	78,6%	8285	89,6%
	Súkromné školy	32	8,1%	216	2,3%
	Cirkevné školy	52	13,2%	749	8,1%
	Spolu	393	100,0%	9250	100,0%

Tab. 3 Počet škôl a žiakov podľa typu školy

		Školy		Žiaci	
		počet	%	počet	%
Typ školy	GYM	223	56,7%	6543	70,7%
	ostatné SŠ	170	43,3%	2707	29,3%
	Spolu	393	100,0%	9250	100,0%

Tab. 4 Počet žiakov podľa pohlavia (*392 žiakov maturovalo on-line, údaj o pohlaví neuvádzali)

		počet	%
Pohlavie	-1*	392	4,2%
	chlapci	5483	59,3%
	dievčatá	3375	36,5%
	Spolu	9250	100,0%

Tab. 5 Počet žiakov v maturite on-line

		počet	%
on line	pero+papier	8858	95,8
	on line	392	4,2
	Spolu	9250	100,0

Tab. 6 Počet žiakov podľa vyučovacieho jazyka

		počet	%
Vyučovací jazyk	slovenský	8803	95,2
	maďarský	447	4,8
	Spolu	9250	100,0

2 VÝSLEDKY

Štatistické charakteristiky v nasledujúcom texte, tabuľkách a obrázkoch vyjadrujú kvalitatívne znaky testu, úspešnosť žiakov a kvalitu testu.

Uvádzame stručné vysvetlenie niektorých pojmov v nich obsiahnutých.

Úspešnosť položky je percentuálny podiel žiakov, ktorí správne riešili položku. Obťažnosť položky je doplnkom úspešnosti položky do hodnoty 100 %. Položky podľa percentuálnej hodnoty úspešnosti rozdeľujeme do nasledovných skupín:

- 100 % – 90 % extrémne ľahká položka,
- 89,9 % – 80 % veľmi ľahká položka,
- 79,9 % – 20 % stredne obťažná položka (okolo 50 % je optimálna),
- 19,9 % – 10 % veľmi obťažná položka,
- 9,9 % – 0 % extrémne obťažná položka.

Medzipoložková korelácia $P. Bis.$ ($Point\ Biserial$) určuje vzťah medzi úspešnosťou položky a úspešnosťou v zvyšných položkách testu. Hodnoty $P. Bis.$ sa uvádzajú v stonásobku skutočnej hodnoty pre lepšiu čitateľnosť. Položky podľa $P. Bis.$ rozdeľujeme do nasledovných skupín:

- záporná hodnota – položka nerozlišuje dobrých a slabých žiakov,
- hodnota okolo 0 – veľmi slabá rozlišovacia schopnosť,
- hodnota väčšia ako 0,25 – dobrá rozlišovacia schopnosť.

Citlivosť (rozlišovacia sila položky) je schopnosť položky rozlíšiť dobrých a slabších žiakov. Ak všetkých žiakov rozdelíme podľa vzostupnej úspešnosti do desiatich skupín (od 10 do 1), tak rozdiel úspešnosti najlepšej a najslabšej skupiny je hodnota citlivosti položky. Položky podľa citlivosti rozdeľujeme do nasledovných skupín:

- záporná hodnota kritická citlivosť,
- 0 % – 10 % nedostatočná citlivosť,
- 10,1 % – 20 % nízka citlivosť,
- nad 20 % vyhovujúca citlivosť.

Distribúcia úspešnosti vyjadruje vzťah medzi úspešnosťou položky a celkovou výkonnosťou žiaka. Interpretuje sa grafmi, ktoré majú na osi x rozdelenie žiakov do 10 výkonnostných skupín a na osi y priemernú úspešnosť danej položky v danej výkonnostnej skupine.

Neriešenosť položky je percentuálny podiel žiakov, ktorí na položku neuviedli odpoveď.

Úlohy s výberom odpovede sa vyhodnocujú v tabuľkách, kde v prvom riadku je hodnota $P. Bis.$ každej možnosti, v druhom riadku podiel žiakov (p) a v treťom riadku počet žiakov (N), ktorí si vybrali danú možnosť. Žltou farbou je označený stĺpec so správnou odpoveďou. Posledný stĺpec (X) označuje žiakov, ktorí na úlohu neodpovedali. Položky s výberom odpovede hodnotíme podľa nasledovných kritérií:

1. Podiel žiakov, ktorí si vybrali správnu odpoveď, by mal byť najväčší.
2. Hodnota $P. Bis.$ pri správnej odpovedi by mala byť väčšia ako 0,20 (optimálne 0,25).
3. Hodnota $P. Bis.$ pri nesprávnej odpovedi (distraktore) by mala byť záporná.

Akékoľvek nedodržanie týchto kritérií je v tabuľkách farebne zvýraznené.

Podrobnejšie vysvetlenie jednotlivých pojmov a charakteristík je uvedené v *Príručke*.

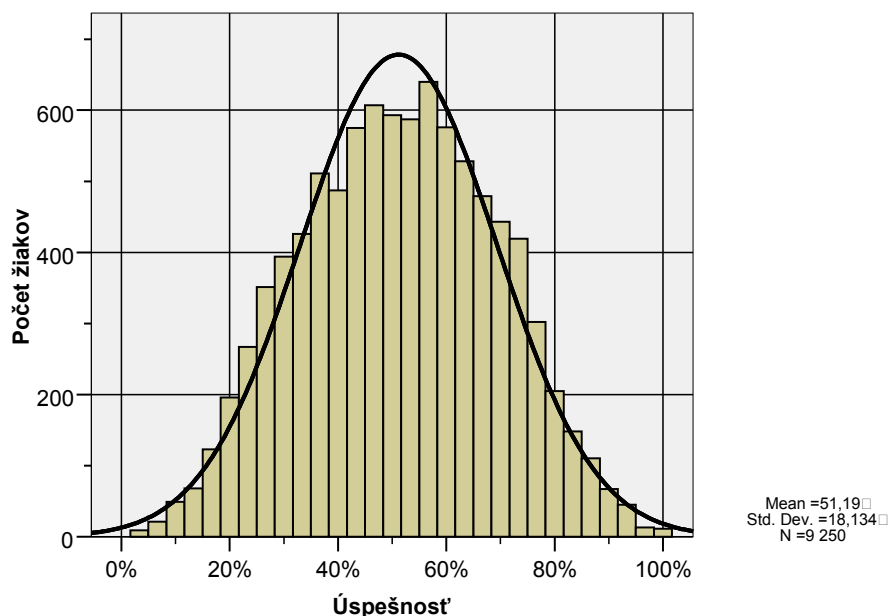
2.1 Všeobecné výsledky

Z charakteristík v nasledujúcej tabuľke (priemerná úspešnosť 51,2 %, horná hranica intervalového odhadu úspešnosti 86,7 %) a normálneho tvaru histogramu rozloženia úspešnosti (Obr. 1) predpokladáme primeranú náročnosť testu pre testovanú populáciu. Spôľahlivosť merania $\alpha = 0,82$ považujeme za uspokojivú, za posledných šesť rokov však najnižšiu (najvyššia $\alpha_{2007} = 0,87$).

Tab. 7 Výsledné psychometrické charakteristiky percentuálnej úspešnosti testu MAT09

	Priemer
Počet testovaných žiakov	9250
Maximum	100,0
Minimum	3,3
Priemer	51,2
Štandardná odchýlka	18,1
Intervalový odhad úspešnosti populácie - dolná hranica	15,6
Intervalový odhad úspešnosti populácie - horná hranica	86,7
Štandardná chyba priemernej úspešnosti	,2
Interval spoľahlivosti pre priemernú úspešnosť - dolná hranica	50,8
Interval spoľahlivosti pre priemernú úspešnosť - horná hranica	51,6
Cronbachovo alfa	,82
Štandardná chyba merania pre úspešnosť	7,7
Intervalový odhad úspešnosti individuálneho žiaka	15,1

Histogram MAT09



Obr. 1 Výsledný histogram úspešnosti

Tab. 8 Rozdelenie žiakov s úspešnosťou menšou ako 33 %

MAT09- úspešnosť nižšia ako 33%		Pohlavie			Spolu
		on line	chlapci	dievčatá	
Typ školy	GYM	14	274	261	549
	ostatné SŠ	28	615	286	929
Spolu		42	889	547	1478

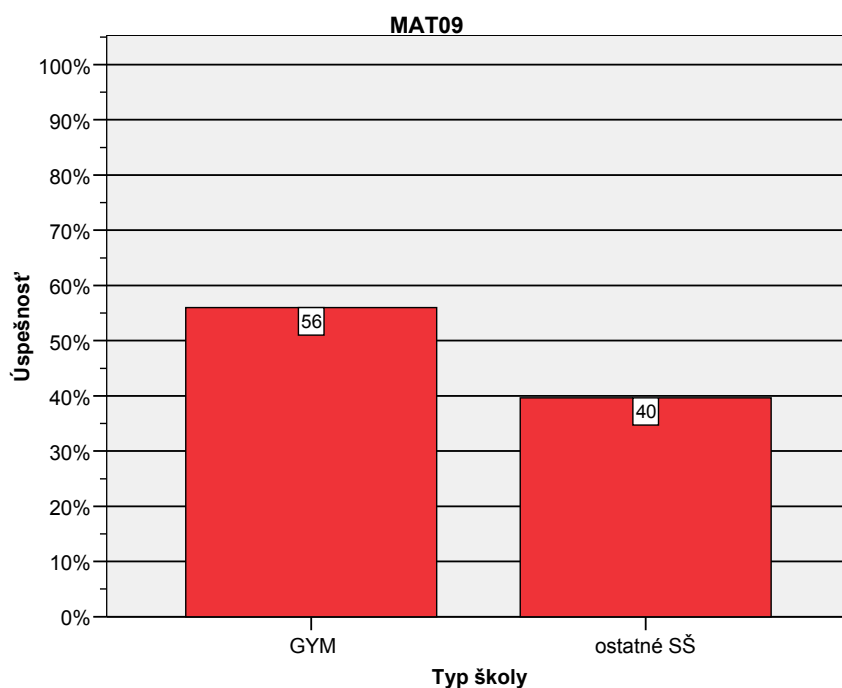
Z ďalších analýz vyplýva, že najnižšia dosiahnutá úspešnosť bola 3,3 % v deviatich prípadoch, najvyššiu 100 % úspešnosť dosiahli jedenásti žiaci. Ďalej pozorujeme, že v EČ MS z matematiky neuspelo 1 478 žiakov, čo predstavuje 16 % (Tab. 8). Najúspešnejšiu skupinu žiakov, ktorí dosiahli a presiahli hranicu 90 % tvorí 136 žiakov, čo je 1,5 %. Z týchto údajov tiež vyplýva, že 44,2 % žiakov dosiahlo úspešnosť 50 % a nižšiu. Znamená to, že test MAT09 veľmi mierne lepšie diferencoval žiakov menej úspešných a slabých ako žiakov úspešnejších.

2.2 Analýza rozdielov vo výsledkoch

V tejto časti správy poukazujeme na rozdiely vo výsledkoch žiakov podľa typu školy, krajov, zriaďovateľa, pohlavia a známky, ktorú žiaci získali na polročnom vysvedčení v danom predmete.

Výsledky, ktoré opisujú priemernú úroveň vedomostí žiakov, sú doplnené o štatistické testy a najmä o zisťovanie vecnej významnosti rozdielu. Určenie vecnej významnosti rozdielu je dôležité pri veľkých súborech žiakov, kedy testy štatistickej významnosti rozdielov sú významné aj pri malých vecných rozdieloch výsledkov, ale vecnou signifikanciou vieme zistený rozdiel škálovať od veľmi mierneho až po silný rozdiel.

2.2.1 Rozdiely podľa typu škôl



Obr. 2 Úspešnosť podľa typu školy

Porovnávaním typov škôl sa preukázalo, že žiaci gymnázií dosiahli lepšie výsledky ako žiaci ostatných stredných škôl na strednej úrovni vecnej signifikancie ($r_{\text{GYM-ostatné}} = 0,41$).

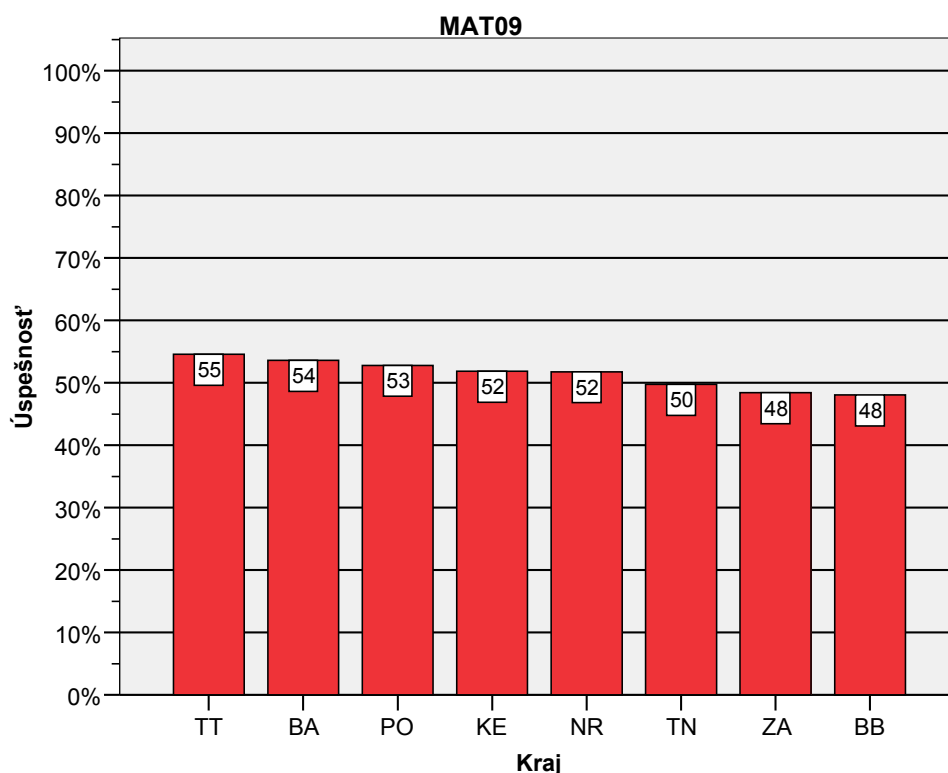
Tab. 9 Porovnanie úspešnosti podľa typov škôl s národným priemerom

Typ školy	Národný priemer = 51.2			Vecná signifikancia
	t	df	Sig. (2-tailed)	
GYM	23,005	6542	,000	,27
ostatné SŠ	-37,623	2706	,000	,59

Od národného priemeru sa líšili priemerné úspešnosti žiakov ostatných stredných škôl, a to na úrovni silnej vecnej signifikancie ($r_{\text{n.p.-ostatné}} = 0,59$).

2.2.2 Rozdiely podľa krajov

Rozdiel medzi Trnavským a Banskobystrickým krajom v poradí dosiahnutej priemernej úspešnosti vykazuje len veľmi miernu mieru vecnej signifikancie ($r_{\text{TT-BB}} = 0,18$). Môžeme teda tvrdiť, že medzi jednotlivými kraji nie sú významné rozdiely medzi úspešnosťou žiakov v teste z matematiky.



Obr. 3 Kraje podľa úspešnosti

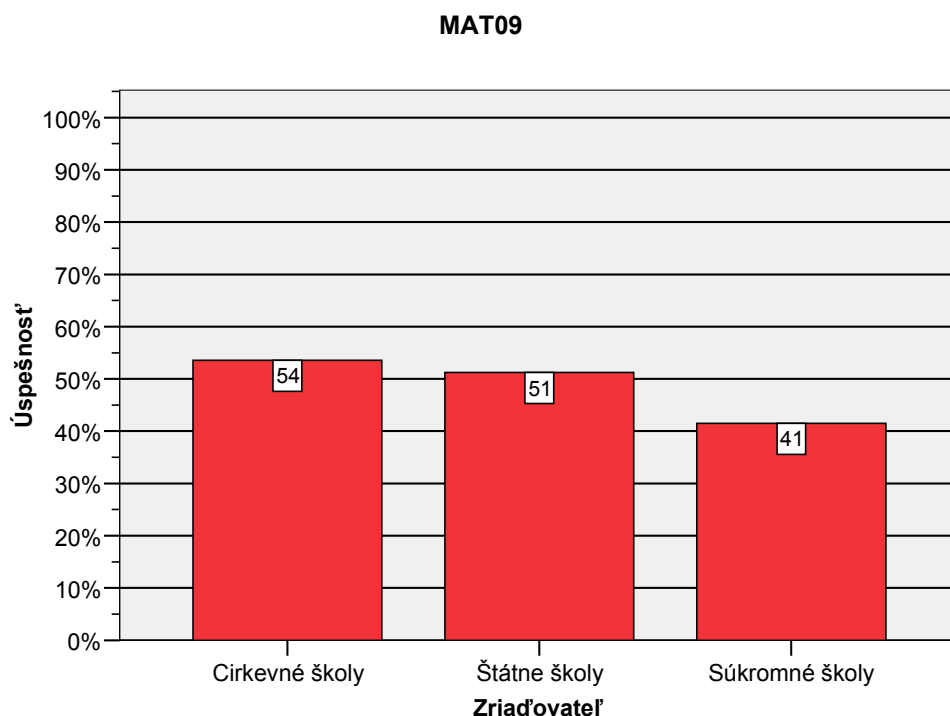
Aj Tab. 10 dokladuje zanedbateľné rozdiely priemerných úspešností takmer všetkých krajov od národného priemeru. Trnavský kraj dosiahol dolnú hranicu miernej vecnej signifikancie rozdielu od národného priemeru 51,2 % v zmysle lepšieho priemerného výkonu v kraji.

Tab. 10 Porovnanie priemerov krajov s národným priemerom

Kraj	Národný priemer = 51.2			Vecná signifikancia
	t	df	Sig. (2-tailed)	
BA	4,776	1383	,000	,13
TT	5,936	737	,000	,21
TN	-2,500	987	,013	,08
NR	1,020	985	,308	,03
ZA	-6,378	1616	,000	,16
BB	-5,567	1058	,000	,17
PO	3,246	1343	,001	,09
KE	1,136	1133	,256	,03

2.2.3 Rozdiely podľa zriaďovateľa

Vzhľadom na veľké rozdiely v počtoch zúčastnených škôl podľa zriaďovateľa nie je možné dostatočne objektívne porovnávať výsledky žiakov. Z Obr. 4 na prvý pohľad vyplýva, že najmenej úspešní boli žiaci súkromných škôl. Avšak štatistické analýzy poukazujú iba na miernu úroveň signifikancie ($r = 0,29$) rozdielu výsledkov súkromných a cirkevných škôl. Taktiež, ak porovnáваме rozdiely od národného priemeru, nižšia úspešnosť žiakov súkromných škôl vykazuje strednú vecnú významnosť (Tab. 11).



Obr. 4 Zriaďovatelia podľa úspešnosti

Tab. 11 Porovnanie priemerov podľa zriaďovateľa s národným priemerom

Zriaďovateľ	Národný priemer = 51.2			
	t	df	Sig. (2-tailed)	Vecná signifikancia
Státne školy	,137	8284	,891	,00
Súkromné školy	-7,860	215	,000	,47
Cirkevné školy	4,054	748	,000	,15

2.2.4 Rozdiely podľa pohlavia

Nasledujúce tabuľky ukazujú, že chlapci dosiahli vyššiu úspešnosť ako dievčatá, avšak súčasne potvrdzujú, že lepší priemerný výkon chlapcov je štatisticky zanedbateľný.

Tab. 12 Úspešnosť podľa pohlavia

Pohlavie	N	Priemer	Štd. chyba priemeru
-1*	392	54,4	,9
chlapci	5483	51,5	,2
dievčatá	3375	50,3	,3
Spolu	9250	51,2	,2

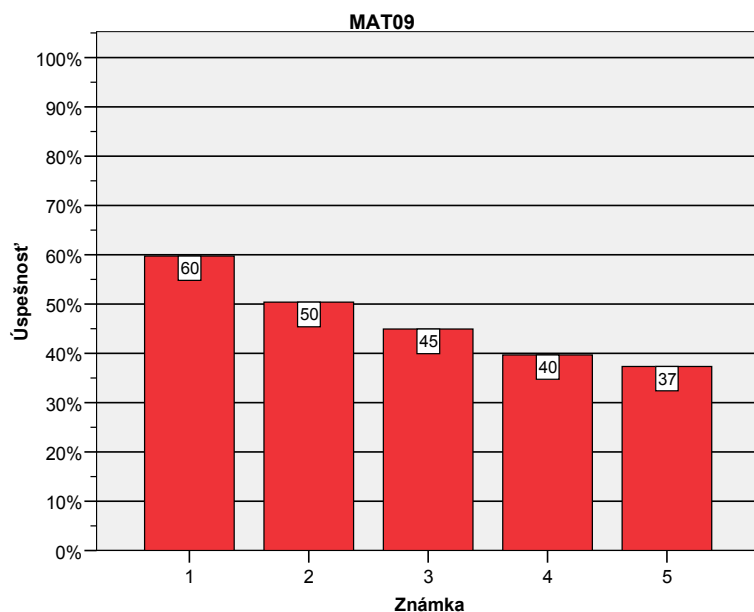
*žiaci, ktorí písali test on-line, pohlavie neuvádzali

Tab. 13 Porovnanie priemerov podľa pohlavia s národným priemerom

Pohlavie	Národný priemer = 51.2			
	t	df	Sig. (2-tailed)	Vecná signifikancia
-1*	3,592	391	,000	,18
chlapci	1,204	5482	,229	,02
dievčatá	-2,930	3374	,003	,05

*žiaci, ktorí písali test on-line, pohlavie neuvádzali

2.2.5 Rozdiely podľa známky



Obr. 5 Úspešnosť podľa známky

Podľa očakávania najväčšie rozdiely v priemerných výkonoch sme zaznamenali medzi žiakmi s polročným hodnotením 1 a 5, ale vecná signifikancia rozdielu priemerných úspešností zohľadňuje početnosť v porovnávaných skupinách, a tak $r_{1+5} = 0,18$; $r_{1+4} = 0,42$; $r_{1+3} = 0,40$; $r_{1+2} = 0,27$; $r_{2+5} = 0,11$; $r_{2+4} = 0,25$; $r_{2+3} = 0,16$; $r_{3+5} = 0,07$; $r_{3+4} = 0,13$; $r_{4+5} = 0,04$.

Vecné signifikancie rozdielov priemerných úspešností podľa klasifikačného stupňa od národného priemeru sú silné a stredné v prípade horšieho výkonu päťkárov a dvojkárov a mierne pre štvorkárov, čo uvádza nasledujúca tabuľka.

Tab. 14 Porovnanie priemerov podľa známky s národným priemerom

Známka	Národný priemer = 51.2			Vecná signifikancia
	t	df	Sig. (2-tailed)	
-1*	3,592	391	,000	,18
1	26,258	2874	,000	,44
2	-2,685	2944	,007	,05
3	-17,869	2241	,000	,35
4	-19,355	717	,000	,59
5	-7,395	62	,000	,68
neuviedli	-2,464	14	,027	,55

*žiaci, ktorí písali test on-line, známku neuvádzali

Priemerná známka celého súboru na polročnom vysvedčení v štvrtom ročníku bola 2,11 a korelácia úspešnosti v teste MAT09 a polročnej klasifikácie bola stredne silná, $r = 0,317$.

3 POLOŽKOVÁ ANALÝZA

Testy externej časti maturitnej skúšky sú pripravované tímami odborníkov podľa cieľových požiadaviek maturitného štúdia daného predmetu.

Na to, aby sme mohli výsledky testu považovať za spoľahlivé, musíme poznať vlastnosti testu. V tejto časti analýzy predkladáme vlastnosti jednotlivých položiek, ich obťažnosť, citlivosť, neriešenosť, analýzu distraktorov a medzipoložkovú koreláciu, ktoré dokladujú charakter a kvalitu testu. Postupne odkrývame dôvody, pre ktoré niektoré položky budeme považovať za kritické, iné akceptovať ako vhodné, podieľajúce sa na dobrej kvalite testu.

3.1 Porovnanie variantov testu MAT09

O variantoch testu môžeme povedať, že boli proporčné z viacerých hľadísk (územného, inštitucionálneho a rodového), čo dokladuje nasledujúca tabuľka.

Tab. 15 Podiel žiakov podľa kraja, zriaďovateľa, typu školy, pohlavia a variantov

		Variant	
		3340	3345
		%	%
Kraj	BA	49,8%	50,2%
	TT	50,4%	49,6%
	TN	49,8%	50,2%
	NR	50,6%	49,4%
	ZA	50,5%	49,5%
	BB	50,8%	49,2%
	PO	50,3%	49,7%
	KE	50,2%	49,8%
Zriaďovateľ	Štátne školy	50,3%	49,7%
	Súkromné školy	49,5%	50,5%
	Cirkevné školy	50,1%	49,9%
Typ školy	GYM	50,3%	49,7%
	ostatné SŠ	50,2%	49,8%
Pohlavie	-1*	50,0%	50,0%
	chlapci	50,3%	49,7%
	dievčatá	50,3%	49,7%

*žiaci, ktorí písali test on-line, pohlavie neuvádzali

Ako ukazujú nasledujúce tabuľky, medzi variantmi nie sú významné rozdiely priemerných úspešností a porovnateľné sú aj reliability týchto testov.

Tab. 16 Obťažnosť podľa variantov testu

	Obťažnosť 1	Obťažnosť 2	Vecná signifikancia
Obťažnosť testu	49,9	50,6	-,018

* Obťažnosť 1 sa vzťahuje k variantu 3340 a Obťažnosť 2 k variantu 3345.

Tab. 17 Reliabilita testu MAT09

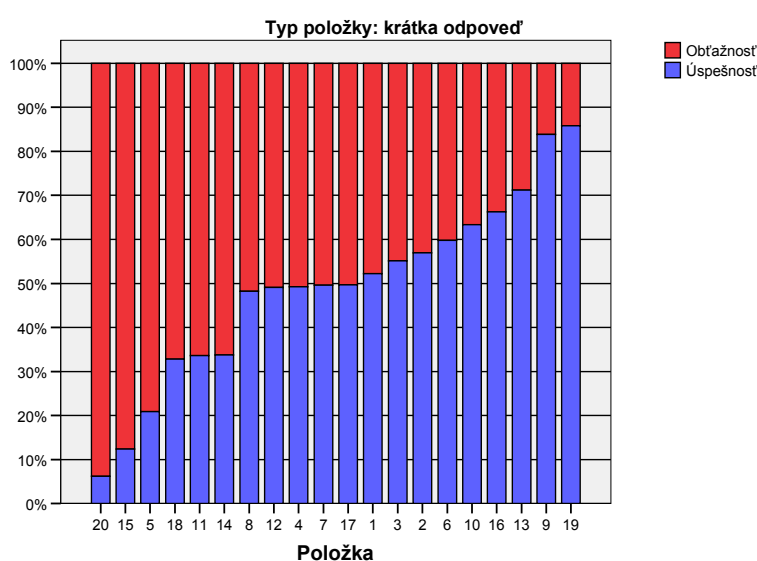
Variant	Alfa
3340	,828
3345	,827

Na základe prezentovaných výsledkov (Tab. 15 až 17) môžeme konštatovať, že varianty 3340 a 3345 testu MAT09 sú ekvivalentné a že poradie položky v teste nemalo vplyv na jej obťažnosť. V ďalších analýzach sme preto pre štatistické postupy použili zástupný variant 3340. Číslovanie položiek v ďalších analýzach zodpovedá tomuto variantu.

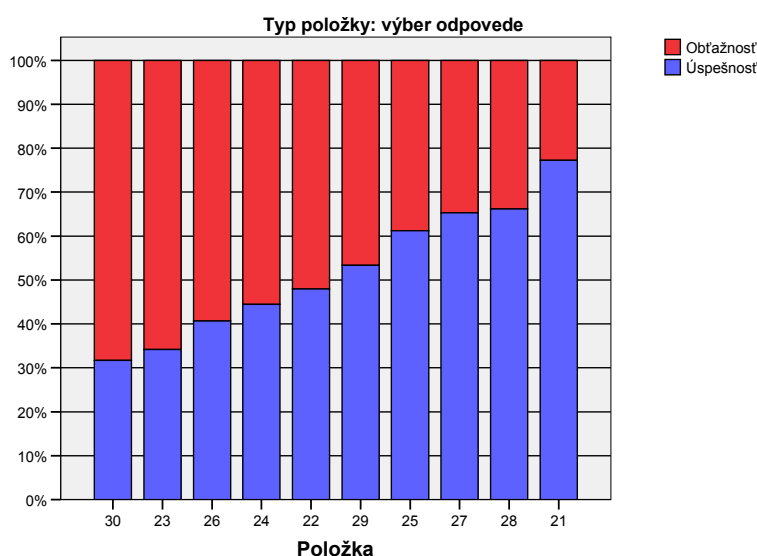
3.2 Obťažnosť

Testové položky v obrázku č. 6 sú usporiadané zostupne podľa obťažnosti.

Obťažnosť - úspešnosť položiek: MAT09



Obťažnosť - úspešnosť položiek: MAT09



Obr. 6 Grafy obťažnosti/úspešnosti položiek v jednotlivých častiach testu

Tabuľka č. 18 obsahuje výber 23 položiek s veľmi miernou, miernou až strednou vecnou signifikanciou rozdielov priemerných úspešností podľa typu školy.

Tab. 18 Percentuálna obťažnosť položiek podľa typu školy a vecná signifikancia rozdielov

Položka	Obťažnosť GYM	Obťažnosť ostatné SŠ	Vecná signifikancia
28	30,3	42,3	-,116
22	48,3	61,1	-,117
20	92,0	98,2	-,118
4	46,7	60,6	-,126
10	32,3	47,2	-,141
27	29,6	47,1	-,167
11	61,3	78,7	-,167
29	41,3	59,7	-,168
9	12,1	26,0	-,172
24	50,0	68,9	-,174
26	53,5	73,5	-,186
7	44,2	65,5	-,194
21	16,4	38,0	-,235
17	42,7	68,7	-,237
3	37,1	63,5	-,241
1	40,0	66,6	-,242
13	21,5	46,5	-,251
6	32,1	59,8	-,257
14	58,3	85,4	-,260
18	58,6	88,1	-,286
12	41,2	74,5	-,302
16	23,8	57,9	-,329
2	32,6	68,4	-,329

Uvedené položky boli náročnejšie pre žiakov ostatných škôl v porovnaní so žiakmi gymnázií, najvýraznejšie druhá a šesnástá položka .

Šesť položiek bolo menej náročných pre chlapcov ako pre dievčatá (postupne 28, 8, 5 na veľmi miernej úrovni vecnej signifikancie a 25, 14, 16 už len zanedbateľne) a naopak, v piatich položkách boli dievčatá úspešnejšie ako chlapci (vecne zanedbateľne, postupne zostupne 3, 2, 10, 18 a 1). Tieto fakty potvrdzuje nasledujúca tabuľka (Tab. 19).

Tab. 19 Percentuálna obťažnosť položiek podľa pohlavia a vecná signifikancia rozdielov

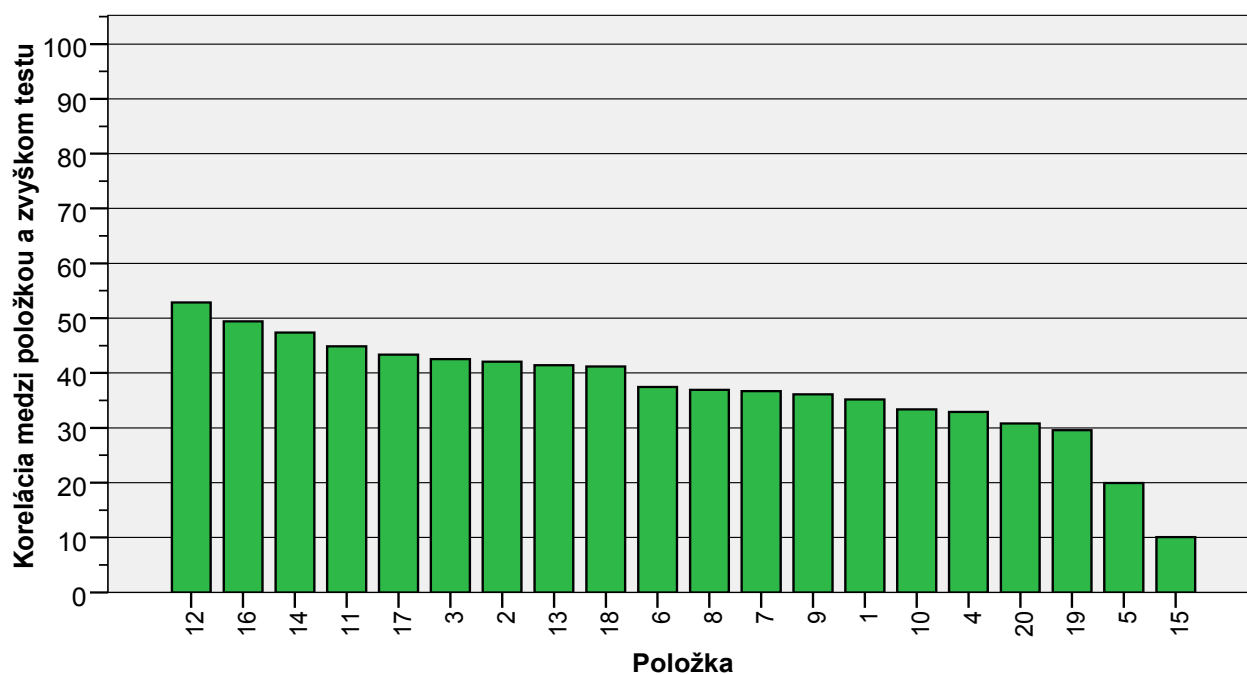
Položka	Obťažnosť chlapci	Obťažnosť dievčatá	Vecná signifikancia
3	48,75	37,99	,098
2	46,21	37,87	,071
10	39,75	32,04	,056
18	68,73	64,31	,046
1	49,76	44,52	,043
23	67,68	62,84	,042
13	31,34	26,09	,018
17	50,85	50,41	-,015
4	49,95	52,00	-,016
20	93,22	94,70	-,021
15	87,45	88,46	-,027
19	13,06	16,02	-,036
7	49,29	52,71	-,036
22	50,89	54,42	-,037
26	57,71	62,72	-,056
14	63,22	71,55	-,081
25	34,64	46,05	-,107
5	75,23	85,87	-,117
8	46,94	60,37	-,124
28	29,13	42,17	-,128

3.3 Medzipoložková korelácia

V nasledujúcom grafe sú usporiadané položky podľa stonásobku koeficientu P . Bis. medzipoložkovej korelácie. Za kritické považujeme hodnoty nižšie ako 20.

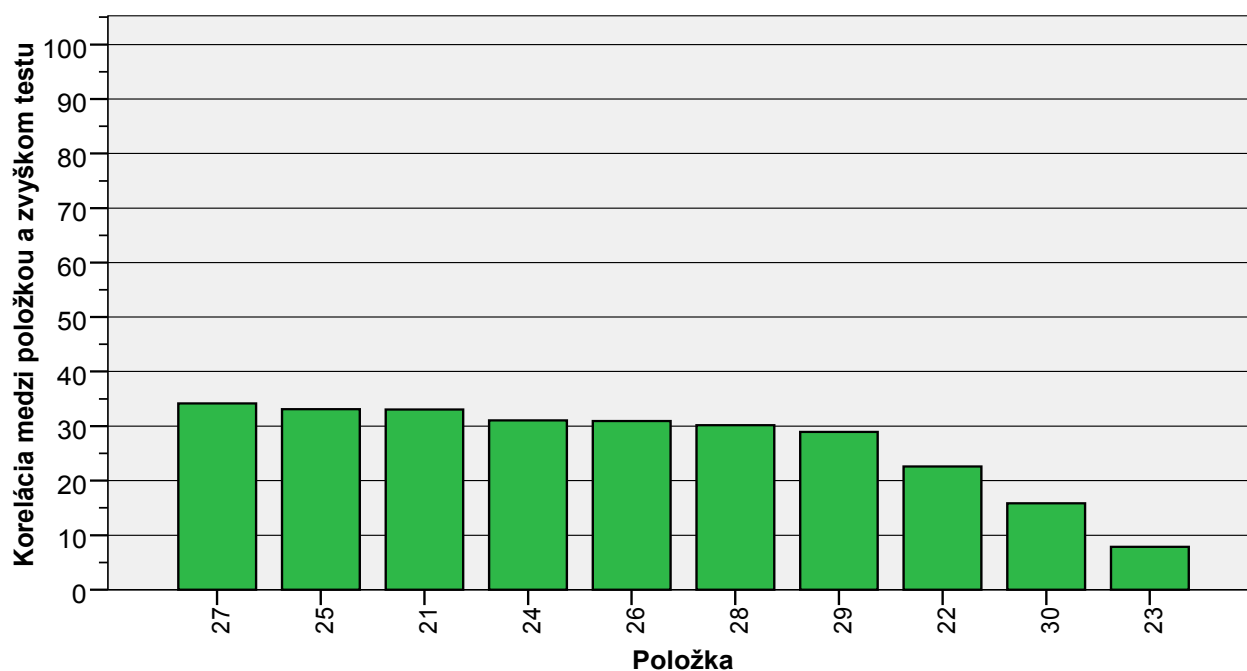
a)

Typ položky: krátka odpoveď



b)

Typ položky: výber odpovede



Obr. 7 Položky podľa medzipoložkovej korelácie (P. Bis.)

Kritické hodnoty medzipoložkovej korelácie dosahujú položky 23, 15, 30 a 5. Znamená to, že tieto položky majú niektoré nepriaznivé parametre, napr. zlú citlivosť, alebo nesprávny distraktor volilo viac žiakov ako správnu odpoveď a pod. Podrobnejšie informácie uvádzame v ďalších kapitolách.

3.4 Kľúče a distraktory

V tejto časti sa budeme venovať položkám s výberom odpovede. V teste MAT09 sú to položky 21 – 30.

Tab. 20 Položky s výberom odpovede – analýza distraktorov

		A21	B21	C21	D21	E21	X21
1	P. Bis.	-,12	-,13	-,15	,33	-,18	-,09
2	p	,03	,03	,06	,77	,11	,00
3	N	124,00	138,00	294,00	3594,00	489,00	12,00

		A22	B22	C22	D22	E22	X22
1	P. Bis.	-,19	,23	-,12	,03	-,14	-,09
2	p	,11	,48	,06	,29	,04	,01
3	N	528,00	2229,00	300,00	1349,00	207,00	37,00

		A23	B23	C23	D23	E23	X23
1	P. Bis.	,08	-,14	,13	-,04	-,09	-,06
2	p	,34	,09	,25	,21	,10	,01
3	N	1589,00	434,00	1144,00	971,00	462,00	50,00

		A24	B24	C24	D24	E24	X24
1	P. Bis.	,02	,31	-,16	-,13	-,17	-,11
2	p	,15	,44	,11	,18	,11	,01
3	N	692,00	2069,00	492,00	835,00	529,00	32,00

		A25	B25	C25	D25	E25	X25
1	P. Bis.	-,17	-,15	-,11	-,12	,33	-,06
2	p	,07	,06	,12	,14	,61	,00
3	N	310,00	275,00	558,00	636,00	2848,00	21,00

		A26	B26	C26	D26	E26	X26
1	P. Bis.	,31	-,13	-,09	-,11	-,08	-,09
2	p	,41	,14	,11	,26	,07	,01
3	N	1892,00	643,00	520,00	1209,00	337,00	50,00

		A27	B27	C27	D27	E27	X27
1	P. Bis.	-,17	-,12	-,16	-,16	,34	-,09
2	p	,06	,18	,05	,05	,65	,01
3	N	271,00	832,00	231,00	246,00	3036,00	33,00

		A28	B28	C28	D28	E28	X28
1	P. Bis.	-,10	-,15	-,15	,30	-,11	-,07
2	p	,03	,06	,17	,66	,07	,01
3	N	161,00	293,00	768,00	3079,00	308,00	42,00

		A29	B29	C29	D29	E29	X29
1	P. Bis.	-,18	,29	-,04	-,12	-,11	-,07
2	p	,21	,53	,15	,06	,03	,01
3	N	968,00	2480,00	689,00	298,00	153,00	61,00

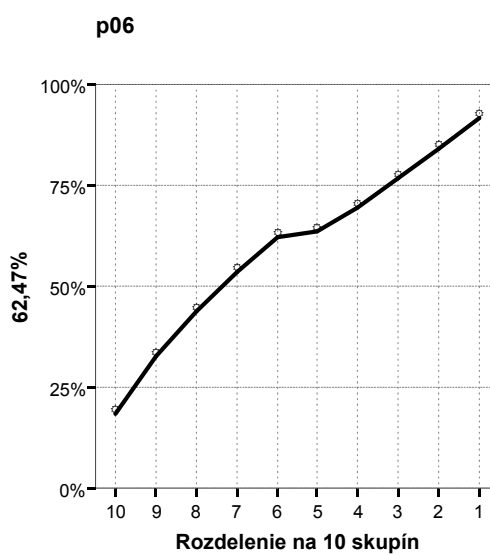
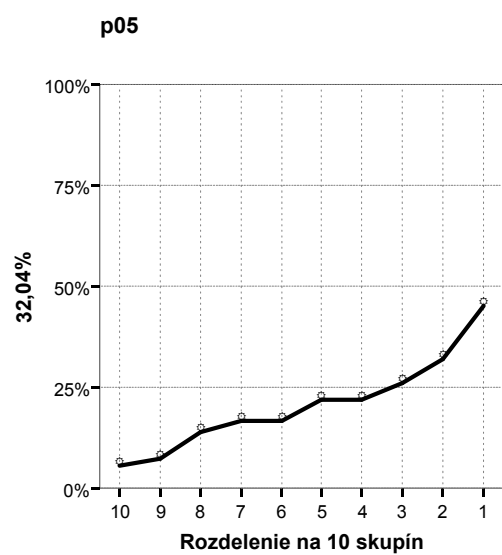
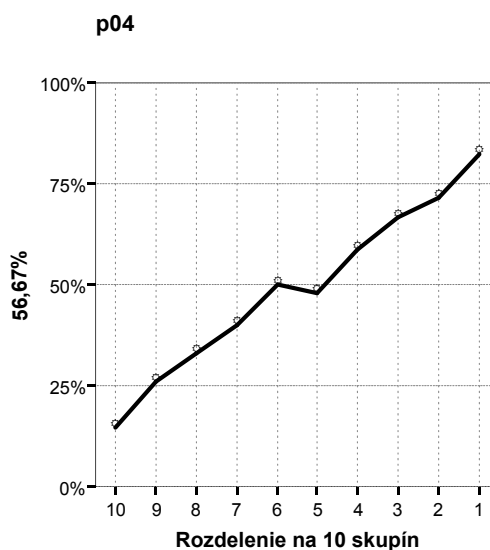
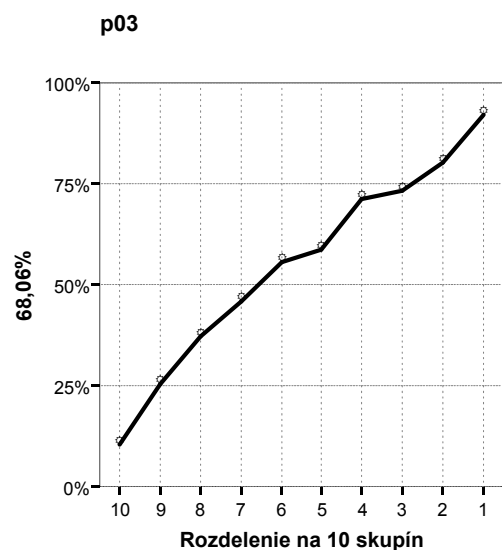
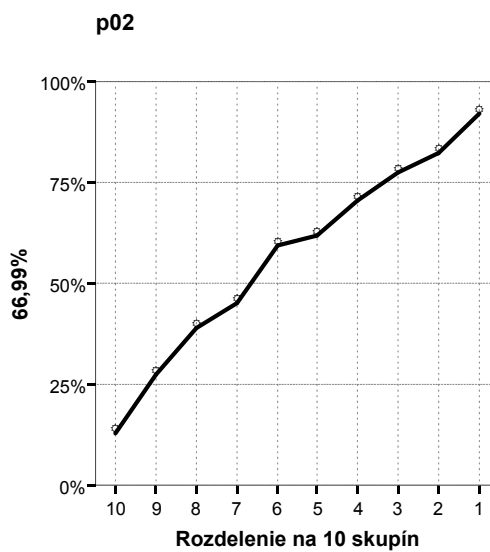
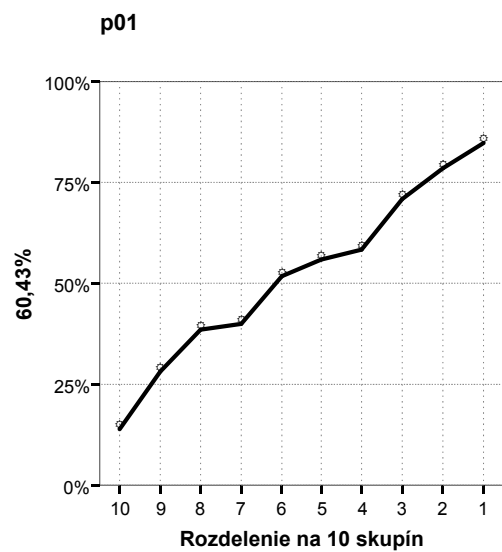
		A30	B30	C30	D30	E30	X30
1	P. Bis.	,00	-,03	,16	-,09	-,08	-,06
2	p	,23	,17	,32	,11	,17	,01
3	N	1081,00	777,00	1474,00	489,00	775,00	53,00

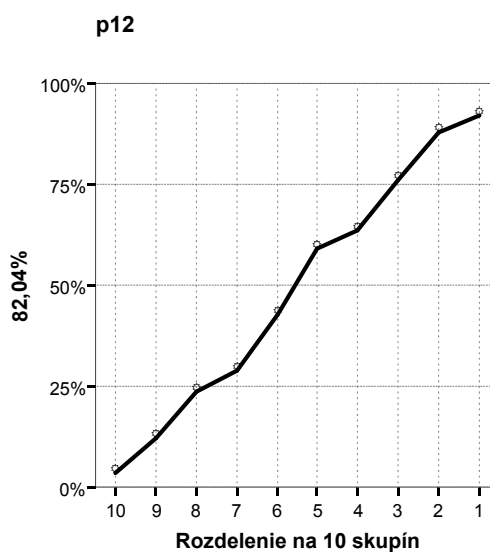
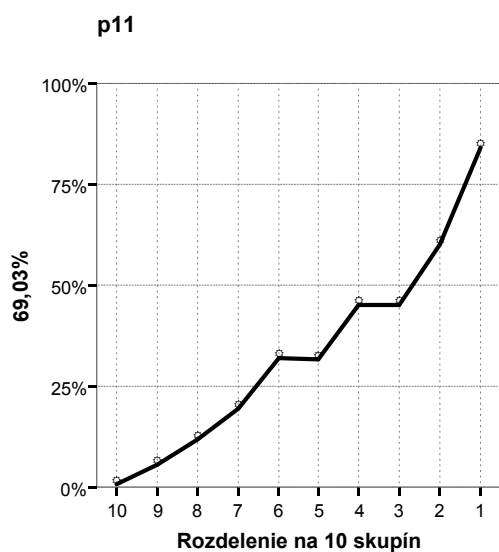
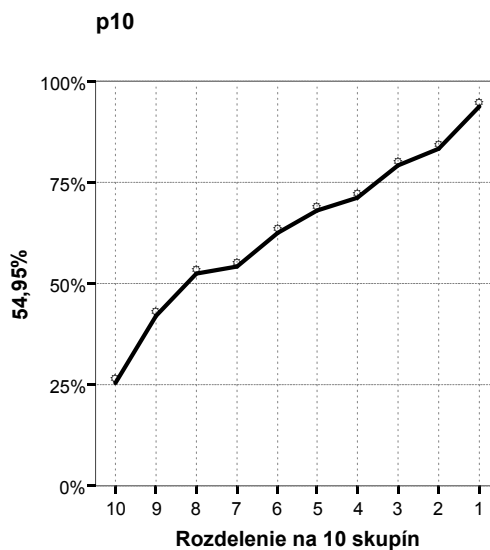
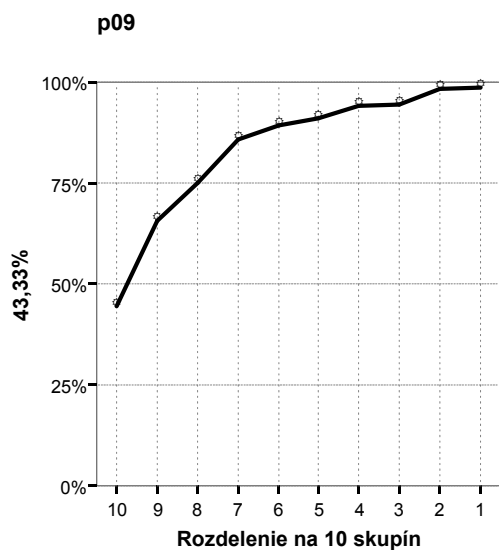
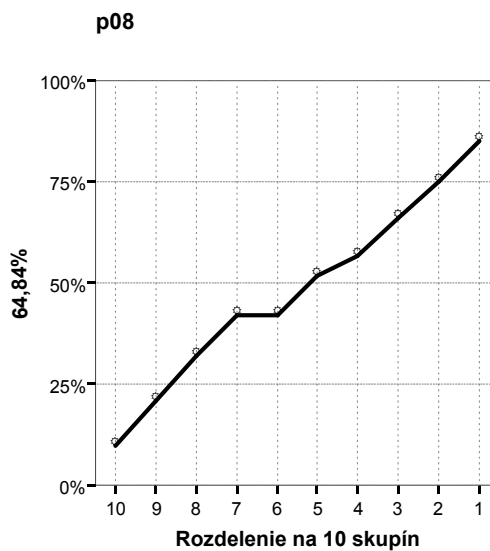
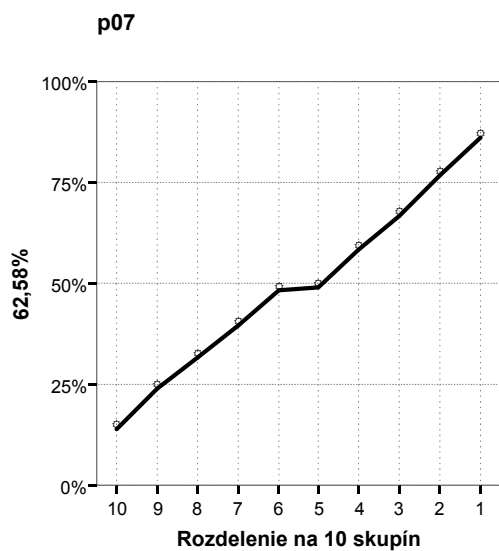
Medzi položkami s výberom odpovede štyri položky zaznamenali nepriaznivé parametre. Položky 23 a 30 nedostatočne rozlišovali medzi úspešnými a slabšími žiakmi, distraktor v kritickej miere volili aj niektorí úspešní žiaci. Položky 22 a 24 dostatočne dobre rozlišovali žiakov podľa úspešnosti, ale distraktory zmiatli aj lepších žiakov.

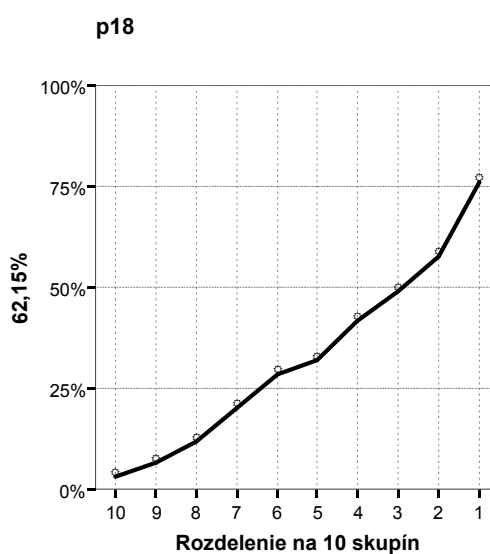
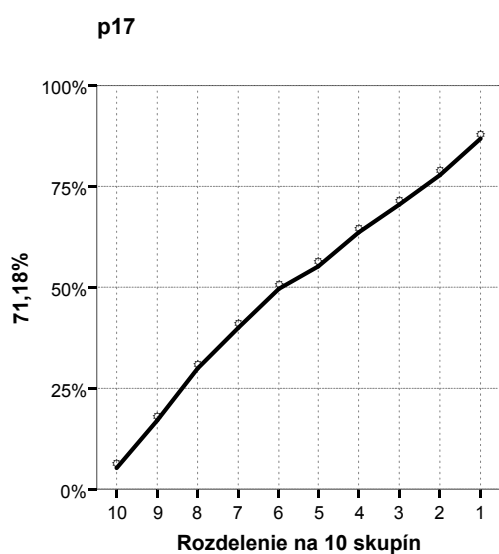
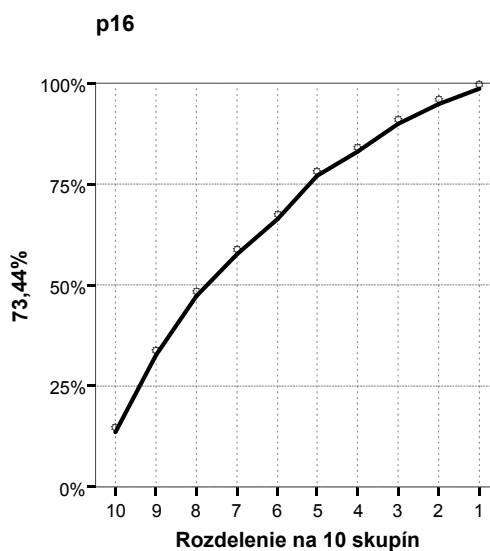
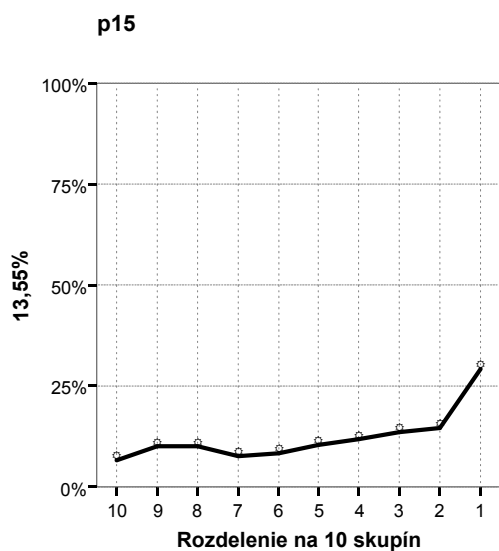
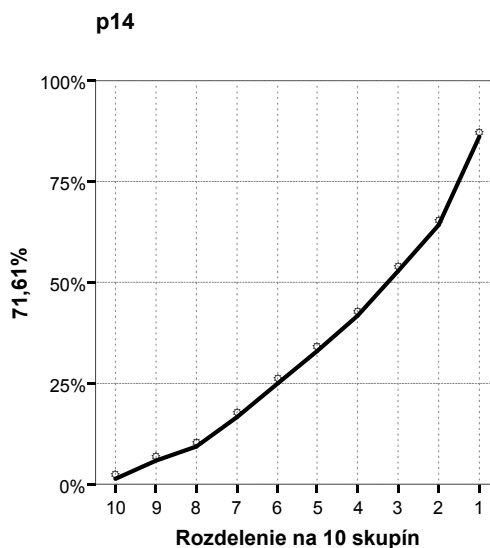
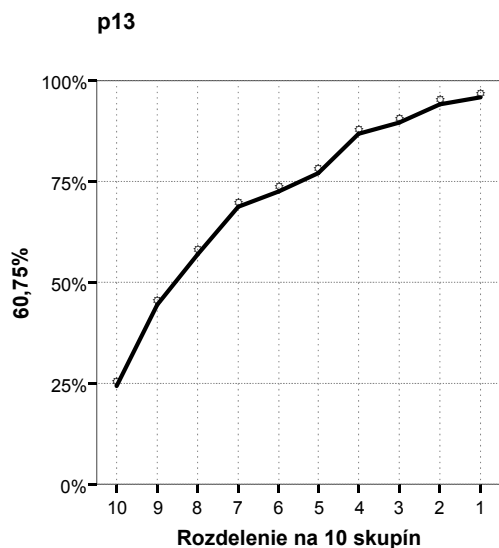
Príkladom veľmi dobre nastavenej položky je položka 26.

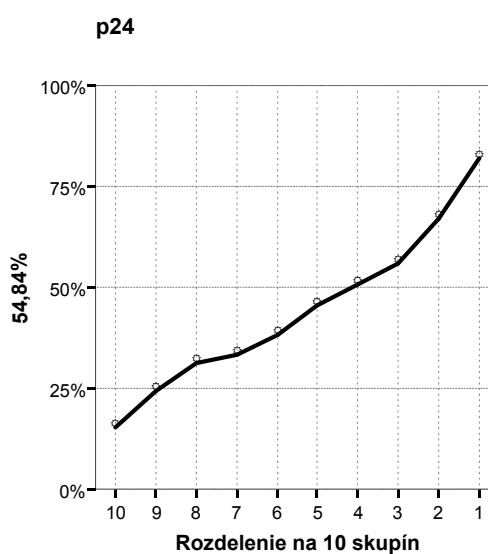
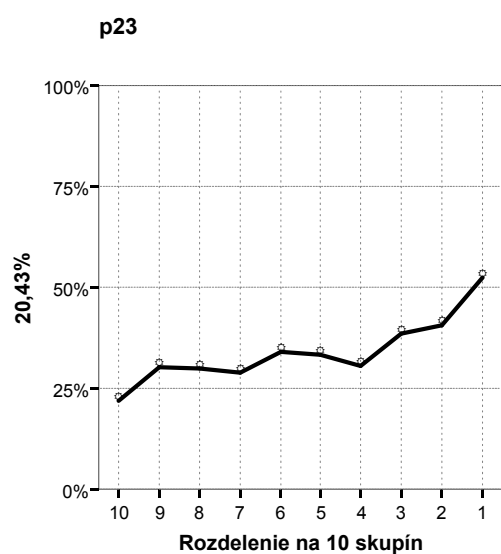
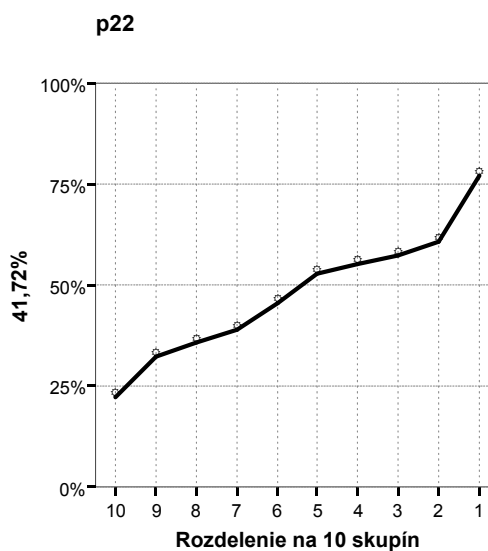
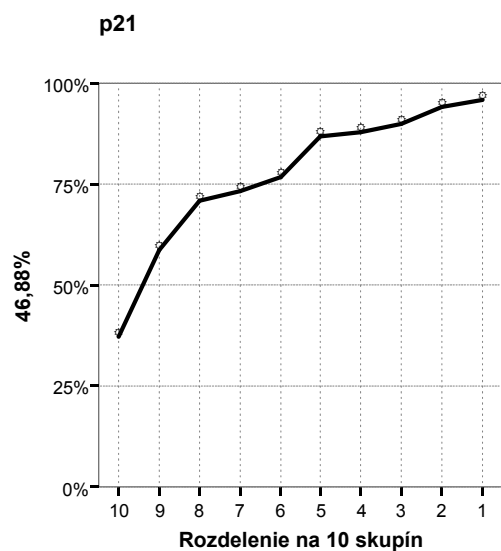
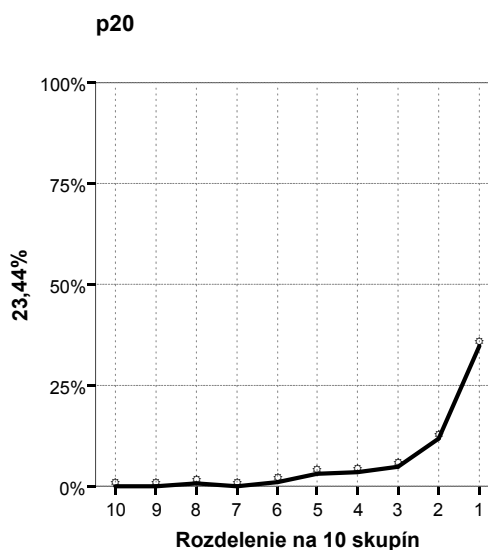
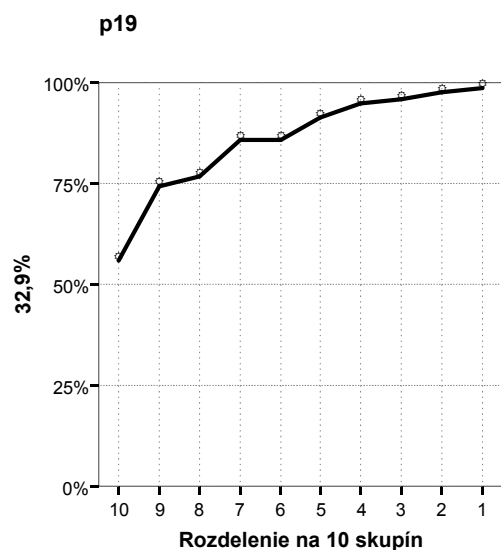
3.5 Distribúcia úspešnosti a citlivosť

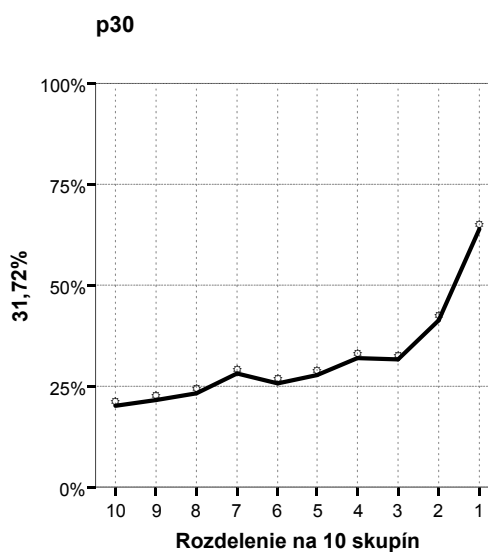
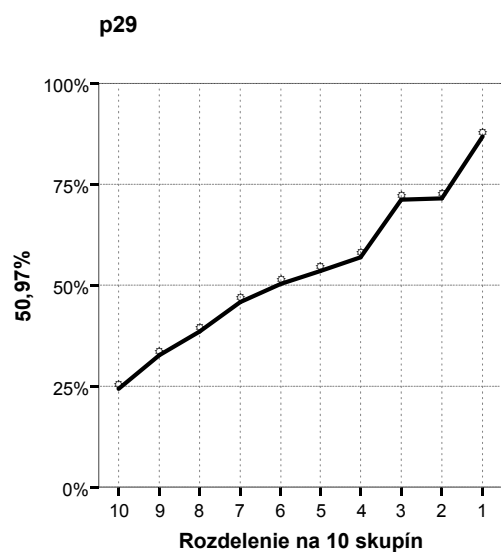
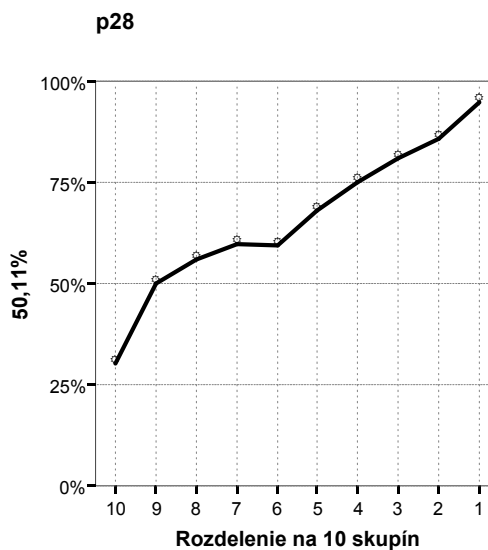
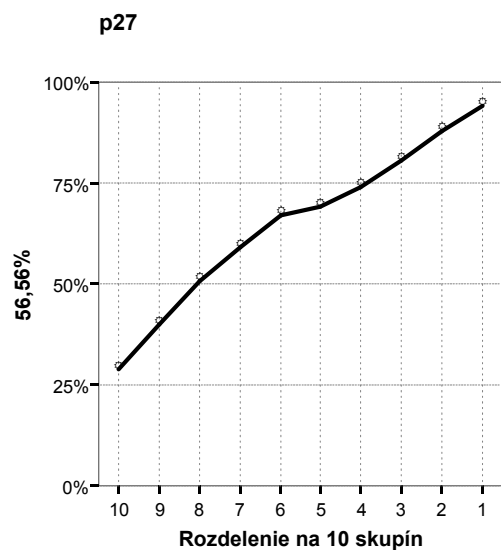
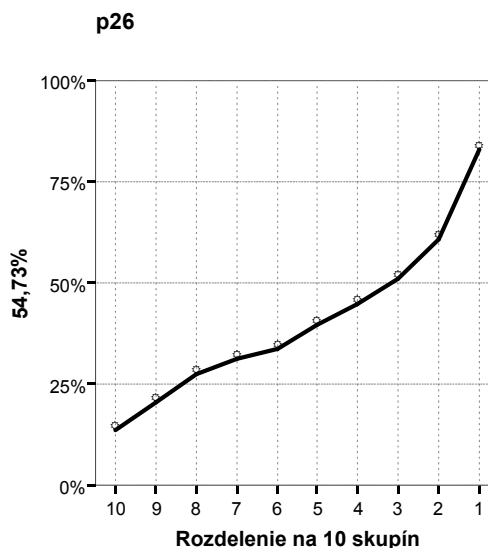
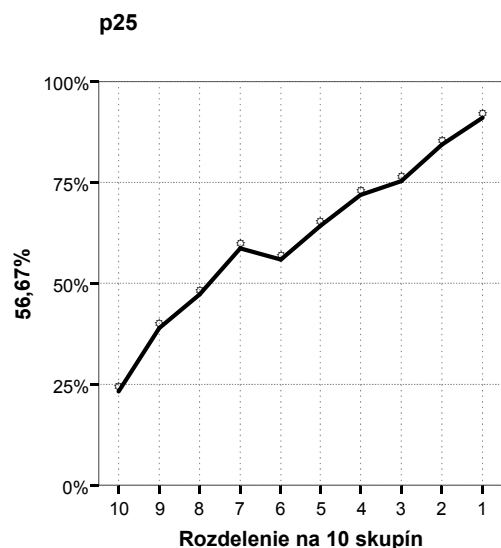
Pri tejto analýze by sme mali byť pozorní k položkám s citlivosťou nižšou ako 20 % a zvlášť ostražitiť k takým, ktoré majú citlivosť nižšiu ako 10 %. Citlivosť väčšiny položiek je veľmi dobrá. Kritickou položkou je položka 15.











Obr. 8 Grafy distribúcie úspešnosti

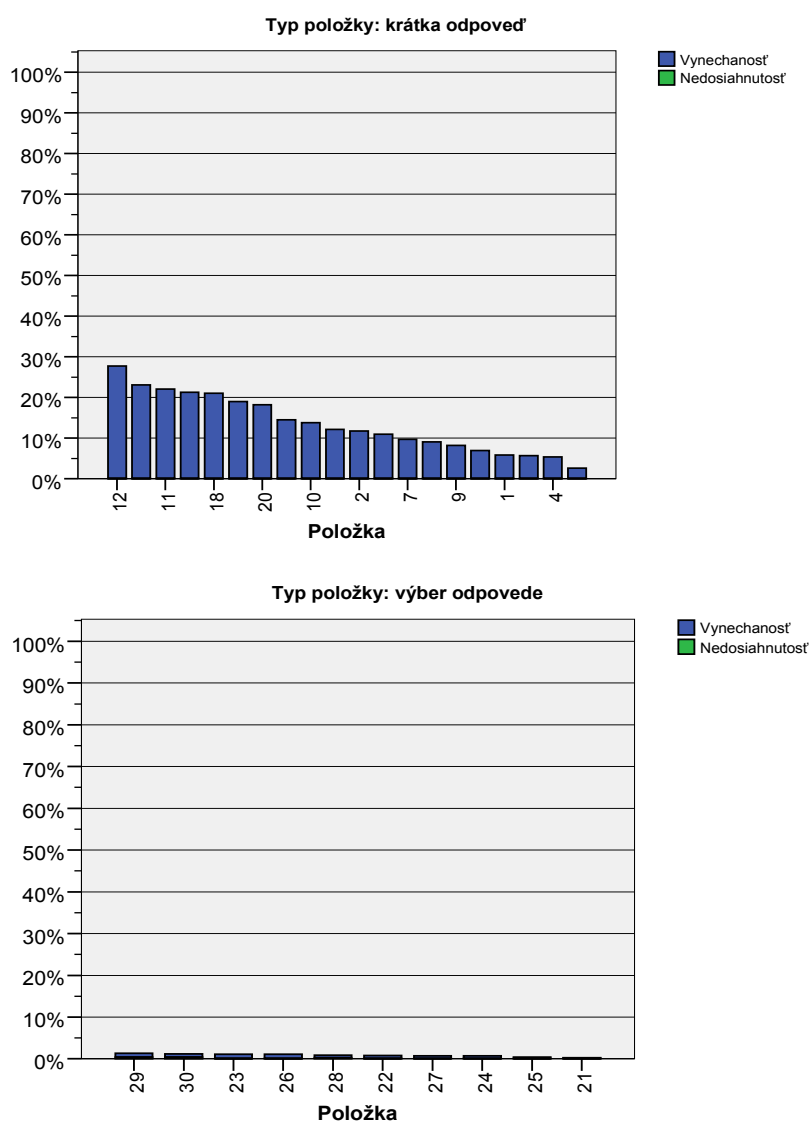
Z grafov na Obr. 8 možno usudzovať, že niektoré položky plynule diferencujú žiakov (napr. 16, 17, 14, 18, 13, 27, 24, 26). Majú aj vysokú percentuálnu hodnotu citlivosti.

Iné položky výraznejšie oddeľujú najmenej úspešných žiakov (9. a 10. skupina) od ostatných, napríklad položka 9. Naopak, najúspešnejších žiakov (1. a 2. skupina) výraznejšie separuje napríklad položka 30. Na celkovú výkonnosť žiakov sú niektoré položky citlivé málo až nedostatočne, pretože sú pre všetkých takmer rovnako ľahké alebo takmer rovnako ťažké (napr. 15, 23). Niektoré položky diferencujú dobre len polovicu výkonnostného spektra, skupiny 1 až 5 alebo 6 až 10, napríklad položky 20, 19. Výrazne nevhodné položky z tohto hľadiska sa v teste nenachádzali.

3.6 Neriešenosť

Neriešenosť položiek môže poukazovať na obťažnosť testu, jednotlivých položiek, prípadne nedostatok času na riešenie testu.

Niektoré príčiny neriešenia ilustruje Obr. 9. Položky sú usporiadané podľa poradia v teste, podiel nedosiahnutosti na neriešeniach je znázornený farebne. Nedosiahnutosť bola tak malá, že ju na Obr. 9 ani nepozorujeme. Najväčšiu vynechanosť majú položky 12, 17, 11, 14, 18, ale vynechávali ich hlavne slabší žiaci.



Obr. 9 Vynechanosť a nedosaiahnutosť položiek v jednotlivých častiach testu

3.7 Súhrnné charakteristiky položiek

V nasledujúcej tabuľke uvádzame súhrnné charakteristiky jednotlivých položiek v teste číselne. Kritické hodnoty sme odstupňovali farebným zvýraznením.

V poslednom stĺpci (stonásobok koeficientu *P. Bis.*) sme farebne odstupňovali skupiny položiek z hľadiska problematickej medzipoložkovej korelácie do intervalov:

- $P. Bis. < 5$,
- $5 < P. Bis. < 10$,
- $10 < P. Bis. < 15$,
- $15 < P. Bis. < 20$.

Tab. 21 Súhrnné charakteristiky položiek

Položka	Obťažnosť	Citlivosť	Nedosaiahnutosť	Vynechanosť	Neriešenosť	Point Biserial
1	47,8	60,4	,1	5,8	5,8	35,2
2	43,1	67,0	,1	11,7	11,8	42,1
3	44,8	68,1	,1	18,9	19,0	42,6
4	50,7	56,7	,1	5,3	5,4	32,9
5	79,1	32,0	,1	2,5	2,6	20,0
6	40,2	62,5	,1	5,6	5,7	37,5
7	50,4	62,6	,1	9,7	9,7	36,7
8	51,8	64,8	,1	6,9	6,9	37,0
9	16,1	43,3	,1	8,2	8,2	36,1
10	36,6	54,9	,1	13,7	13,8	33,4
11	66,4	69,0	,1	22,0	22,1	44,9
12	50,9	82,0	,1	27,7	27,8	52,9
13	28,8	60,8	,1	10,9	11,0	41,4
14	66,2	71,6	,1	21,2	21,3	47,4
15	87,6	13,5	,1	12,1	12,2	10,1
16	33,7	73,4	,1	14,4	14,5	49,5
17	50,3	71,2	,1	23,0	23,1	43,3
18	67,2	62,2	,1	21,0	21,1	41,2
19	14,2	32,9	,1	9,0	9,1	29,6
20	93,8	23,4	,1	18,1	18,2	30,8
21	22,7	46,9	,1	,2	,3	33,0
22	52,1	41,7	,1	,7	,8	22,6
23	65,8	20,4	,1	,9	1,1	7,8
24	55,5	54,8	,1	,6	,7	31,1
25	38,8	56,7	,1	,3	,5	33,1
26	59,3	54,7	,1	,9	1,1	30,9
27	34,7	56,6	,1	,6	,7	34,1
28	33,8	50,1	,2	,7	,9	30,2
29	46,7	51,0	,4	,9	1,3	29,0
30	68,3	31,7	,4	,7	1,1	15,8

V teste MAT09 sme ako kritické vyhodnotili položky:

15 – nízka citlivosť, nízka hodnota *P. Bis.*, oddeľuje len desatinu najlepších;

20 – extrémna obťažnosť, ale dobrý *P. Bis.*, spojite diferencuje pravú polovicu výkonnostného spektra;

23 – veľmi nízky *P. Bis.*, prahová citlivosť, distraktor C do značnej miery zlákal aj výkonných žiakov;

30 – distraktor A volili aj niektorí výkonnejší žiaci, napr. 3., 5. alebo 6. desatina súboru.

Na úpravu bodovania bola navrhnutá položka 2. Znenie úlohy nebolo v súlade s Cieľovými požiadavkami na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky.

4 HODNOTENIE A INTERPRETÁCIA VÝSLEDKOV

Pri hodnotení a interpretácii výsledkov testu EČ MS z matematiky vychádzame z údajov v tabuľkách a obrázkoch nachádzajúcich sa v kapitolách 2 a 3.

4.1 Charakteristika testu

Maturitnú skúšku legislatívne upravuje zákon č. 245/2008 Z. z. a vyhláška č. 318/2008 Z. z., podľa ktorých všetci žiaci v tomto školskom roku absolvovali maturitnú skúšku z matematiky na jednej úrovni. Test EČ MS z matematiky bol určený maturantom všetkých typov stredných škôl. Obsahoval 30 úloh, ktoré vychádzali z Cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky. Prvých dvadsať úloh bolo otvorených s krátkou odpoveďou. Žiaci mali vypočítať výsledok úlohy a uviesť ho v tvare presného desatinného čísla alebo zaokrúhleného podľa pokynov zadania. Posledných desať úloh bolo uzavretých s výberom odpovede. V každej úlohe mohli žiaci vyberať z piatich možností, z ktorých bola práve jedna správna.

Podľa náročnosti myšlienkovej operácie, ktorú musel žiak zvládnuť na vyriešenie úlohy, boli položky v teste rozdelené do nasledovných skupín kognitívnej náročnosti:

1. úlohy na reprodukciu a porozumenie (jednoduché myšlienkové operácie) – overenie znalosti pojmov, porozumenie, priradovanie, zoraďovanie, triedenie, porovnávanie, jednoduchá aplikácia,
2. úlohy na aplikáciu poznatkov (zložitejšie myšlienkové operácie) – analýza, syntéza, indukcia, dedukcia, vysvetľovanie, hodnotenie, dokazovanie, overovanie algoritmov riešenia úloh v kontextoch blízkych alebo podobných školskej praxi,
3. problémové úlohy (vyžadujúce tvorivý prístup) – tvorba hypotéz, zložitejšia aplikácia, riešenie problémových situácií, objavovanie nových myšlienok a vzťahov, tvorba produktívnych riešení a použitie poznatkov v neobvyklých a neznámych kontextoch.

Z hľadiska obťažnosti test obsahoval osem ľahkých úloh, štrnásť stredne ťažkých a osem náročných úloh.

Úlohy testu bolo možné riešiť pomocou bežných písacích potrieb a kalkulačky, ktorá umožňovala obvyklé operácie a výpočet hodnôt funkcií. Nebolo dovolené používať kalkulačku, ktorá mala základné štatistické vybavenie alebo grafický displej. Žiaci mohli použiť aj prehľad základných matematických vzťahov uvedený na poslednom liste testu. V porovnaní s uplynulými rokmi zostal nezmenený, napriek tomu, že obsahoval aj vzťahy, ktoré žiaci nemusia ovládať. Poznajú ich však z hodín matematiky a mohli ich využiť pri riešení niektorých príkladov v teste.

Žiaci mali na vyriešenie úloh testu 120 minút. Za každú správnu odpoveď získali 1 bod, bez ohľadu na obťažnosť úlohy.

4.2 Úspešnosť testu

Test môžeme hodnotiť z pohľadu úspešnosti:

1. žiakov v tematických celkoch,
2. žiakov v jednotlivých položkách,
3. jednotlivých žiakov v celom teste.

4.2.1 Úspešnosť v tematických celkoch

V nasledujúcej časti uvádzame hodnotenie položiek zaradených do tematických celkov. Všímame si najmä údaje, ktoré sa odlišujú od priemerných alebo očakávaných hodnôt jednotlivých charakteristík a možné príčiny chybných odpovedí.

Z tematického celku **Základy matematiky** bolo do testu zaradených sedem úloh, päť bolo otvorených s krátkou odpoveďou (5, 9, 10, 13, 19), dve boli uzavreté s výberom odpovede (22, 27). Ich charakteristiky uvádza *Tab. 22*.

Tab. 22 Charakteristiky položiek testu z tematického celku Základy matematiky

téma	príklad	myšlienková operácia	Dosiahnutá úspešnosť v %
1.2	5	úloha na aplikáciu poznatkov	21,9
1.2	13	úloha na reprodukciu a porozumenie	71,2
1.3	19	úloha na aplikáciu poznatkov	85,8
1.3	27	úloha na aplikáciu poznatkov	65,3
1.4	9	úloha na aplikáciu poznatkov	83,9
1.4	10	úloha na aplikáciu poznatkov	63,4
1.4	22	úloha na aplikáciu poznatkov	47,9

Väčšina položiek bola podľa štatistických vyhodnotení stredne obťažná a mala vyhovujúcu citlivosť.

Žiaci riešili s vysokou úspešnosťou príklady, v ktorých mali zistiť dĺžku úsečiek zo zadaných údajov (č. 9) a určiť dve čísla, ak bol známy ich súčet a najväčší spoločný deliteľ (č. 19). Úlohy slabo rozlišovali žiakov podľa výkonnosti, pretože boli pre všetkých rovnako ľahké.

S veľmi dobrou úspešnosťou žiaci zistili hodnotu lineárneho koeficientu kvadratickej rovnice tak, aby uvedené číslo bolo jej koreňom (č. 10) a hodnotu neznámeho koeficientu v mnohočlene tak, aby bola splnená rovnosť pri delení mnohočlenov (č. 13). Žiaci gymnázií dosiahli dvojnásobne vyššiu úspešnosť ako žiaci ostatných stredných škôl. Pri určovaní počtu prirodzených čísel z daného intervalu, ktoré sú deliteľné siedmimi so zvyškom tri (č. 27), si distraktor B volilo 18 % žiakov, ktorí zrejme predpokladali, že delením vypočítali počet hľadaných čísel, ale v skutočnosti zistili počet úsekov na číselnej osi medzi vhodnými číslami.

S priemernou úspešnosťou riešili žiaci nerovnicu v tvare podielu (č. 22). Distraktor D si volilo 29 % žiakov, medzi nimi aj mnoho žiakov v teste celkovo úspešných. Správne vyriešili nerovnicu, ale nezohľadnili definičný obor menovateľa lomeného výrazu v nerovnici.

Nízku úspešnosť vykázal príklad na určenie percentuálneho poklesu zisku obchodníka po zlacnení fotoaparátu (č. 5). Až 45,3 % žiakov dospelo k nesprávnej odpovedi, v ktorej obchodníkov zisk po zlacnení fotoaparátu bol o 3,33 % vyšší ako jeho zisk z predaja fotoaparátu pred zlacnením. Žiaci určili, koľko percent predstavuje vypočítaný obchodníkov zisk (z predaja fotoaparátu pred zlacnením) z novej predajnej ceny fotoaparátu. Tu vznikla myšlienková chyba, kde žiaci do jedného percentového počtu prepojili jednu sumu pred zlacnením a jednu sumu po zlacnení. Správne vyriešilo úlohu 20,9 % žiakov, ktorí počas riešenia príkladu vypočítali nový zisk obchodníka po zlacnení fotoaparátu (odčítaním nákupnej ceny fotoaparátu od novej predajnej ceny) a zisťovali, koľko percent predstavuje táto suma z novej predajnej ceny fotoaparátu. Získali výsledok, ktorý je v súlade so skutočnosťou, že po znížení ceny fotoaparátu musel klesnúť aj obchodníkov zisk z jeho predaja. Úlohu úspešnejšie riešili chlapci než dievčatá. Správne vyriešenie úlohy nebolo podmienené celkovou úspešnosťou v teste (nízka hodnota *P. Bis.*).

Celková úspešnosť položiek tematického celku Základy matematiky bola **62,6 %**.

Zo siedmich úloh tematického **Funkcie** celku boli dve otvorené s krátkou odpoveďou (12, 16), ostatné boli uzavreté s výberom odpovede (23, 24, 26, 28, 30). Charakteristiky úloh sú uvedené v *Tab. 23*.

Tab. 23 Charakteristiky položiek testu z tematického celku Funkcie

téma	príklad	myšlienková operácia	Dosiahnutá úspešnosť v %
2.1	16	úloha na aplikáciu poznatkov	66,3
2.1	28	úloha na aplikáciu poznatkov	66,2
2.3	12	úloha na aplikáciu poznatkov	49,1
2.4	23	úloha na aplikáciu poznatkov	34,2
2.4	26	úloha na aplikáciu poznatkov	40,7
2.5	24	úloha na aplikáciu poznatkov	44,5
2.5	30	problémová úloha	31,7

Podľa štatistických vyhodnotení boli všetky položky stredne obťažné a mali vyhovujúcu citlivosť.

Žiaci s veľmi dobrou úspešnosťou zistili hodnotu člena postupnosti danej rekurentne (č. 16) a rýchlosť z grafu závislosti vzdialenosti od času (č. 28). Úlohy veľmi dobre rozlišovali žiakov, ale veľký rozdiel (35 %) sa zaznamenal v úspešnosti žiakov gymnázií a ostatných stredných škôl.

S priemernou úspešnosťou žiaci určili vzdialenosť priesečníkov grafu lineárnej lomenej funkcie s osami súradníc (č. 12), zistili počet priesečníkov grafu goniometrickej funkcie s osou x na danom intervale (č. 24) a hľadali hodnoty neznámych koeficientov v predpise exponenciálnej funkcie zo zadaného grafu funkcie (č. 26). V príklade č. 12 mali žiaci prepojiť znalosti z algebry (výpočet súradníc priesečníkov) a geometrie (určenie vzdialenosti priesečníkov), čo zrejme spôsobilo, že táto položka dosiahla najvyššiu hodnotu neriešenosti zo všetkých položiek v teste. Príklad výborne rozlišoval žiakov, ale ukázal sa veľký rozdiel medzi úspešnosťou žiakov gymnázií a ostatných stredných škôl (33 %). V príklade č. 24 si distraktor A volilo pomerne veľa žiakov v teste celkovo úspešných, ktorí do výsledku započítali aj priesečník v krajnom bode otvoreného intervalu. Žiaci gymnázií dosiahli o 20 % vyššiu úspešnosť než žiaci ostatných stredných škôl.

S nízkou úspešnosťou žiaci zistili korene logaritmickej rovnice (č. 23) a určili predpis funkcie, ktorej graf je súmerný s grafom danej goniometrickej funkcie podľa začiatku súradnicovej sústavy (č. 30). Logaritmickú rovnicu v príklade č. 23 zadanú v tvare rovnosti dvoch logaritmov žiaci zrejme riešili numericky. Využitím viet o logaritmoch (uvedených aj v prehľade vzťahov) previedli riešenie logaritmickej rovnice na riešenie kvadratickej rovnice. Po jej vyriešení nevykonali skúšku správnosti alebo neurčili definičný obor logaritmovaných výrazov, čím nevylúčili z množiny koreňov kvadratickej rovnice korene nevyhovujúce pôvodnej logaritmickej rovnici. Túto chybu urobili žiaci všetkých skupín výkonnostného spektra napriek tomu, že takáto úloha je typická pre učebnice matematiky a žiaci takéto rovnice veľa krát riešili. Z uvedených dôvodov vykázala úloha zlé štatistické ukazovatele. Správnu odpoveď A volilo 34 % žiakov, distraktor C (nezohľadňujúci definičný obor logaritmovaných výrazov) volilo 25 % žiakov. Spôsob zadania rovnice v tvare rovnosti dvoch logaritmov mohli žiaci využiť na riešenie úlohy graficky ako priesečník grafov dvoch logaritmických funkcií.

Príklad č. 30 bol autormi klasifikovaný ako náročná problémová úloha vyžadujúca tvorivý prístup, čo štatistické ukazovatele potvrdili. Úloha vyžadovala prepojenie znalostí z oblasti zhodných zobrazení a goniometrických funkcií. Takmer pre všetkých žiakov bola úloha rovnako náročná, dobre rozlíšila iba najlepších žiakov výkonnostného spektra. Úspešné vyriešenie úlohy nebolo podmienené celkovou úspešnosťou v teste (nízka hodnota *P. Bis.*). Podľa početností voľby jednotlivých odpovedí môžeme predpokladať, že mnohí žiaci svoju odpoveď len tipovali.

Celková úspešnosť položiek tematického celku Funkcie bola **47,53 %**.

Šesť zo siedmich úloh tematického celku **Planimetria** boli otvorené úlohy s krátkou odpoveďou (2, 3, 8, 17, 18, 20), jedna bola uzavretá s výberom odpovede (21). Základné charakteristiky úloh uvádza Tab. 24. Celková úspešnosť položiek tematického celku Planimetria bola **46,61 %**.

Tab. 24 Charakteristiky položiek testu z tematického celku Planimetria

téma	príklad	myšlienková operácia	Dosiahnutá úspešnosť v %
3.1	8	úloha na reprodukciu a porozumenie	48,2
3.1	18	úloha na aplikáciu poznatkov	32,8
3.1	21	úloha na aplikáciu poznatkov	77,3
3.2	2	úloha na reprodukciu a porozumenie	56,9
3.2	3	úloha na reprodukciu a porozumenie	55,2
3.4	17	úloha na aplikáciu poznatkov	49,7
3.4	20	úloha na aplikáciu poznatkov	6,2

Väčšina položiek bola podľa štatistických hodnotení stredne obťažná a mala vyhovujúcu citlivosť. Príklad č. 20 bol extrémne obťažný. Úlohy tohto tematického celku vykázali najvyššiu neriešenosť a najväčšie rozdiely v úspešnosti žiakov gymnázií a ostatných stredných škôl v prospech žiakov gymnázií.

Žiaci riešili s vysokou úspešnosťou príklad, v ktorom mali vybrať správne tvrdenie o vnútornom uhle trojuholníka podľa uvedených údajov (č. 21).

S dobrou úspešnosťou určili súradnicu vektora tak, aby platil daný skalárny súčin vektorov (č. 2) a vypočítali koeficienty v rovnici kružnice tak, aby kružnica prechádzala dvoma danými bodmi (č. 3). Pri riešení príkladu č. 2 dosiahli žiaci gymnázií o 36 % vyššiu úspešnosť než žiaci ostatných stredných škôl. Ostatné štatistické ukazovatele položky boli dobré. Napriek tomu bola táto položka prebodovaná (každý žiak za ňu dostal 1 bod bez ohľadu na jeho odpoveď), pretože skalárny súčin vektorov, na ktorý bola úloha zameraná, cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov uvádzajú, ale pojem vektora nie.

S priemernou úspešnosťou žiaci určili výšku medzi dvoma poschodiami (č. 8) a zistili súradnice chýbajúcich vrcholov rovnobežníka analytickou metódou (č. 17). Príklad č. 8 zvládli chlapci s úspešnosťou o 14 % vyššou než dievčatá. Úlohu č. 17 neriešilo 23 % žiakov.

S nízkou úspešnosťou žiaci vypočítali dĺžku strany trojuholníka pomocou trigonometrie (č. 18). Numerickú chybu pri odčítaní v kosínusovej vete urobilo 7,3 % žiakov. Dĺžku vypočítanej strany CS namiesto celej strany CB uviedlo 4,7 % žiakov. Úlohu neriešilo alebo vynechalo až 21 % žiakov. Oveľa úspešnejší pri riešení tejto úlohy boli žiaci gymnázií, pre žiakov ostatných stredných škôl bola úloha na hranici extrémnej obťažnosti (úspešnosť 11,92 %).

Extrémne obťažný pre žiakov bol príklad č. 20, v ktorom mali vypočítať dĺžku strany štvorca vpísaného do rovnostranného trojuholníka. Najpočetnejšia skupina žiakov (21,9 %) úlohu nepočítala, iba urobila záver po preskúmaní náčrtu a predpokladala, že veľkosť strany štvorca je polovicou dĺžky strany daného trojuholníka. 21,2 % žiakov určilo stranu štvorca ako polovicu výšky trojuholníka. Ďalších 5 % žiakov tiež určilo stranu štvorca ako polovicu výšky daného trojuholníka, ale získané číslo nezaokrúhlilo, iba podľa pokynov zadania uviedlo výsledok s dvoma desatinnými miestami. Úlohu vôbec neriešilo 18,2 % žiakov. Správnu odpoveď uviedlo 6,2 % žiakov. Zvyšných 27,5 % žiakov úlohu riešilo, ale dospelo k chybným výsledkom. 14,3 % žiakov určilo stranu vpísaného štvorca dlhšiu ako polovica strany trojuholníka. 2,4 % žiakov dokonca určilo stranu štvorca dlhšiu ako samotná strana trojuholníka, do ktorého bol štvorec vpísaný. Úloha mala malú citlivosť, napriek tomu ako náročná úloha splnila účel a rozlíšila desatinu najúspešnejších žiakov v teste.

Z tematického celku **Stereometria** bolo v teste päť úloh, štyri otvorené s krátkou odpoveďou (4, 7, 11, 14) a jedna uzavretá s výberom odpovede (29). Ich základné charakteristiky uvádza nasledujúca tabuľka.

Tab. 25 Charakteristika položiek testu z tematického celku Stereometria

téma	príklad	myšlienková operácia	Dosiahnutá úspešnosť v %
4.3	29	problémová úloha	53,3
4.4	14	úloha na aplikáciu poznatkov	33,8
4.5	4	úloha na aplikáciu poznatkov	49,3
4.5	7	úloha na aplikáciu poznatkov	49,6
4.5	11	úloha na aplikáciu poznatkov	33,6

Podľa štatistických výsledkov boli všetky položky stredne obťažné a mali vyhovujúcu citlivosť, veľmi dobre rozlišovali žiakov.

Žiaci s priemernou úspešnosťou vyjadrili v percentách odpad materiálu vzniknutého pri výrobe dierok gombíka (č. 4), určili pomer povrchov dvoch vzniknutých rotačných telies (č. 7) a vybrali správny pomer objemov daných dvoch telies (č. 29). Žiaci gymnázií dosiahli pri riešení príkladu č. 7 o 21 % vyššiu úspešnosť ako žiaci ostatných stredných škôl. Veľa žiakov nevedelo, ako zapísať výsledný pomer vypočítaný v tvare zlomku do odpovedového hárka ako desatinné číslo napriek tomu, že premenu zlomku na desatinné číslo by mali ovládať už zo základnej školy. O pomoc museli žiadať predsedu predmetovej maturitnej komisie. V príklade č. 29 si 21 % žiakov vybralo namiesto správnej odpovede B distraktor A, pretože si nepozorne prečítali zadanie a namiesto hranola s podstavou pravidelného trojuholníka uvažovali hranol s podstavou pravouhlého trojuholníka.

S nízkou úspešnosťou žiaci vypočítali objem pravidelného desaťuholníka (č. 11) a vzdialenosť priamky od roviny (č. 14). Príklad č. 11 neriešilo 22,1 % žiakov. Celkove žiaci uviedli v odpovedových hárkoch 582 rôznych výsledkov. Príklad č. 14 neriešilo 22,1 % žiakov. Ďalšia skupina žiakov (10,5 %) uviedla ako odpoveď polovicu dĺžky uhlopriečky obdĺžnika bočnej steny hranola. 10,2 % žiakov považovalo za hľadanú vzdialenosť dĺžku bočných hrán EH alebo FG . Až 36,9 % žiakov uviedlo ako odpoveď rôzne vzdialenosti dlhšie ako bočné hrany hranola. Veľký rozdiel bol medzi úspešnosťou žiakov gymnázií a ostatných stredných škôl, pre ktorých bola úloha veľmi obťažná. Lepšie zvládli úlohu chlapci ako dievčatá.

Celková úspešnosť položiek tematického celku Stereometria bola **43,92 %**.

Do testu boli z tematického celku **Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika** zaradené štyri úlohy, tri otvorené s krátkou odpoveďou (1, 6, 15) a jedna uzavretá s výberom odpovede (25). Charakteristiky úloh uvádza tabuľka č. 26.

Tab. 26 Charakteristiky položiek testu z tematického celku Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika

téma	príklad	myšlienková operácia	Dosiahnutá úspešnosť v %
5.1	1	úloha na reprodukciu a porozumenie	52,2
5.1	15	problémová úloha	12,4
5.1	25	úloha na aplikáciu poznatkov	61,2
5.2	6	úloha na reprodukciu a porozumenie	59,8

Podľa štatistických vyhodnotení boli položky s výnimkou č. 15 stredne obťažné a mali vyhovujúcu citlivosť. Položka č. 15 bola veľmi obťažná.

Žiaci s veľmi dobrou úspešnosťou určili štatistické charakteristiky daného súboru (č. 6) a počet najkratších ciest medzi dvoma danými bodmi (č. 25). V úspešnosti riešenia príkladu č. 6 bol veľmi veľký rozdiel medzi žiakmi gymnázií a ostatných stredných škôl (27 %) v prospech žiakov gymnázií.

S priemernou úspešnosťou určili žiaci počet možností výberu guľôčok z danej množiny (č. 1). Opäť boli oveľa úspešnejší žiaci gymnázií než žiaci ostatných stredných škôl.

Veľmi nízku úspešnosť vykázal príklad č. 15, v ktorom bolo treba zistiť počet rôznych poradí na štarte pretekov. Zadanie úlohy obsahovalo niekoľko obmedzujúcich podmienok, a preto nebolo možné úlohu riešiť pomocou niektorého z kombinatorických vzťahov, ale najšikovnejšie vypisovaním všetkých možností, ktoré vyhovujú požiadavkám úlohy. Najviac žiakov (14,4 %) uviedlo výsledok, ktorý nezohľadňuje požiadavku o zmene štartovacej pozície všetkých pretekárov s výnimkou Räikkönena a Coultharda v každom z možných poradí. Správnu odpoveď uviedlo 12,4 % žiakov. Úlohu neriešilo 12,2 % žiakov. Ďalšia skupina žiakov (6,8 %) zrejme riešila úlohu správnym postupom, ale nenašla všetky vyhovujúce poradia. Podmienku umiestnenia Alonsa a zmeny umiestnenia všetkých pretekárov vo svojej odpovedi nezohľadnilo 6,5 % žiakov. Celkový počet rôznych umiestnení štyroch pretekárov, ktorí menia svoju pozíciu (bez uváženia obmedzujúcich podmienok v zadaní) pomocou faktoriálu vypočítalo 4,8 % žiakov. Autormi bola táto položka klasifikovaná ako náročná problémová úloha vyžadujúca tvorivý prístup, čo štatistické ukazovatele potvrdili. Takmer pre všetkých žiakov bola táto úloha rovnako náročná, jej správne vyriešenie nebolo podmienené celkovou úspešnosťou v teste. Pre svoju obťažnosť mala úloha nízku citlivosť, ale odlišila desatinu najlepších žiakov výkonnostného spektra. Úspešnosť dievčat a chlapcov bola rovnaká. Úloha ukázala, že žiaci majú problém riešiť úlohy s dlhším zadaním obsahujúcim väčší počet údajov.

Celková úspešnosť položiek tematického celku Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika bola **46,40 %**.

Porovnanie úspešnosti žiakov gymnázií a ostatných stredných škôl v tematických celkoch uvádzame v tabuľke č. 27 na nasledujúcej strane.

Tab. 27 Úspešnosť žiakov gymnázií a ostatných stredných škôl podľa oblastí

číslo	téma	úspešnosť (%)		
		GYM	SOŠ	spolu
Základy matematiky				
1.1	Logika a množiny	–	–	–
1.2	Čísla, premenné a výrazy	49,8	37,1	43,6
1.3	Teória čísel	79,3	66,6	72,9
1.4	Rovnice, nerovnice a ich sústavy	69,1	37,7	53,4
Funkcie				
2.1	Funkcia a jej vlastnosti, postupnosti	73,0	50,1	66,3
2.2	Lineárna a kvadratická funkcia, aritmetická postupnosť	–	–	–
2.3	Mnohočleny a mocninové funkcie, lineárna lomená funkcia	58,8	25,5	49,1
2.4	Logaritmické a exponenciálne funkcie, geometrická postupnosť	41,1	28,5	37,5
2.5	Goniometrické funkcie	41,6	29,7	38,1
Planimetria				
3.1	Základné rovinné útvary	58,9	37,9	52,8
3.2	Analytická geometria v rovine	65,2	34,1	56,1
3.3	Množiny bodov daných vlastností a ich analytické vyjadrenie	–	–	–
3.4	Zhodné a podobné zobrazenia	32,7	16,5	27,9
3.5	Konštrukčné úlohy			
Stereometria				
4.1	Základné spôsoby zobrazovania priestoru do roviny	–	–	–
4.2	Súradnicová sústava v priestore	–	–	–
4.3	Lineárne útvary v priestore – polohové úlohy	58,7	40,3	53,3
4.4	Lineárne útvary v priestore – metrické úlohy	41,7	14,6	33,8
4.5	Telesá	49,3	31,8	44,2
Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika				
5.1	Kombinatorika a pravdepodobnosť	45,6	33,1	42,2
5.2	Štatistika	67,9	40,2	59,8

4.2.2 Úspešnosť v položkách

Pomerne vysokú úspešnosť a takmer žiadne rozdiely v úspešnosti podľa typu školy vykazujú príklady, ktorých riešenie nevyžaduje špeciálne poznatky stredoškolskej matematiky, iba vedomosti zo základnej školy alebo jednoduché vypísanie možností (č. 9, 13, 19, 21, 27, 28).

Príklady typické pre zbierky úloh používané na hodinách matematiky dosiahli predpokladanú úspešnosť, mali dobré štatistické ukazovatele a dobre rozdeľovali žiakov celkovo v teste úspešnejších od menej úspešných žiakov (č. 2, 8, 16, 29). Výnimkou sú úlohy, ktoré okrem hlavného riešenia vyžadujú aj vykonanie skúšky alebo zohľadnenie obmedzujúcej podmienky v závere riešenia (č. 22, 23, 24). Nedôslednosť, nepozornosť alebo nevedomosť o potrebe overenia získaného výsledku sa objavilo rovnomerne u žiakov všetkých výkonnostných skupín.

Veľmi nízku úspešnosť dosiahli výpočtovo jednoduchšie úlohy z reálneho života (č. 5, 15), zamerané na správne prečítanie a pochopenie textu. Správne interpretovanie zadania, jeho matematizácia a objavenie údajov potrebných k riešeniu úlohy sú pretrvávajúcim problémom. Rovnako neuspokojivé výsledky dosiahli aj celkovo úspešní aj menej úspešní žiaci.

S najnižšou úspešnosťou žiaci riešili príklady z geometrie (č. 11, 14, 18, 20, 30), vyžadujúce objavenie stratégie riešenia alebo vyčítanie informácií z nákresov. Napriek tomu, že to boli pomerne typické príklady z hodín matematiky, žiaci mali problém ich úspešne zvládnuť.

Nízku úspešnosť dosiahli aj príklady z analytickej geometrie (č. 3, 17). V cieľových požiadavkách už zostalo len minimum toho, čo sa z tohto tematického celku počas štúdia matematiky podľa učebných osnov má žiak naučiť. Zrejme školy nevenujú dostatok času a pozornosti tomuto celku, ak z neho žiaci nebudú pri maturite skúšaní.

4.2.3 Úspešnosť žiakov

Priemerná úspešnosť testu EČ MS z matematiky bola 51,19 %. Žiaci gymnázií dosiahli úspešnosť 56,0 %, žiaci ostatných stredných škôl 39,6 %. Žiaci ostatných stredných škôl dosiahli slabšie výsledky v porovnaní so žiakmi gymnázií v príkladoch z tematických celkov, ktoré sú zaradené v posledných ročníkoch štúdia – syntetická a analytická geometria, funkcie, postupnosti. Súvisí to zrejme s nižšou hodinovou dotáciou matematiky na týchto školách, chýbajúcou možnosťou voľby seminárov a cvičení z matematiky vo vyšších ročníkoch a rozdielnymi učebnými osnovami v porovnaní s gymnáziami. Žiaci všetkých typov škôl napriek rozdielnym možnostiam štúdia matematiky riešili rovnaký test EČ MS. Prispôbené boli cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti pre spoločnú úroveň, ktoré vychádzali z doterajších cieľových požiadaviek na základnej úrovni. Znížila sa tým náročnosť testu a výpovedná hodnota jeho výsledkov pre vysoké školy.

Chlapci dosiahli vyššiu úspešnosť ako dievčatá v príkladoch vyžadujúcich získavanie informácií z grafov alebo nákresov v zadaní a v príkladoch, ktorých riešenie si vyžadovalo nakreslenie obrázku, schémy alebo grafu (č. 5, 8, 14, 25, 26, 28). Dievčatá dosiahli vyššiu úspešnosť v príkladoch s parametrom vyžadujúcich algebraické riešenie (č. 2, 3, 10, 13).

Záver

Na výsledky riešenia testu externej časti maturitnej skúšky z matematiky sa môžeme pozerat' z hľadiska kvality výkonu žiakov, ako aj z hľadiska kvality meracieho nástroja – testu, pričom tieto dva aspekty sú navzájom prepojené.

Test MAT09 riešilo 9 250 maturantov. Počty v jednotlivých krajoch boli vyrovnané. Podľa zriaďovateľa významne viac žiakov pochádzalo zo štátnych škôl, zvyšok bol rozdelený medzi žiakov cirkevných a súkromných škôl. V rozdelení podľa typu školy prevahu mali žiaci gymnázií. Podiel chlapcov a dievčat bol približne 12 : 7 v prospech chlapcov. V roku 2009 sa po prvýkrát realizoval on-line test z matematiky. Štatistické analýzy potvrdili, že nová forma testovania nespôsobila rozdiely vo výkonoch.

Priemerná úspešnosť celého súboru (národný priemer) bola 51,2 %. Ukázalo sa, že výkon žiakov podľa krajov bol vyrovnaný. Podľa zriaďovateľa rozdiel vo výsledkoch medzi žiakmi cirkevných škôl a súkromných škôl v prospech cirkevných je na iba úrovni miernej signifikancie. Aj keď test z matematiky písalo viac chlapcov ako dievčat, v porovnaní úspešnosti podľa pohlavia nezaznamenávame štatisticky významné rozdiely. Rozdiely v úspešnosti chlapcov a dievčat sa nepotvrdili ani v jednotlivých oblastiach testu. Celkovo bol test z rodového hľadiska náročnosti položiek dobre vyvážený.

Z hľadiska typu školy, výkon žiakov gymnázií (priemerná úspešnosť 56 %) je stredne významne lepší, ako výkon žiakov ostatných škôl, kde priemerná úspešnosť bola 39,6 %. Gymnazisti boli vo všetkých oblastiach testu lepší ako žiaci ostatných stredných škôl.

Ak porovnáme výkon podľa polročnej klasifikácie žiaka z matematiky, dvojkári dosiahli horšie výsledky, ako by bol predpoklad ich klasifikačného stupňa. Zo štatistického hľadiska súlad polročnej klasifikácie a výkonu v EČ MS je primeraný. Dosiahnuté priemerné výkony boli primerané širokospektrálnej populácii, ktorá test riešila.

V záujme nezávislosti riešenia testu boli vyvinuté dva varianty, ktoré boli zo všetkých skúmaných hľadísk ekvivalentné.

Základné charakteristiky testu MAT09 nepoukazujú na závažné neštandardné vybočenia. Reliabilita testu bola primeraná, Cronbachovo $\alpha = 0,83$ potvrdzuje vysokú presnosť merania. Aj ďalšie parametre testu svedčia o uspokojivej rozlišovacej sile testu. O kvalite testu vypovedá aj kvalita jednotlivých položiek: obťažnosť, citlivosť, neriešenosť a predovšetkým medzipoložková korelácia. Charakteristiky štyroch položiek vykazovali jednu alebo viac výrazne nepriaznivých hodnôt, ale preukázala sa opodstatnenosť týchto položiek v teste. Úprava bodovania nastala v jednej položke.

Vyhodnotenie úspešnosti žiakov v jednotlivých oblastiach konštatuje primerané výsledky pri riešení príkladov známych z učebníc a zbierok úloh. Žiaci v podstate bez problémov riešia úlohy, ktoré vyžadujú použitie známeho algoritmu alebo jednoduchú aplikáciu poznatkov. Podrobná analýza položiek tiež ukázala, že žiaci majú problém riešiť úlohy s dlhším zadaním obsahujúcim väčší počet údajov alebo náročnejšie úlohy vyžadujúce vzájomné prepojenie poznatkov. Ukázali sa pretrvávajúce nedostatky pri riešení úloh z geometrie, najmä pri riešení úloh vyžadujúcich priestorovú predstavivosť. Vo vyučovaní matematiky na stredných školách je potrebné klásť dôraz na úlohy a zadania vyžadujúce tvorivý prístup žiaka, aplikáciu a vzájomné prepojenie poznatkov z rôznych oblastí matematiky, prácu s informáciami, grafmi, tabuľkami a dostatočný priestor venovať matematizácii problémov z bežného života.

Literatúra

1. Burjan, V.: *Tvorba a využívanie školských testov vo vzdelávacom procese*. Exam: Bratislava 1999.
2. *Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky*. ŠPÚ: Bratislava 2008.
3. Hendl, J.: *Přehled statistických metod zpracování dát*. Portál: Praha 2004.
4. Grošeková, M.: *Jazykové skúšky a štandardizované testy 1. časť*. In: Bulletin SAIA Slovenská akademická informačná agentúra, Informačný mesačník o štúdiu v zahraničí č. 9, ročník XIV, september 2004.
[http://www.saia.sk/images/Bulletin%20SAIA/www9\[3\].pdf](http://www.saia.sk/images/Bulletin%20SAIA/www9[3].pdf) (20.6.2006)
5. Juščáková, Z.: *Záverečná správa zo štatistického spracovania testu z matematiky*. NÚCEM: Bratislava 2009.
6. Kolektív: *Standards pro pedagogické a psychologické testování*. Testcentrum: Praha 2001.
7. *Špecifikačná tabuľka testu z matematiky*. Interný materiál. NÚCEM: Bratislava 2008.
8. Lapitka, M.: *Tvorba a použitie didaktických testov*. ŠPÚ: Bratislava 1996.
9. Ritomský, A., Zelmanová, O.: *Štatistické spracovanie a analýza dát rozsiahlych monitorovaní. Položková a multivariačná analýza s využitím systému SPSS*. ŠPÚ: Bratislava 2003.
10. Ritomský, A., Zelmanová, O., Zelman, J.: *Štatistické spracovanie a analýza dát rozsiahlych monitorovaní s využitím systému SPSS*. ŠPÚ: Bratislava 2002.
11. Sklenárová, I., Zelmanová, O.: *Metodika spracovania dát z maturity 2005 v systéme SPSS*. ŠPÚ: Bratislava 2005.
12. *SPSS Base 10.0 User`s Guide*. by SPSS Inc.: Chicago 1999.
13. *SPSS Base 7.0 Syntax Reference Guide*. by SPSS Inc.: Chicago 1996.
14. Turek, I.: *Učiteľ a pedagogický výskum*. Metodické centrum: Bratislava 1998.
15. Wimmer, G.: *Štatistické metódy v pedagogickom výskume*. Gaudeamus: Hradec Králové 1993.
16. *Teorie a metodika*. URL: http://www.scio.cz/tvorba_testu/teorie_testu/index.asp (15.06.2006)