

PISA SK
MATEMATICKÁ
GRAMOTNOST
2003
SPRÁVA

Bratislava 2004

Publikácia vznikla ako výstup z výskumnej úlohy 4.6 PHÚ ŠPÚ z roku 2004 pod názvom:
OECD PISA – Programme for International Students Assessment,
Medzinárodný program hodnotenia pripravenosti 15-ročných žiakov na život.
Národná koordinátorka štúdie OECD PISA 2003 na Slovensku:
Paulína Koršňáková, PhD.

Rozmnožovanie a šírenie tohto diela alebo jeho častí
akýmkoľvek spôsobom bez výslovného písomného súhlasu vydavateľa
je porušením autorského zákona.



PISA SK 2003
Matematická gramotnosť
SPRÁVA

Autori: RNDr. Zbyňek Kubáček, CSc., RNDr. František Kasper,
Mgr. Alžbeta Tomachová, Mgr. Paulína Koršňáková, PhD.

Zostavila a graficky spracovala: Marta Pavlíková
Štatistické podklady a spracovanie grafov: Ing. Martin Swan
Recenzent: RNDr. Vladimír Repáš
Jazyková korektúra: Mgr. Daniela Heldová

Vydal: © Štátny pedagogický ústav
Pluhová 8, P.O.BOX 26, 830 00 Bratislava
www.statpedu.sk

Rok vydania: 2004
Vydanie: prvé
Tlač: PARASLINE, s. r. o.

ISBN 80-85756-88-9

PISA SK
**MATEMATICKÁ
GRAMOTNOSŤ**

SPRÁVA



ŠTÁTNY PEDAGOGICKÝ ÚSTAV
BRATISLAVA

Obsah

Úvod	5
Rámec štúdie PISA a jednotlivé úrovne matematickej gramotnosti	6
Tri súčasti matematickej gramotnosti	7
Hodnotenie matematickej gramotnosti	11
Porovnanie s našimi základnými pedagogickými dokumentmi	13
Výsledky Slovenska v testovaní PISA 2003	19
Návrhy a odporúčania	38
Literatúra	43
PRÍLOHY	
Príloha A	45
Príloha B	76
Príloha C	81

PISA SK
SPRÁVA
2003

Úvod

V roku 2000 sa na objednávku Organizácie pre hospodársku spoluprácu a rozvoj (OECD) prvýkrát uskutočnila v 32 krajinách medzinárodná štúdia PISA (Programme for International Student Assessment) s cieľom zistiť, ako sú mladí ľudia pripravení na život. Autori štúdie zvolili ako vzorku populáciu 15-ročných žiakov, keďže v tomto veku sa vo väčšine krajín OECD končí povinná školská dochádzka. Slovensko v tom čase ešte nebolo členom OECD, a tak sa výskumu nezúčastnilo. Pri tvorbe úloh vychádzali autori z otázok a problémov, ktoré človek rieši v reálnom svete, nie v tom virtuálnom – učebnicovom. PISA úlohy nevychádzajú z osnov a ani neexistujú, ako žiaci v jednotlivých krajinách ovládajú učebnú látku. Žiaci sa v škole nemôžu naučiť všetko, čo budú v dospelosti potrebovať, musia však získať schopnosť efektívne sa učiť. Na to potrebujú základy, ktoré im dáva čitateľská gramotnosť (ťažisko štúdie PISA 2000 a opäť v roku 2009), matematická gramotnosť (ťažisko štúdie PISA 2003), prírodovedná gramotnosť (ťažisko štúdie PISA 2006), schopnosť organizovať svoje učenie a prekonávať prekážky. Tvorcovia výskumu preto pre žiakov pripravili úlohy, ktoré vyžadovali tvorivé získavanie a využívanie informácií, samostatnosť, schopnosť komunikovať a riešiť problémy.

V roku 2003 sa PISA uskutočnila v 46 krajinách sveta a v apríli 2003 sa do štúdie prvýkrát zapojilo takmer 7500 15-ročných žiakov z 282 škôl všetkých typov a zo všetkých regiónov Slovenska. (Pre úplnosť treba uviesť, že pilotné testovanie, ktorého cieľom bolo overiť používané nástroje – úlohy, testy, dotazníky, zachytiť všetky typy žiackych odpovedí a zdokonaľiť pokyny na ich hodnotenie, sa uskutočnilo o rok skôr. Zúčastnilo sa ho 1800 žiakov, z toho 600 riešilo testy v maďarskom jazyku.) Tento reprezentatívny a stratifikovaný výber našich škôl nám umožňuje zovšeobecniť získané výsledky na celý náš vzdelávací systém a tak ho porovnať s výsledkami ostatných zúčastnených krajín. Dôležitým zdrojom informácií o našom školskom systéme a najmä jeho pozadí sú aj údaje získané prostredníctvom školských dotazníkov.

Táto správa je venovaná matematickej gramotnosti a miere, v akej je rozvinutá u našich žiakov. Matematická gramotnosť v štúdiu OECD PISA nesleduje len ovládanie základných matematických vedomostí a zručností na istej minimálnej úrovni, ale zahŕňa používanie matematiky v rôznych situáciách, s ktorými sa žiaci môžu stretnúť v bežnom živote.

Správa sa podrobne zaoberá pojmom matematická gramotnosť a jej oblasťami, rámcom výskumu a charakteristikou úloh, ktoré na jej hodnotenie použila. Príloha A tejto správy obsahuje všetky úlohy, ktoré boli uvoľnené na publikovanie. V texte sa na ne odvolávame kódmi, pod ktorými boli označené v priebehu testovania. Toto označenie umožňuje ľahkú orientáciu a vyhľadanie konkrétnej otázky v iných publikáciách, napríklad zbierke úloh PISA matematika – Úlohy 2003, kde sú k úlohám uvedené aj riešenia a pokyny na ich hodnotenie. Ostatné úlohy ostávajú utajené pre použitie v nasledujúcich cykloch výskumu. Ďalšia časť správy sa venuje porovnaniu súboru úloh použitých v štúdiu OECD PISA 2003 s obsahom a cieľmi vyučovania matematiky v našich základných školách vyjadrených v našich základných pedagogických dokumentoch (učebné osnovy, vzdelávacie štandardy) a učebnice. Prehľad výsledkov tohto porovnania je zaradený v Prílohe B tejto správy. Nasleduje zoznámenie so spôsobom vyhodnotenia a prezentácie výsledkov, prehľad výsledkov a interpretácia najzávažnejších zistení. Záver správy tvoria odporúčania na zlepšenie matematickej gramotnosti a niekoľko problémov, ktoré treba ďalej riešiť. Ukážka časti vzdelávacieho štandardu k téme štatistika v Prílohe C je jedným z výsledkov práce na príprave tejto správy a ilustrácia práce na obsahu vzdelávania, ktorá nás čaká.

*Paulína Koršňáková, PhD., Národná koordinátorka štúdie
OECD PISA v Slovenskej republike*

RÁMEC ŠTÚDIE PISA A JEDNOTLIVÉ ÚROVNE MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

Rastúca úloha vedy, matematiky a technológií v modernom živote v stále väčšej miere vyžaduje, aby všetci dospelí, teda nielen tí, ktorí sa usilujú o vedeckú kariéru, boli matematicky, prírodovedne a technologicky gramotní.

Cieľom medzinárodnej štúdie OECD PISA je zistiť, ako z tohto pohľadu vzdelávací systém účastníckych krajín pripravil 15-ročných žiakov na konštruktívnu úlohu občana v spoločnosti.

Ak uvažujeme o význame matematiky pre jednotlivca, musíme uvážiť nielen mieru jeho matematických vedomostí a chápania, ale aj mieru jeho schopnosti aktivizovať svoje matematické kompetencie na riešenie problémov, s ktorými sa v živote stretne. PISA preto predkladá žiakom problémy zväčša zasadené do takých situácií reálneho života, kde použitie matematiky predstavuje skutočný prínos pri hľadaní riešenia. Cieľom štúdie OECD PISA je odhadnúť mieru, do akej žiaci pri riešení takýchto úloh dokážu aktivovať svoje matematické vedomosti a kompetencie potrebné na úspešné vyriešenie problému.

Tento prístup k matematike kontrastuje s tradičným chápaním školskej matematiky, ktoré je spravidla užšie. V škole sa matematický obsah zväčša učí a hodnotí prostriedkami, z ktorých je odstránený autentický kontext, napr.: žiakom sa ukáže, ako sa rieši istý typ rovnice, a potom majú za úlohu vyriešiť takúto rovnicu; učia sa o geometrických vlastnostiach a vzťahoch a dostanú za úlohu dokázať nejaké geometrické tvrdenie, atď. Potom, čo sa naučili príslušné pojmy a zručnosti, sa spravidla žiaci stretnú s vymyslenými matematickými úlohami zameranými práve na použitie príslušnej vedomosti. Na úlohu a potrebu matematiky v reálnom svete zostáva pri tomto prístupe len malý priestor.

V mnohých situáciách a problémoch reálneho života nie je na prvý pohľad zrejmé, že by použitie matematických vedomostí mohlo byť užitočné pri ich riešení. Jednotlivec musí preložiť situáciu alebo problém do podoby, v ktorej sa ukáže dôležitosť a užitočnosť matematiky. Ak žiaci nemajú cvik v takomto procese, potenciálna schopnosť matematiky pomôcť im pri riešení problémov, s ktorými sa stretnú, nemusí byť plne realizovaná. PISA sa snaží podnietiť vyučovanie matematiky, ktoré bude klásť dôraz na procesy spojené s riešením problémov v kontexte reálneho života, bude žiakov učiť transformovať tieto problémy do podoby vhodnej pre použitie matematického prístupu, použiť relevantnú matematickú vedomosť na riešenie problému a vyhodnotiť riešenie v originálnom kontexte problému. Takíto žiaci budú oveľa lepšie vybavení na použitie svojich matematických vedomostí a zručností počas svojho života. Budú matematicky gramotní.

Matematická gramotnosť v zmysle OECD PISA sa teda sústreďuje na schopnosť 15-ročných žiakov použiť svoje matematické poznatky pri ujasnení si problémov reálneho sveta a pri realizácii úloh vyplývajúcich z riešenia takýchto problémov. Jej definícia znie:

Matematická gramotnosť je schopnosť jedinca rozpoznať a pochopiť úlohu matematiky vo svete,robiť zdôvodnené hodnotenia, používať matematiku a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré zodpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmyšľajúceho občana.

Niekoľko vysvetľujúcich poznámok k tejto definícii:

Termín *matematická gramotnosť* má zdôrazňovať použitie matematických vedomostí v množstve rozličných situácií rôznymi spôsobmi. Schopnosť použiť matematické poznatky, samozrejme, vyžaduje isté množstvo základných matematických vedomostí a zručností; tie tvoria časť uvedenej definície gramotnosti. Nemožno ju ale redukovať len na znalosť matematickej terminológie, faktov a procedúr, zručností vo vykonávaní istých operácií a realizácii určitých postupov (i keď bez uvedených súčastí nie je samozrejme mysliteľná). Matematická gramotnosť zahŕňa tvorivú kombináciu týchto prvkov ako odpoveď na požiadavky vytvorené vonkajšou situáciou.

Používanie matematiky v sebe spolu s účelovým použitím matematiky v užšom zmysle zahŕňa aj pripravenosť pre ďalšie štúdium a estetické, resp. rekreačné prvky matematiky.

Životom jednotlivca v tejto definícii rozumieme osobný život a zamestnanie rovnako ako život občana v spoločnosti.

Kľúčovou schopnosťou v zmysle uvedenej definície je schopnosť použiť matematiku pri nastolení, formulovaní, riešení a interpretácii problémov v rôznych situáciách a kontextoch. Tieto kontexty siahajú od čisto matematických až po také, v ktorých sa nevyskytuje alebo nie je zrejma žiadna matematická štruktúra – teda pri formulácii, resp. riešení problému je potrebné takúto štruktúru zaviesť. Treba si teda znova uvedomiť, že definícia nesleduje len znalosť matematiky na istej minimálnej úrovni, je v nej zahrnuté aj používanie matematiky v situáciách siahajúcich od každodenných po nezvyčajné, od jednoduchých po zložité.

TRI SÚČASTI MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

Pri podrobnejšom opise matematickej gramotnosti, ktorú skúma štúdia OECD PISA, rozlíšime tri zložky:

- situácie alebo kontexty, do ktorých sú problémy umiestnené,
- matematický obsah,
- kompetencie (schopnosti), ktoré treba aktivovať pre také prepojenie reálneho sveta (v ktorom sa problémy vyskytujú) s matematikou, ktoré povedie k riešeniu daného problému.

Tieto tri súčasti sú rozličnej povahy. Situácie a kontexty definujú problém reálneho sveta; matematický obsah, resp. nástroje reflektujú spôsob, akým sa na tento reálny svet pozeráme okuliarmi matematiky. Jadrom matematickej gramotnosti sú však kompetencie. Žiak môže problém úspešne vyriešiť len vtedy, ak disponuje istými kompetenciami. Súčasťou

hodnotenia matematickej gramotnosti je teda hodnotenie miery matematických kompetencií, ktoré vie žiak účinne použiť v problémových situáciách.

Teraz popíšeme tieto tri zložky detailnejšie.

Situácie (kontexty)

Ukazuje sa, že pri riešení problémov nástrojmi matematiky, výber matematických metód a reprezentácií často závisí na situáciách, v rámci ktorých sú problémy nastolené.

Kontext úlohy tu chápeme ako jej špeciálne umiestnenie v situácii, sú v ňom zahrnuté všetky podrobnosti použité pri formulácii problému. Štúdia OECD PISA kladie dôraz na úlohy, s ktorými sa možno stretnúť v istých situáciách reálneho sveta. Kontext týchto úloh je pre použitie matematiky prirodzený, ovplyvňuje riešenie úlohy a jeho interpretáciu (na rozdiel od úloh vyskytujúcich sa spravidla v školských učebniciach, kde hlavným cieľom je skôr precvičenie matematického učiva než použitie matematiky na riešenie reálneho problému).

To nevylučuje úlohy s hypotetickým kontextom; ak obsahujú niektoré reálne prvky, nie sú priveľmi vzdialené od situácie reálneho sveta a použitie matematiky pri riešení problému v tomto kontexte je prirodzené. Príkladom problému s hypotetickým nematematickým kontextom je nasledujúca úloha:

Bolo by možné zaviesť mincový systém založený len na hodnotách 3 a 5? Presnejšie, aké obnosy by bolo možné platiť len použitím mincí hodnoty 3 a 5? Bol by tento systém vhodný?

Hodnota tohto problému nevyplýva primárne z jeho väzby na reálny svet, ale zo skutočnosti, že je matematicky zaujímavý a vyžaduje kompetencie súvisiace s matematickou gramotnosťou. Použitie matematiky pri vysvetľovaní hypotetických scenárov a vyšetrovaní možných systémov alebo situácií (hoci v skutočnosti nepravdepodobných), patrí k najsilnejším rysom matematiky. Tento problém patrí v použitej klasifikácii situácií do skupiny veda.

V úlohách štúdie OECD PISA sa používajú štyri skupiny situácií: osobný život; škola, zamestnanie a voľný čas; spoločnosť; veda. Tieto štyri situácie sa líšia v dvoch dôležitých stránkach. Prvou je „vzdialenosť“ medzi žiakom a situáciou. Osobné situácie sú žiakovi najbližšie, naopak vedecké situácie sú spravidla najabstraktnejšie, a teda reprezentujú najväčšiu vzdialenosť medzi žiakom a situáciou. Hodnotenie PISA predpokladá, že žiaci by mali byť schopní narábať s rôznymi situáciami, blízkymi aj vzdialenými od ich bezprostredného života. Druhý rozdiel je v tom, nakoľko zrejmy je matematický charakter situácie. Istý malý počet úloh použitých v testovaní PISA sa vzťahuje len na matematické objekty, symboly alebo štruktúry a nezmieňuje sa o veciach mimo sveta matematiky. Súbor testovacích úloh PISA však rovnako obsahuje aj problémy, s ktorými sa žiaci môžu stretnúť vo svojom živote a kde matematické prvky nie sú obsiahnuté explicitne. Hodnotenie teda testuje mieru, do akej je žiak schopný identifikovať matematické črty problému, ktorý je formulovaný v nematematickom kontexte, vie aktivovať svoje matematické vedomosti na skúmanie a riešenie tohto problému a porozumieť nájdenému riešeniu v kontexte alebo situácii, v ktorej bol problém formulovaný.

Matematický obsah

Javy reálneho sveta sa zriedka vyskytujú v takej podobe a takom kontexte, ktoré by umožňovali ich pochopenie a riešenie použitím len znalostí z jednej špecializovanej oblasti matematiky (akými sú napr. aritmetika, algebra, geometria). Pre potreby skúmania matematickej gramotnosti v štúdiu OECD PISA sa vychádzalo z potreby zvoliť členenie rešpektujúce historický vývoj matematiky, umožňujúce dostatočnú rozmanitosť a hĺbku a súčasne dostatočne korešpondujúce s tradičným členením matematických disciplín používaným v osnovách matematiky.

Z uvedených príčin sa použilo členenie na tieto štyri oblasti:

- kvantita,
- priestor a tvar,
- zmena, vzťahy a závislosť,
- náhodnosť.

Každú z týchto oblastí možno chápať ako nosnú myšlienku, ktorá reprezentuje istý uhol pohľadu, má svoje jadro (akýsi gravitačný stred) a jej istým spôsobom „rozmazané“ vymedzenie pripúšťa prienik s ostatnými uvedenými oblasťami.

Oblasť *kvantita* zahŕňa numerické javy ako aj kvantitatívne vzťahy a modely. Vzťahuje sa na pochopenie relatívnej veľkosti, použitie čísel na reprezentáciu veličín, počtov a mier. Patrí sem aj kvantitatívne dôvodenie, ktoré zahŕňa zmysel pre čísla, reprezentáciu čísel, pochopenie významu operácií, počítanie z hlavy a odhady. Z učiva školskej matematiky má táto oblasť najbližšie k aritmetike.

Oblasť *priestor a tvar* sa vzťahuje na priestorové a geometrické javy a vzťahy, z osnôv školskej matematiky je k nej najbližšie učivo geometrie.

Oblasť *zmena, vzťahy a závislosť* zahŕňa matematické prejavy zmeny ako aj funkčné vzťahy a závislosti medzi premennými; z učiva školskej matematiky má úzky vzťah k algebre. Patria sem matematické vzťahy v podobe rovníc alebo nerovníc, ale aj vzťahy všeobecnejšej povahy (napr. ekvivalencia, deliteľnosť, inklúzia), reprezentované viacerými spôsobmi (symbolicky, algebraicky, graficky, tabuľkovo, geometricky).

Oblasť *náhodnosť* postihuje pravdepodobnostné a štatistické javy a vzťahy, ktorých dôležitosť v dnešnej informačnej spoločnosti narastá. Tieto javy sú predmetom matematického štúdia štatistiky a pravdepodobnosti.

Kompetencie

Jednotlivec schopný úspešne používať matematiku v rôznych situáciách musí mať isté matematické schopnosti, ktorých súhrn možno považovať za jeho celkovú matematickú kompetenciu. Na určenie a zhodnotenie týchto schopností používa štúdia OECD PISA osem typických matematických kompetencií:

- rozmýšľanie a usudzovanie,
- argumentácia,
- komunikácia,
- modelovanie,
- polozenie otázky a riešenie problému,
- reprezentácia,
- použitie symbolického, formálneho a technického vyjadrovania a operácií,
- použitie nástrojov a prístrojov.

OECD PISA pritom nepoužíva testové položky (otázky), ktoré by skúmali uvedené kompetencie jednotlivo; používanie matematiky vedie totiž spravidla k súčasnému použitiu viacerých kompetencií, preto každý pokus o ich oddelené skúmanie by s veľkou pravdepodobnosťou vyústil do veľmi umelých úloh a priveľkého „rozškatulkovania“ v oblasti matematickej gramotnosti.

Aby bolo možné produktívne opísať a zhodnotiť žiakove schopnosti, je potrebná istá štruktúra. OECD PISA sa rozhodla opísať aktivity obsahujúce tieto kompetencie pomocou troch úrovní kompetencií:

- reprodukčná úroveň,
- úroveň prepojenia,
- úroveň reflexie.

Úlohy merajúce kompetencie na *reprodukčnej úrovni* možno opísať týmito charakteristikami: reprodukcia naučeného materiálu, vykonávanie rutinných výpočtov a procedúr a riešenie rutinných problémov.

Kompetencie na *úrovni prepojenia* umožňujú riešenie úloh, ktoré nie sú úplne rutinné, ale obsahujú známe alebo pomerne známe prvky. Úlohy spojené s touto úrovňou kompetencií vyžadujú schopnosť prepojenia rôznych oblastí matematiky alebo práce s viacerými navzájom rôznymi reprezentáciami daného problému. Sú pre ne charakteristické integrácia, prepojenie a nenáročné rozšírenie pre žiaka známeho materiálu, modelovanie a spojenie viacerých pre žiaka známych metód.

Kompetencie na *úrovni reflexie* obsahujú prvok uvažovania o procesoch potrebných k vyriešeniu úlohy. Vzťahujú sa k žiakovým schopnostiam plánovať stratégie riešenia a uplatniť ich v úlohách, ktoré obsahujú viac súčastí a môžu byť originálnejšie (menej zvyčajné) v porovnaní s úlohami zodpovedajúcimi kompetenciám na úrovni prepojenia. Sú charakterizované potrebou rozvinutého uvažovania, argumentácie, abstrakcie, zovšeobecnenia a modelovania použitého v nových (neznámych) kontextoch, originálneho matematického prístupu, spojenia viacerých zložitejších metód, vhľadu do problému.

HODNOTENIE MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

Charakteristika úloh

OECD PISA je medzinárodný test matematickej gramotnosti 15-ročných žiakov. Všetky v ňom použité úlohy (a v rámci nich jednotlivé otázky, tzv. testové položky) boli overené v priebehu pilotného testovania štúdie v roku 2002 a sú primerané pre populáciu 15-ročných žiakov v krajinách OECD.

Každá úloha obsahuje stimulus (podnet) – úvodnú informáciu, za ktorou nasleduje jedna alebo aj viac otázok (položiek). Položky, v ktorých odpovede žiakov nemôžu byť hodnotené automaticky, majú požadované riešenie doplnené podrobnou schémou na hodnotenie.

Položky použité v teste majú rôzne formáty. Štúdia OECD PISA posudzuje matematickú gramotnosť kombináciou otvorených otázok, otázok s krátkou odpoveďou a otázok s výberom odpovede. Každý z týchto troch formátov úloh je zastúpený približne rovnako. Na základe skúseností s tvorbou a použitím testových položiek pre štúdiu OECD PISA 2000 sa otázky s výberom odpovede vo všeobecnosti považujú za najvhodnejšie pre úlohy súvisiace s kompetenciami na reprodukčnej úrovni a úrovni prepojenia.

V niektorých položkách má žiak zvoliť jednu alebo viacero odpovedí z väčšieho počtu ponúknutých možných odpovedí. Tento typ formátu zahŕňa zvyčajné otázky s výberom odpovede (*multiple choice*), v ktorých má žiak vybrať jednu správnu odpoveď z väčšieho počtu možností, aj otázky s *viacnásobným výberom odpovede* (*complex multiple choice*), v ktorých žiak odpovedá na viacero otázok výberom jednej z viacerých možných odpovedí.

Otázky s krátkou odpoveďou sa podobajú otázkam s výberom odpovede, ale žiak musí sám napísať odpoveď, o správnosti ktorej možno ľahko rozhodnúť. V prípade položiek tohto formátu neprichádza do úvahy „tipovanie“ výsledku a nie je, na rozdiel od otázok s výberom odpovede, potrebné tvoriť distraktory (ponuku možností, z ktorých si má žiak vybrať). Do tejto skupiny patria formáty označované v angličtine *short response a closed constructed response*.

Otázky s voľnou tvorbou odpovede (*open constructed response*) vyžadujú od žiaka rozsiahlejšiu odpoveď. Tvorba tejto odpovede zväčša vyžaduje kognitívne procesy vyššieho stupňa. Niekedy majú žiaci zapísať svoje výpočty, aby bolo zrejmé, aké metódy a myšlienkové postupy použili pri hľadaní odpovede. Inokedy majú žiaci písomne zdôvodniť svoje výsledky, to opäť umožňuje pohľad na žiakové myšlienkové postupy. Takéto odpovede nie je možné hodnotiť strojovo, vyžadujú posúdenie špeciálne na tento účel pripravovaných hodnotiteľov. Asi jedna tretina otázok v úlohách OECD PISA sú položky s voľnou tvorbou odpovede.

V štúdií OECD PISA je vo viacerých prípadoch používaná taká formulácia úloh, pri ktorej je viacero položiek spojených so spoločným stimulom. Úlohy tohto formátu dávajú žiakom možnosť zžiť sa s kontextom alebo problémom tým, že zodpovedajú rad otázok so vzrastajúcou náročnosťou. Niekoľko prvých otázok sú položky s výberom odpovede alebo s krátkou odpoveďou, potom nasledujú položky s otvorenou odpoveďou. Jednou z príčin použitia spoločného stimulu je to, že umožňuje navrhnuť úlohy, ktoré odzrkadľujú zložitosť situácií reálneho života. Ďalším dôvodom je efektívne využitie času určeného na testovanie, keďže sa znižuje čas potrebný na vniknutie žiaka do danej situácie.

Štruktúra testovania

Testovacie nástroje štúdie OECD PISA 2003 pokrývali celkom 210 minút testovacieho času. Vybrané úlohy boli zoradené do 7 skupín, každá z nich predstavovala 30 minút testovacieho času. Žiak mal na vypracovanie testu 120 minút a riešil 4 skupiny úloh. V roku 2003 boli 2 až 3 z týchto 4 skupín tvorené matematickými úlohami. Ostatné skupiny obsahovali úlohy testujúce čitateľskú gramotnosť žiaka, prírodovednú gramotnosť žiaka, prípadne jeho schopnosť riešiť problémy medzipredmetového charakteru. Bolo použitých 13 rôznych typov testovacích zošitov.

Celkový testovací čas bol čo najrovnomernejšie rozdelený medzi štyri spomínané oblasti matematiky (kvantita; priestor a tvar; zmena, vzťahy a závislosť; náhodnosť) a štyri skupiny situácií (osobný život; škola, zamestnanie a voľný čas; spoločnosť; veda). Zastúpenie troch úrovní kompetencií (reprodukčná úroveň, úroveň prepojenia, úroveň reflexie) je približne v pomere 1 : 2 : 1. Asi tretina položiek boli otázky s výberom odpovede, ďalšiu tretinu tvorili otázky s krátkou odpoveďou a poslednú tretinu otázky s voľnou tvorbou odpovede.

Pomôcky a nástroje

OECD PISA zastáva názor, že kalkulačky a iné pomôcky by mali žiaci používať v takej miere, ako sú zvyknutí počas vyučovania a naši žiaci ich pri riešení testu mohli používať.

POROVNANIE S NAŠIMI ZÁKLADNÝMI PEDAGOGICKÝMI DOKUMENTMI

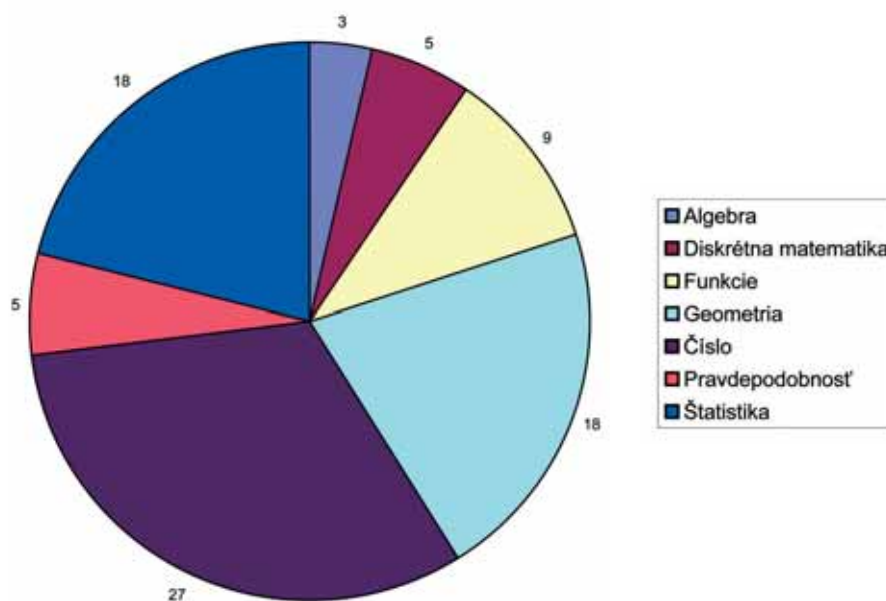
Porovnajme teraz súbor úloh použitých v medzinárodnej štúdii OECD PISA 2003 s obsahom a cieľmi vyučovania matematiky v našich základných školách, s formou a kontextom exemplifikačných úloh vo vzdelávacích štandardoch, úloh v používaných učebniciach a zbierkach úloh z matematiky pre základné školy. Uvoľnené úlohy z testovania OECD PISA sú k dispozícii na konci tejto publikácie v Prílohe A (v tomto texte sa na ne budeme len odvolávať).

Matematický obsah

Väčšina použitých testovacích položiek je buď v úplnom súlade s obsahom učiva matematiky našej základnej školy alebo má naň aspoň voľnú väzbu. Len niekoľko úloh (približne 7% z celkového počtu) je úplne mimo tohto obsahu. O úlohách, ktoré nemožno priradiť k žiadnej časti vzdelávacích štandardov však treba povedať, že hoci nesúvisia s preberaným učivom, možno ich zvládnuť na základe logického myslenia bez špeciálnej prípravy.

Zastúpenie jednotlivých oblastí školskej matematiky v testovacích položkách PISA znázorňuje kruhový diagram.¹⁾

Obrázok 1 Počty úloh v jednotlivých oblastiach školskej matematiky



¹⁾ Z piatich úloh zahrnutých pod spoločný názov diskretná matematika, ktorý sa v našich učebných osnovách pre ZŠ nepoužíva, dve patria do kombinatoriky, dve bolo možné zaradiť do aritmetiky a jedna sa našim učebným osnovám vymyká.

Nemožno si nevšimnúť, že v porovnaní s našimi učebnými osnovami je v teste venovaná väčšia pozornosť učivu z oblasti štatistiky a pravdepodobnosti. O význame tejto časti matematiky pre praktický život nemožno pochybovať. V rôznych životných situáciách musíme spracúvať množstvo údajov, musíme z nich vedieť získať potrebné informácie, všimnúť si súvislosti, vyvodiť prognózy a podobne.

Z oblasti geometrie sú zastúpené hlavne úlohy z planimetrie a úlohy na priestorovú predstavivosť. Zdá sa, že jej precvičovaniu sa venuje v iných krajinách väčšia pozornosť, kým u nás akoby sa predpokladalo, že ju žiaci majú sami od seba a my len na nej budujeme. Neboli zastúpené úlohy venované goniometrii ostrého uhla, výpočtu obsahu trojuholníka, lichobežníka a mnohoúhelníkov, podobnosti trojuholníkov a iných rovinných útvarov, konštrukčným úlohám a výpočtom objemu a povrchu telies.

Medzi testovými položkami neboli zastúpené ani niektoré z ďalších pomerne rozsiahlych častí učiva, ktoré sa v našich základných školách preberá a považuje sa za dôležité. K týmto nezastúpeným častiam patrí učivo o mocninách, odmocninách a operáciách s nimi, sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie záporných čísel, sčítanie, odčítanie a násobenie mnohočlenov, úpravy výrazov vynímaním a pomocou vzorcov $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$, lomené výrazy a operácie s nimi, určovanie podmienok, nerovnice, sústavy dvoch lineárnych rovníc o dvoch neznámych, slovné úlohy na rovnice a sústavy rovníc, či vyjadrenie neznámej zo vzorca.

V súvislosti s obsahom treba tiež spomenúť, že do kategórie 15-ročných žiakov, ktorí boli zapojení do testovania PISA 2003, patrili aj žiaci gymnázií s osemročným štúdiom a iných stredných škôl, ktorí už mali prebrané učivo nad rámec vzdelávacích štandardov pre základné školy. Najmä žiaci 6. ročníka gymnázií s osemročným štúdiom mali teda pri riešení niektorých úloh výhodu.

Kontext a formy

Veľmi dôležitou spoločnou vlastnosťou prevažnej väčšiny úloh testu PISA 2003 je to, že sú vsadené do reálneho života, riešia problémy, s ktorými sa žiaci môžu stretnúť doma, v škole, na ulici, v prírode. Sú to slovné úlohy, z ktorých mnohé na prvý pohľad ani nevyzerajú ako matematické úlohy. Vo viacerých možno badať využitie medzipredmetových vzťahov (napr. vzťahu matematiky s fyzikou, biológiou, geografiou). Žiakom názorne ukazujú, prečo je dobré vedieť matematiku, kde v živote ju môžeme využiť, ba čo viac, kde sa bez nej nemôžeme zaobiť. Nemožno povedať, že by sa v našich učebniciach a zbierkach úloh nevyskytovali úlohy tohto typu, ale ich zastúpenie nemožno v žiadnom prípade považovať za dostatočné. Práve úlohy tohto typu by mohli napomôcť tomu, aby vyučovanie matematiky bolo zaujímavejšie a žiaci boli lepšie pripravení na riešenie problémov, s ktorými sa v živote stretnú.

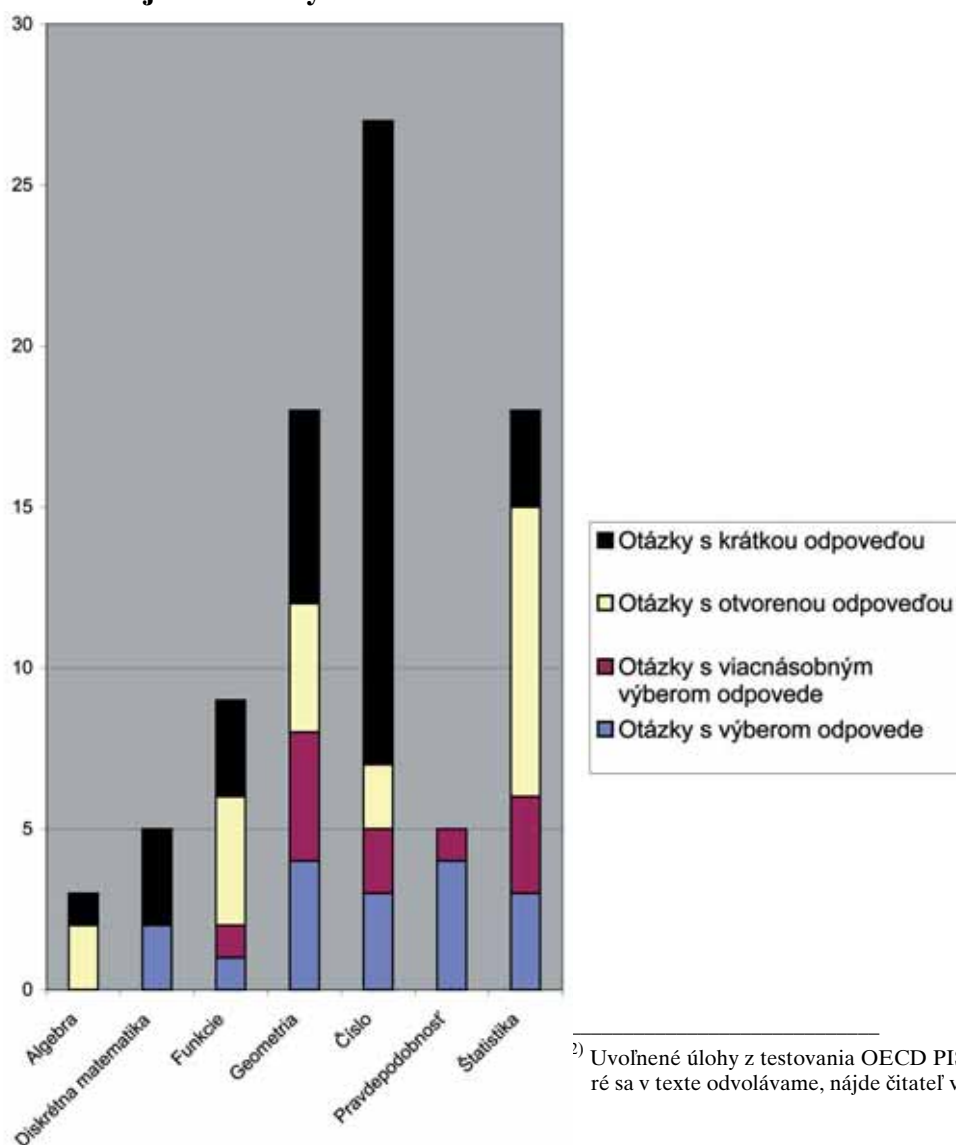
Ďalším rozdielom, ktorý si zaslúži pozornosť, je pomerne veľké množstvo testovacích položiek PISA, vo formulácii ktorých sa používajú tabuľky, grafy a diagramy. Naznačuje to potrebu viesť žiakov k tomu, aby sa vedeli zorientovať v množstve informácií, ktoré sa im v dnešnej dobe dostávajú vo veľkom množstve, napr. aj prostredníctvom internetu, práve v tejto forme. Kým naši žiaci v základných školách preberajú len grafy ideálnych lineárnych alebo kvadratických funkcií a nepriamo úmernosti, prípadne v rozširujúcom učive sčasti aj grafy goniometrických funkcií, v teste sa vyskytujú aj rôzne nepravideľné

grafy získané meraním. Takými sa v našich školách veľmi nezaobráame, ale v reálnom živote sa s nimi stretávame často. V teste sa vyskytujú aj úlohy na porovnávanie dvoch grafov, riešenie úloh prepojením údajov z dvoch tabuliek alebo dvoch diagramov (napr. M 438).²⁾

Skupinou úloh, ktoré sa v našom testovaní nepoužívajú vôbec a pri vyučovaní len zriedka sú úlohy, ktoré si vyžadujú vysvetlenie alebo argumentáciu (napr. M 150Q03, M 179Q01, M 413Q03, M 702Q01).

Je pravda, že úlohy tohto typu môžu byť problematické z hľadiska odpovede aj hodnotenia (žiak pri odpovedi uvedie nejaké argumenty, ale nemá istotu, či bude jeho odpoveď pre učiteľa postačujúca, či splní jeho očakávania; učiteľ sa zasa pri hodnotení stretáva s množstvom rôznych presnejších aj menej presných slovných vyjadrení, vydarenejších a menej vydarených formulácií, kedy sám v niektorých prípadoch nemá istotu, čo chcel žiak povedať, ako to myslel). Bolo by však veľmi užitočné riešiť ich so žiakmi počas vyučovacích hodín a pestovať tak u nich schopnosť správne matematicky argumentovať, oponovať, vedieť vyvracať nesprávne úsudky, presne sa vyjadrovať, logicky myslieť, porovnávať, postrehnúť dôležité skutočnosti a podobne.

Obrázok 2 **Prehľad zastúpenia jednotlivých typov úloh v jednotlivých oblastiach školskej matematiky**



²⁾ Uvoľnené úlohy z testovania OECD PISA, na ktoré sa v texte odvolávame, nájdete v Prílohe A.

Z hľadiska formy sa v sade testovacích položiek PISA vyskytuje päť typov: otázky s výberom odpovede (napr. M 438Q02, M 467Q01), otázky s viacnásobným výberom odpovede (napr. M 266Q01), otázky so zatvorenou odpoveďou (napr. M 145Q01, M 150Q01,02), otázky s voľnou tvorbou odpovede (napr. M 124Q01, M150Q03) a otázky s krátkou odpoveďou (napr. M402Q01,Q02). Naša školská matematika v porovnaní s tým výrazne preferuje používanie úloh s otvorenou odpoveďou. S úlohami s výberom odpovede sa žiaci na Slovensku môžu stretnúť v prípade výstupných testov pri ukončovaní štúdia na niektorom stupni vzdelávania alebo pri prijímacích skúškach na ďalší stupeň školy. Úlohy s krátkou odpoveďou a so zatvorenou odpoveďou budú súčasťou testov externej časti maturitnej skúšky z matematiky. Už len z týchto dôvodov by bolo potrebné, aby sa žiak so všetkými uvedenými typmi úloh stretával aj na vyučovaní. Na Slovensku však učebnice s takýmito úlohami zatiaľ nie sú a zbierky úloh tohto druhu sú ojedinelé.

Poznamenajme ešte, že na niektoré úlohy, z pohľadu našich školských zvyklostí netradičné, ktoré zdanlivo nesúvisia s nejakou časťou matematiky, sa možno dívať ako na úlohy testujúce schopnosť žiaka s pomocou práve získaných nových informácií riešiť nejaký problém. Takáto schopnosť mu v budúcnosti umožní používať v rôznych životných situáciách návody a pomocou nich samostatne riešiť problémy, s ktorými sa stretáva po prvý raz.

Ak by chcel súčasný slovenský učiteľ zaraďovať do vyučovania aj do testovania žiakov úlohy rôznych foriem, ktoré by súčasne využívali medzipredmetové vzťahy a vychádzali z reálneho života, musel by si ich tvoriť sám. To by ale predpokladalo veľkú dávku tvorivosti a znamenalo veľké pracovné zaťaženie. Najlepším riešením by bolo preto poveriť vypracovaním súboru takýchto úloh tím skúsených odborníkov a úlohy zaradiť do učebníc, zbierok úloh a vzdelávacích štandardov.

Pre porovnanie uvádzame (Príloha B) exemplifikačné úlohy vybrané zo vzdelávacieho štandardu z matematiky ³⁾ pre 2. stupeň ZŠ, ktoré svojím matematickým obsahom zodpovedajú jednotlivým uvoľneným úlohám testovania OECD PISA (uvedené v Prílohe A). Za číslom úlohy zo štúdie OECD PISA uvádzame zodpovedajúcu exemplifikačnú úlohu (úlohy) zo vzdelávacieho štandardu.

Ciele a úroveň kompetencií

Význam matematiky v systéme vzdelávania popisujú učebné osnovy pre 2. stupeň ZŠ takto:

Matematika má v systéme vzdelávania kľúčové postavenie predovšetkým preto, že výrazne rozvíja myslenie žiakov. Učí ich robiť analýzu aj syntézu, vyslovovať hypotézy, dokazovať a overovať ich správnosť praxou. Základné poslanie predmetu matematika je určené aj jej potrebou pri výklade a riešení problémov v ďalších predmetoch, ako je fyzika,

³⁾ Vzdelávací štandard s exemplifikačnými úlohami z matematiky pre 2. stupeň základnej školy. Vypracoval PhDr. Ľudovít Bálint, CSc. s využitím úloh zaslaných okresnými metodikmi k jednotlivým požiadavkám, v rokoch 1995, 1996. Posúdili členovia Ústrednej predmetovej komisie matematiky ŠPÚ, Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 30. januára 2002 pod číslom 117/2002 s platnosťou od 1. septembra 2002.

chémia, prírodopis, technická výchova, ale aj v predmetoch humanitného zamerania ako je zemepis, dejepis, jazyky a ďalšie predmety. ⁴⁾

Zastúpenie problémov z ďalších predmetov je v našich učebniciach približne nasledovné:

– fyzika	20 %
– chémia	5 %
– prírodopis	3 %
– zemepis	4 %
– dejepis	1 %
– jazyky a ďalšie predmety	2 %

Úlohy použité v štúdiu OECD PISA sú jednoznačne v súlade s takto formulovaným poslaním vyučovania matematiky, dokonca možno povedať, že naplňajú túto formuláciu v mnohých prípadoch lepšie ako úlohy z našich zbierok úloh a učebníc. Predstavujú preto vítanú inšpiráciu pri snahe o naplnenie poslania vyučovania matematiky.

Pripomeňme v tejto súvislosti snahu štúdie OECD PISA, ktorú sme uviedli v predchádzajúcej kapitole:

PISA sa snaží podnietiť vyučovanie matematiky, ktoré bude klásť dôraz na procesy spojené s riešením problémov v kontexte reálneho života, bude žiakov učiť transformovať tieto problémy do podoby vhodnej pre použitie matematického prístupu, použiť relevantnú matematickú vedomosť na riešenie problému a vyhodnotiť riešenie v originálnom kontexte problému.

Domnievame sa, že uvedený dôraz na riešenie problémov v kontexte reálneho života by mal nájsť miesto aj v našom vyučovaní matematiky a mali by ho akcentovať aj základné pedagogické dokumenty. Vo všetkých oblastiach matematiky by sa mali hľadať možnosti jej priblíženia ku kontextu reálneho života.

Veľmi dôležitou súčasťou výstupov štúdie OECD PISA je určenie jednotlivých úrovní matematickej gramotnosti. Keďže aj v tomto smere môže byť prístup PISA inšpiráciou, uvádzame v zjednodušenej podobe popis šiestich úrovní matematickej gramotnosti:

- Úroveň 1:** Myslenie a obťažnosť úloh je na úrovni rutinných operácií. Informácia je zadaná jednoducho a zrozumiteľne. Činnosť žiaka je automatická, bezprostredná. Tieto úlohy nerozvíjajú myslenie.
- Úroveň 2:** Žiak používa bezprostredné usudzovanie. Používa základné algoritmy, formuly a vie bezprostredne písomne interpretovať svoje výsledky.
- Úroveň 3:** Žiak vie nájsť jednoduchú stratégiu riešenia problémov. Mal by spracovať viac-zdrojové informácie a vytvoriť krátke výsledky a zdôvodnenia.
- Úroveň 4:** Žiak aktívne pracuje na konkrétnej úlohe. Mal by mať dobre vyvinuté zručnosti, preniknúť do podstaty úlohy a správne argumentovať.

⁴⁾ Učebné osnovy Matematika pre 5. až 9. ročník základnej školy. Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 3. apríla 1997 výmerom číslo 1640/1997-151 s platnosťou od 1. septembra 1997.

- Úroveň 5:* Žiak vie vytvoriť modely zložitých situácií a pracovať s nimi. Vie vybrať, porovnávať a vyhodnocovať primerané stratégie riešenia problémov. Žiaci na tejto úrovni vedia uvažovať o svojich akciách, formulovať a komunikovať svoje interpretácie a dôvodenia.
- Úroveň 6:* Žiak vie zovšeobecňovať a využívať informácie na základe svojich výskumov. Vie formulovať hypotézy a dokázať ich správnosť. Je schopný pokročilého matematického myslenia a dôvodenia. Žiaci na tejto úrovni vedia použiť vhľad a pochopenie spolu s ovládaním symbolických a formálnych matematických operácií a vzťahov na vytvorenie nových prístupov a stratégií pri riešení neobvyklých situácií. Dokážu formulovať a precízne komunikovať svoje akcie a úvahy vo vzťahu k zisteniam, interpretáciám, argumentom a ich primeranosti k pôvodnej situácii.

Všimnime si v tejto súvislosti opis výchovno-vzdelávacieho procesu z učebných osnov matematiky pre 2. stupeň ZŠ:

Výchovno-vzdelávací proces v matematike má smerovať k tomu, aby žiak :

- *osvojil si určené fakty, pojmy a vzťahy medzi nimi, definície a dôsledky, ktoré z nich vyplývajú, terminológiu, frazeológiu, symboliku a metódy práce,*
- *vedel v rôznych situáciách čítať, písať a hovoriť o matematike,*
- *v súlade s osvojením obsahu dosiahol zručnosti v rôznych formách počítania: spamäti, písomne, pomocou kalkulačky (tabuľky); v konštruovaní rovinných útvarov a výpočte ich obvodu a obsahu, vo výpočte povrchu a objemu telies, v grafickom vyjadrovaní údajov,*
- *vedel prakticky uplatniť svoje vedomosti a zručnosti.⁴⁾*

Takto opísaný výchovno-vzdelávací proces zodpovedá úrovniam 1 a 2, keďže v ňom ide predovšetkým o zručnosti a algoritmy. Učebné osnovy ani vzdelávací štandard v opise obsahu ani v exemplifikačných úlohách nešpecifikujú úroveň jednotlivých činností. Prax je potom zvyčajne taká, že učiteľ si počas svojho pôsobenia určí istú úroveň, ktorú používa vo svojom hodnotení. Vie porovnať vedomosti len tých žiakov, ktorých učí.

Domnievame sa, že súčasťou našich základných pedagogických dokumentov by malo byť vymedzenie úrovni popisovaných činností (prítom počet používaných úrovni by nemusel byť 6, podľa nášho názoru pre tento účel postačujú 3 úrovne: základná, stredná a vyššia). Pri exemplifikačných úlohách by malo byť uvedené, akú úroveň tá-ktorá úloha popisuje. Domnievame sa, že pri vyučovaní sa žiak môže stretávať s úlohami všetkých troch úrovni, nie každý žiak však musí aktívne zvládnuť všetky tri. V tejto súvislosti by sme považovali za vhodné, aby učiteľ čas určený na rozširujúce učivo nevenoval preberaniu novej látky, ale zaoberal sa už prebranou matematickou tematikou na vyššej úrovni, pokiaľ možno formou úloh formulovaných v kontexte reálneho sveta. Topografické práce, menovite spomínané v úvode k učebným osnovám z matematiky pre 2. stupeň ZŠ, sú len jedným z možných príkladov takto chápaného rozširujúceho učiva (konkrétne ako praktický príklad využitia podobnosti).

Príklad časti vzdelávacieho štandardu so zapracovanými úrovňami uvádzame v Prílohe C.

VÝSLEDKY SLOVENSKA V TESTOVANÍ PISA 2003

V štúdii OECD PISA 2003 bolo celkovo použitých 85 matematických otázok (testových položiek). Tie boli rozdelené do 7 skupín, z ktorých každá predstavuje 30 minút testovacieho času. Každý testovací zošit tvorili 4 takéto skupiny. Jednotlivé skupiny boli v zošitoch rozložené tak, aby bolo zaručené, že každá otázka sa vyskytne v tom istom počte testovacích zošitov, a každá skupina úloh bude v každej zo štyroch možných pozícií v zošitoch (t.j. prvá, druhá, tretia a aj štvrtá – posledná).

Relatívnu schopnosť konkrétneho žiaka zvládnuť test možno odhadnúť sledovaním podielu otázok (testových položiek), ktoré tento žiak vyriešil správne. Relatívnu náročnosť otázky možno odhadnúť pomocou podielu testovaných žiakov, ktorí túto otázku zvládli. Matematický model použitý na analýzu dát testovania PISA umožňuje súčasne odhadnúť pravdepodobnosť, že žiak odpovie správne na danú testovú položku a pravdepodobnosť, že konkrétna testová položka bude daným žiakom správne zodpovedaná. Výsledkom použitých procedúr je sada odhadov, ktorá umožňuje definovať spojitú škálu reprezentujúcu matematickú gramotnosť. Na tejto spojitkej škále je možné odhadnúť polohu jednotlivých žiakov a polohu jednotlivých položiek testu.

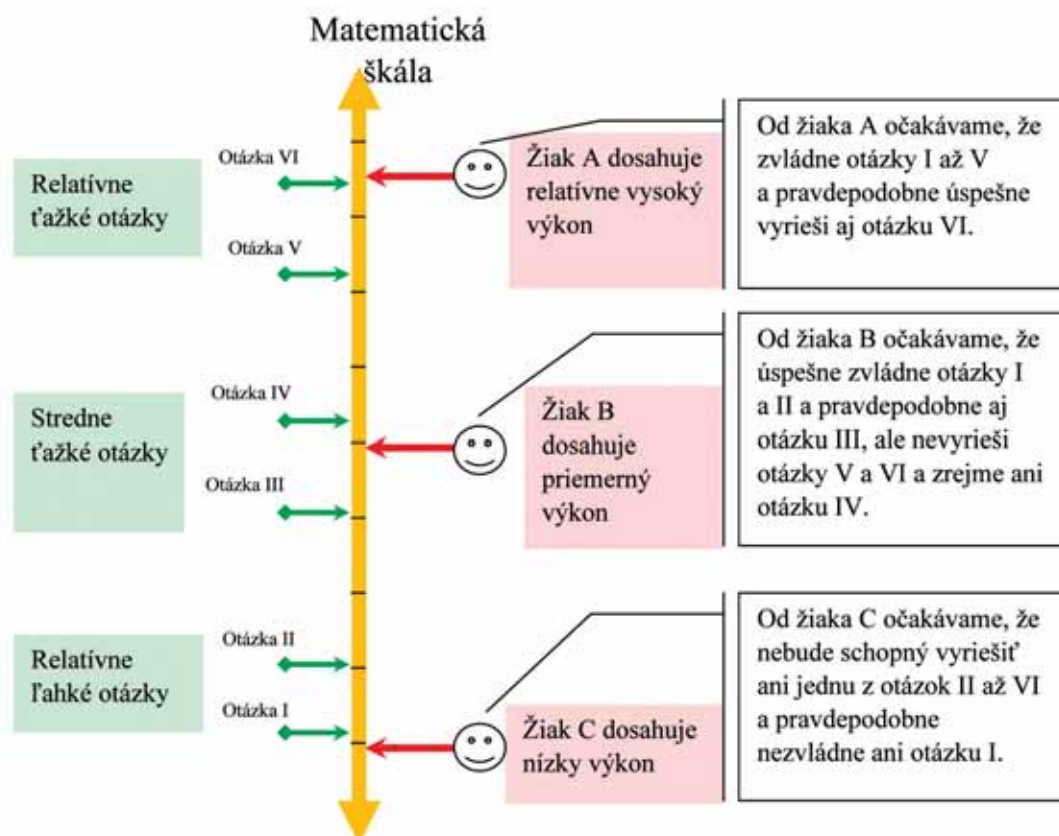
Na uľahčenie interpretácie výsledkov priradených žiakom bola táto škála skonštruovaná tak, aby bol priemer krajín OECD 500 bodov a aby asi dve tretiny týchto žiakov mali hodnotenie medzi 400 a 600 bodmi. Keď na túto škálu vynesieme ocenenie náročnosti (skóre) jednotlivých položiek testu, výkon žiaka možno popísať tak, že žiakovi priradíme skóre najťažšej položky, o ktorej možno predpokladať, že ju zvládne. To neznamená, že žiaci budú vždy schopní zvládnuť položky na úrovni náročnosti neprevyšujúcej ich vlastnú pozíciu na škále, a že nikdy nezvládnu ťažšie položky. Treba si uvedomiť, že tieto hodnotenia sú založené na pravdepodobnosti, preto vhodnejšie vyjadrenie je, že (pozri obrázok 3) žiaci s pomerne vysokou pravdepodobnosťou budú schopní zvládnuť položky pod ich vlastným hodnotením (táto pravdepodobnosť sa zvyšuje pre položky smerom dolu po škále), ale pravdepodobne nezvládnu položky nad ich úrovňou hodnotenia.

Aby sme boli presnejší, žiaci sú umiestnení do bodu škály, v ktorom majú 62%-nú pravdepodobnosť zodpovedať otázku správne. Toto číslo nie je zvolené náhodne, je odvodené z definície úrovni schopností.

Žiacke výsledky boli s ohľadom na povahu kompetencií s nimi súvisiacimi zoskupené do šiestich úrovní reprezentujúcich skupiny úloh s rastúcou náročnosťou, s úrovňou 6 ako najvyššou a úrovňou 1 ako najnižšou. Žiaci, ktorí získali menej ako 358 bodov na matematickej škále, sa v hodnotení nachádzajú pod úrovňou 1. Títo žiaci, ktorých je v OECD asi 8 %, nemusia byť síce nevyhnutne nespôsobilí vykonávať žiadne matematické operácie, ale nedokážu použiť matematické zručnosti v takých situáciách, aké sa vyskytujú

v najľahších úlohách testovania PISA. Stručný popis jednotlivých úrovní nájde čitateľ v kapitole *Porovnanie s našimi základnými pedagogickými dokumentmi*, časť *Ciele a úroveň kompetencií*.

Obrázok 3 Vzťah medzi obtiažnosťou otázok a výkonom žiakov



Žiak je zaradený do najvyššej úrovne, v ktorej možno očakávať, že zodpovie väčšinu položiek testovania. Napríklad v teste zostavenom z položiek, ktoré sú rovnomerne rozložené okolo úrovne 3 (s hodnotením náročnosti od 482 do 544), od všetkých žiakov zaradených do tejto úrovne náročnosti očakávame, že by mali zvládnuť asi 50 % úloh správne. Žiak, ktorý sa umiestil blízko dolnej hranice tejto úrovne (s hodnotením 482) by mal zvládnuť asi 50 % úloh, žiak v strede alebo blízko hornej hranice tejto úrovne by mal zvládnuť správne vyššie percento úloh.

Výsledky PISA v matematike sú znázornené na 4 škálach, ktoré sa vzťahujú k jednotlivým oblastiam matematiky. Výsledky sú tiež znázornené na kombinovanej matematickej škále.

Štatistika uvedená v tejto správe predstavuje odhad národného výkonu založený na vzorke žiakov. Predstavuje teda odhad hodnoty, ktorú by sme získali, keby každý žiak v každej krajine odpovedal na všetky otázky testu. Je preto potrebné uvedomiť si, že v týchto odhadoch je prítomná istá miera neistoty. Vzhľadom na to pri interpretácii priemerného výkonu možno brať do úvahy len tie rozdiely medzi krajinami, ktoré sú štatisticky významné.

Prehľad vybraných otázok

	Priestor a tvar	Zmena, vzťahy a závislosť	Kvantita	Náhodnosť
Úroveň 6	(687) Tesár (Otázka č. 1)	(723) Chôdza (Otázka č. 3.3)		(694) Lúpeže (Otázka č. 1)
668		(666) Chôdza (Otázka č. 3.2)		
Úroveň 5		(611) Chôdza (Otázka č. 1)		(620) Výsledky z písomnej práce
607		(605) Chôdza (Otázka č. 3.1)		
Úroveň 4		(574) Výška ľudí (Otázka č. 3)	(586) Výmenný kurz (Otázka č. 3)	(577) Lúpeže (Otázka č. 1)
544			(570) Skateboard (Otázka č. 2)	(565) Vývoz (Otázka č. 1)
			(554) Skateboard	
Úroveň 3	(503) Hracie kocky (Otázka č. 2)	(525) Výška ľudí (Otázka č. 2.2)		
482			(496) Skateboard (Otázka č. 1.2)	
Úroveň 2		(477) Výška ľudí (Otázka č. 1)	(464) Skateboard (Otázka č. 1.1)	
420	(421) Schody (Otázka č. 1)	(420) Výška ľudí (Otázka č. 2.1)	(439) Výmenný kurz (Otázka č. 2)	(427) Vývoz (Otázka č. 1)
Úroveň 1			(406) Výmenný kurz (Otázka č. 1)	
358				
Pod úrovňou 1				

Poznámka: Prvá cifra v označení otázok určuje číslo otázky, druhá informuje o stupni úspešnosti riešenia danej úlohy: 1 - čiastočne správna odpoveď (žiak získal čiastočný kredit); 2 - úplne správna odpoveď (žiak získal plný počet bodov)

Obrázok 4

Znázorňuje vybrané otázky, ktoré sú zoradené podľa náročnosti.

Tabuľky na nasledujúcich stranách ukazujú krajiny, ktorých rozdiely v priemerných výkonoch sú dostatočne veľké na to, aby bolo možné so spoľahlivosťou povedať, že vyšší výkon vzorky žiakov v jednej krajine platí pre celú školskú populáciu 15-ročných.

Porovnanie priemerného výkonu: PISA matematika (spolu)

PISA matematika (spolu)			Hong Kong-Čína	Fínsko	Kórea	Holandsko	Lichtenštajnsko	Japonsko	Kanada	Belgicko	Makao-Čína	Švajčiarsko	Austrália	Nový Zéland	Česká republika	Island	Dánsko	Francúzsko	Švédsko
	Priemer	sd	550	544	542	538	536	534	532	529	527	527	524	523	516	515	514	511	509
		sd	(4,5)	(1,9)	(3,2)	(3,1)	(4,1)	(4,0)	(1,8)	(2,3)	(2,9)	(3,4)	(2,1)	(2,3)	(3,5)	(1,4)	(2,7)	(2,5)	(2,6)
Hong Kong-Čína	550	(4,5)																	
Fínsko	544	(1,9)																	
Kórea	542	(3,2)																	
Holandsko	538	(3,1)																	
Lichtenštajnsko	536	(4,1)																	
Japonsko	534	(4,0)																	
Kanada	532	(1,8)																	
Belgicko	529	(2,3)																	
Makao-Čína	527	(2,9)																	
Švajčiarsko	527	(3,4)																	
Austrália	524	(2,1)																	
Nový Zéland	523	(2,3)																	
Česká republika	516	(3,5)																	
Island	515	(1,4)																	
Dánsko	514	(2,7)																	
Francúzsko	511	(2,5)																	
Švédsko	509	(2,6)																	
Rakúsko	506	(3,3)																	
Nemecko	503	(3,3)																	
Írsko	503	(2,4)																	
Slovenská republika	498	(3,3)																	
Nórsko	495	(2,4)																	
Luxembursko	493	(1,0)																	
Poľsko	490	(2,5)																	
Maďarsko	490	(2,8)																	
Španielsko	485	(2,4)																	
Lotyšsko	483	(3,7)																	
Spojené štáty americké	483	(2,9)																	
Ruská federácia	468	(4,2)																	
Portugalsko	466	(3,4)																	
Taliansko	466	(3,1)																	
Grécko	445	(3,9)																	
Srbsko	437	(3,8)																	
Turecko	423	(6,7)																	
Urugvaj	422	(3,3)																	
Thajsko	417	(3,0)																	
Mexiko	385	(3,6)																	
Indonézia	360	(3,9)																	
Tunisko	359	(2,5)																	
Brazília	356	(4,8)																	

Rozpätie umiestnenia*

Krajiny OECD	Najlepšie		1	1	1		1	3	3		3	6	6	8	10	9	10	10
	Najhoršie		3	4	6		9	7	9		10	10	10	15	14	15	16	17
Všetky krajiny	Najlepšie	1	1	1	1	1	2	4	4	5	5	8	8	10	13	12	13	13
	Najhoršie	5	5	6	8	11	12	10	11	13	13	13	13	18	17	18	19	20

* Pozn. Údaje boli získané na vzorke populácie, preto nie je možné podľa dosiahnutých výsledkov krajiny presne usporiadať do poradia podľa úspešnosti. Je však možné určiť interval, v ktorom sa s 95% pravdepodobnosťou ocitne priemer krajiny. Inštrukcie: Čítajte v riadku krajiny a porovnávajte jej výsledok s výsledkami krajín uvedenými v záhlaví tabuľky hore. Príslušný symbol ukazuje, či je priemerný výkon krajiny v riadku významne nižší, vyšší ako výkon porovnávanej krajiny, alebo medzi

	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

5 Bonferroniho úpravou:

▲	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
□	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
▼	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

Tabul'ka 5

[illegible]

krajinami nie je významný rozdiel vo výkonoch.

Štatisticky významne nad priemerom OECD
Nie je štatisticky významný rozdiel vzhľadom na priemer OECD
Štatisticky významne pod priemerom OECD

Zdroj: OECD, PISA 2003 – Initial Report

Porovnanie priemerného výkonu: PISA matematika - kvantita

Matematika - kvantita			Fínsko	Hong Kong-Čína	Kórea	Lichtenštajnsko	Makao-Čína	Švajčiarsko	Belgicko	Holandsko	Kanada	Česká republika	Japonsko	Austrália	Dánsko	Nemecko	Švédsko	Island	Rakúsko
	Priemer		549	545	537	534	533	533	530	528	528	528	527	517	516	514	514	513	513
	Štandard. odch.		(1,8)	(4,2)	(3,0)	(4,1)	(3,0)	(3,1)	(2,3)	(3,1)	(1,8)	(3,5)	(3,8)	(2,1)	(2,6)	(3,4)	(2,5)	(1,5)	(3,0)
Fínsko	549	(1,8)																	
Hong Kong-Čína	545	(4,2)																	
Kórea	537	(3,0)																	
Lichtenštajnsko	534	(4,1)																	
Makao-Čína	533	(3,0)																	
Švajčiarsko	533	(3,1)																	
Belgicko	530	(2,3)																	
Holandsko	528	(3,1)																	
Kanada	528	(1,8)																	
Česká republika	528	(3,5)																	
Japonsko	527	(3,8)																	
Austrália	517	(2,1)																	
Dánsko	516	(2,6)																	
Švédsko	514	(3,4)																	
Nemecko	514	(2,5)																	
Island	513	(1,5)																	
Rakúsko	513	(3,0)																	
Slovenská republika	513	(3,4)																	
Nový Zéland	511	(2,2)																	
Francúzsko	507	(2,5)																	
Luxembursko	502	(2,5)																	
Írsko	501	(1,1)																	
Maďarsko	496	(2,7)																	
Nórsko	494	(2,2)																	
Španielsko	492	(2,5)																	
Poľsko	492	(2,5)																	
Lotyšsko	482	(3,6)																	
Spojené štáty americké	476	(3,2)																	
Taliansko	475	(3,4)																	
Ruská federácia	472	(4,0)																	
Portugalsko	465	(3,5)																	
Srbsko	456	(3,8)																	
Grécko	446	(4,0)																	
Uruguaj	430	(3,2)																	
Thajsko	415	(3,1)																	
Turecko	413	(6,8)																	
Mexiko	394	(3,9)																	
Tunisko	364	(2,8)																	
Brazília	360	(5,0)																	
Indonézia	357	(4,3)																	

Rozpätie umiestnenia*

Krajiny OECD	Najlepšie	1		2			2	2	2	3	2	2	8	8	8	9	9	9
	Najhoršie	1		6			8	8	9	8	9	10	15	16	17	17	17	17
Všetky krajiny	Najlepšie	1	1	2	2	2	2	3	3	4	3	3	11	11	11	12	12	12
	Najhoršie	2	5	9	11	11	11	11	12	11	12	13	18	19	20	20	20	20

* Pozn. Údaje boli získané na vzorke populácie, preto nie je možné podľa dosiahnutých výsledkov krajiny presne usporiadať do poradia podľa úspešnosti. Je však možné určiť interval, v ktorom sa s 95% pravdepodobnosťou ocitne priemer krajiny.

Inštrukcie: Čítajte v riadku krajiny a porovnávajte jej výsledok s výsledkami krajín uvedenými v záhlaví tabuľky hore. Príslušný symbol ukazuje, či je priemerný výkon krajiny v riadku významne nižší, vyšší ako výkon porovnávanej krajiny, alebo medzi

Without the Bonferroni adjustment:

	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

Si Bonferroniho úpravou:

	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

Tabul'ka 6

[illegible]

krajami nie je významný rozdiel vo výkonoch.

Štatisticky významne nad priemerom OECD
Nie je štatisticky významný rozdiel vzhľadom na priemer OECD
Štatisticky významne pod priemerom OECD

Zdroj: OECD, PISA 2003 – Initial Report

Porovnanie priemerného výkonu: PISA matematika - priestor a tvar

Matematika - priestor a tvar			Hong Kong-Čína	Japonsko	Kórea	Švajčiarsko	Fínsko	Lichtenštajnsko	Belgicko	Makao-Čína	Česká republika	Holandsko	Nový Zéland	Austrália	Kanada	Rakúsko	Dánsko	Francúzsko	Slovenská republika
	Priemer		558	553	552	540	539	538	530	528	527	526	525	521	518	515	512	508	505
		(4,8)	(4,8)	(4,3)	(3,8)	(3,5)	(2,0)	(4,6)	(2,3)	(3,3)	(4,1)	(2,9)	(2,3)	(2,3)	(1,8)	(3,5)	(2,8)	(3,0)	(4,0)
Hong Kong-Čína	558	(4,8)																	
Japonsko	553	(4,3)																	
Kórea	552	(3,8)																	
Švajčiarsko	540	(3,5)																	
Fínsko	539	(2,0)																	
Lichtenštajnsko	538	(4,6)																	
Belgicko	530	(2,3)																	
Makao-Čína	528	(3,3)																	
Česká republika	527	(4,1)																	
Holandsko	526	(2,9)																	
Nový Zéland	525	(2,3)																	
Austrália	521	(2,3)																	
Kanada	518	(1,8)																	
Rakúsko	515	(3,5)																	
Dánsko	512	(2,8)																	
Francúzsko	508	(3,0)																	
Slovenská republika	505	(4,0)																	
Island	504	(1,5)																	
Nemecko	500	(3,3)																	
Švédsko	498	(2,6)																	
Poľsko	490	(2,7)																	
Luxembursko	488	(1,4)																	
Lotyšsko	486	(4,0)																	
Nórsko	483	(2,5)																	
Maďarsko	479	(3,3)																	
Španielsko	476	(2,6)																	
Írsko	476	(2,4)																	
Ruská federácia	474	(4,7)																	
Spojené štáty americké	472	(2,8)																	
Taliansko	470	(3,1)																	
Portugalsko	450	(3,4)																	
Grécko	437	(3,8)																	
Srbsko	432	(3,9)																	
Thajsko	424	(3,3)																	
Turecko	417	(6,3)																	
Uruguaj	412	(3,0)																	
Mexiko	382	(3,2)																	
Indonézia	361	(3,7)																	
Tunisko	359	(2,6)																	
Brazília	350	(4,1)																	

Rozpätie umiestnenia*

Krajiny OECD			1	1	2	3		4		4	5	5	6	8	8	9	11	11	
Najhoršie			3	3	5	5		8		11	10	10	11	12	14	15	16	17	
Všetky krajiny			1	1	1	3	4	3	6	6	5	6	7	8	11	10	12	14	14
Najhoršie			3	5	4	8	7	10	11	13	14	13	13	14	15	17	18	19	20

* Pozn. Údaje boli získané na vzorke populácie, preto nie je možné podľa dosiahnutých výsledkov krajiny presne usporiadať do poradia podľa úspešnosti. Je však možné určiť interval, v ktorom sa s 95% pravdepodobnosťou ocitne priemer krajiny. Inštrukcie: Čítajte v riadku krajiny a porovnávajte jej výsledok s výsledkami krajín uvedenými v záhlaví tabuľky hore. Príslušný symbol ukazuje, či je priemerný výkon krajiny v riadku významne nižší, vyšší ako výkon porovnávanej krajiny, alebo medzi

	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

S Bonferroniho úpravou:

	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

Tabul'ka 7

[illegible]

krajinami nie je významný rozdiel vo výkonoch.

Štatisticky významne nad priemerom OECD

Zdroj: OECD, PISA 2003 – Initial Report

Porovnanie priemerného výkonu: PISA matematika - zmena, vzťahy a závislosť

Matematika – zmena, vzťahy, závislosť			Holandsko	Kórea	Fínsko	Hong Kong-Čína	Lichtenštajnsko	Kanada	Japonsko	Belgicko	Nový Zéland	Austrália	Švajčiarsko	Francúzsko	Makao-Čína	Česká republika	Island	Dánsko	Nemecko
	Priemer	506	551	548	543	540	540	537	536	535	526	525	523	520	519	515	509	509	507
	Skok	(3,1)	(3,1)	(3,5)	(2,2)	(4,7)	(3,7)	(1,9)	(4,3)	(2,4)	(2,4)	(2,3)	(3,7)	(2,6)	(3,5)	(3,5)	(1,4)	(3,0)	(3,7)
Holandsko	551	(3,1)																	
Kórea	548	(3,5)																	
Fínsko	543	(2,2)																	
Hong Kong-Čína	540	(4,7)																	
Lichtenštajnsko	540	(3,7)																	
Kanada	537	(1,9)																	
Japonsko	536	(4,3)																	
Belgicko	535	(2,4)																	
Nový Zéland	526	(2,4)																	
Austrália	525	(2,3)																	
Švajčiarsko	523	(3,7)																	
Francúzsko	520	(2,6)																	
Makao-Čína	519	(3,5)																	
Česká republika	515	(3,5)																	
Island	509	(1,4)																	
Dánsko	509	(3,0)																	
Nemecko	507	(3,7)																	
Írsko	506	(2,4)																	
Švédsko	505	(2,9)																	
Rakúsko	500	(3,6)																	
Maďarsko	495	(3,1)																	
Slovenská republika	494	(3,5)																	
Nórsko	488	(2,6)																	
Lotyšsko	487	(4,4)																	
Luxembursko	487	(1,2)																	
Spojené štáty americké	486	(3,0)																	
Poľsko	484	(2,7)																	
Španielsko	481	(2,8)																	
Ruská federácia	477	(4,6)																	
Portugalsko	468	(4,0)																	
Taliansko	452	(3,2)																	
Grécko	436	(4,3)																	
Turecko	423	(7,6)																	
Srbsko	419	(4,0)																	
Uruguaj	417	(3,6)																	
Thajsko	405	(3,4)																	
Mexiko	364	(4,1)																	
Tunisko	337	(2,8)																	
Indonézia	334	(4,6)																	
Brazília	333	(6,0)																	

Rozpätie umiestnenia*

Krajiny OECD	Najlepšie	1	1	1			3	2	3	6	6	6	7		8	11	10	11
	Najhoršie	3	4	5			6	8	7	10	10	11	11		16	16	17	18
Všetky krajiny	Najlepšie	1	1	1	1	1	3	2	4	8	8	8	9	9	10	14	13	13
	Najhoršie	4	6	7	9	8	8	10	9	13	13	14	14	16	19	19	20	21

* Pozn. Údaje boli získané na vzorke populácie, preto nie je možné podľa dosiahnutých výsledkov krajiny presne usporiadať do poradia podľa úspešnosti. Je však možné určiť interval, v ktorom sa s 95% pravdepodobnosťou odlišne priemer krajiny.

Inštrukcie: Čítajte v riadku krajiny a porovnávajte jej výsledok s výsledkami krajín uvedenými v záhlaví tabuľky hore. Príslušný symbol ukazuje, či je priemerný výkon krajiny v riadku významne nižší, vyšší ako výkon porovnávanej krajiny, alebo medzi

Without the Bonferroni adjustment:

	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

S Bonferroniho úpravou:

▲	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
□	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
▼	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

Tabul'ka 8

[illegible]

krajnami nie je významný rozdiel vo výkonoch.

Štatisticky významne nad priemerom OECD
Nie je štatisticky významný rozdiel vzhľadom na priemer OECD
Štatisticky významne pod priemerom OECD

Zdroj: OECD, PISA 2003 – Initial Report

Porovnanie priemerného výkonu: PISA matematika - náhodnosť

Matematika - náhodnosť			Hong Kong-Čína	Holandsko	Fínsko	Kanada	Kórea	Nový Zéland	Makao-Čína	Austrália	Japonsko	Island	Belgicko	Lichtenštajnsko	Írsko	Švajčiarsko	Dánsko	Nórsko
	Priemer	Šch	558	549	545	542	538	532	532	531	528	528	526	523	517	517	516	513
			(4,6)	(3,0)	(2,1)	(1,8)	(3,0)	(2,3)	(3,2)	(2,2)	(3,9)	(1,5)	(2,2)	(3,7)	(2,6)	(3,3)	(2,8)	(2,6)
Hong Kong-Čína	558	(4,6)		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Holandsko	549	(3,0)	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Fínsko	545	(2,1)	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Kanada	542	(1,8)	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Kórea	538	(3,0)	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Nový Zéland	532	(2,3)	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Makao-Čína	532	(3,2)	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-
Austrália	531	(2,2)	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-	-
Japonsko	528	(3,9)	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-	-
Island	528	(1,5)	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-	-
Belgicko	526	(2,2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-	-
Lichtenštajnsko	523	(3,7)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-
Írsko	517	(2,6)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-	-
Švajčiarsko	517	(3,3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-	-
Dánsko	516	(2,8)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		-
Nórsko	513	(2,6)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
Švédsko	511	(2,7)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Francúzsko	506	(2,4)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Česká republika	500	(3,1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Rakúsko	494	(3,1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Poľsko	494	(2,3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Nemecko	493	(3,3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Luxembursko	492	(1,1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Spojené štáty americké	491	(3,0)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Maďarsko	489	(2,6)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Španielsko	489	(2,4)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Slovenská republika	476	(3,2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Lotyšsko	474	(3,3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Portugalsko	471	(3,4)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Taliansko	463	(3,0)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grécko	458	(3,5)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Turecko	443	(6,2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Ruská federácia	436	(4,0)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Srbsko	428	(3,5)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Thajsko	423	(2,5)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Uruguaj	419	(3,1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Mexiko	390	(3,3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Indonézia	385	(2,9)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Brazília	377	(3,9)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Tunisko	363	(2,3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Rozpätie umiestnenia*

Krajiny OECD																	
Krajiny OECD	Najlepšie		1	1	1	2	4		4	4	5	5		9	9	9	10
	Najhoršie		3	4	4	7	9		9	11	9	10		14	15	15	15
Všetky krajiny																	
Všetky krajiny	Najlepšie	1	1	2	2	3	5	5	5	5	6	7	6	11	11	11	12
	Najhoršie	3	4	5	6	9	11	12	12	14	12	13	16	17	18	18	19

* Pozn. Údaje boli získané na vzorke populácie, preto nie je možné podľa dosiahnutých výsledkov krajiny presne usporiadať do poradia podľa úspešnosti. Je však možné určiť interval, v ktorom sa s 95% pravdepodobnosťou ocitne priemer krajiny.

Inštrukcie: Čítajte v riadku krajiny a porovnávajte jej výsledok s výsledkami krajín uvedenými v zhlaví tabuľky hore. Príslušný symbol ukazuje, či je priemerný výkon krajiny v riadku významne nižší, vyšší ako výkon porovnávanej krajiny, alebo medzi

S Bonferroniho úpravou:

	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

▲	Priemerný výkon je štatisticky významne vyšší ako u porovnávanej krajiny
-	Medzi porovnávanými krajinami nie je štatisticky významný rozdiel
▼	Priemerný výkon je štatisticky významne nižší ako u porovnávanej krajiny

[illegible]

† krajinami nie je významný rozdiel vo výkonoch.

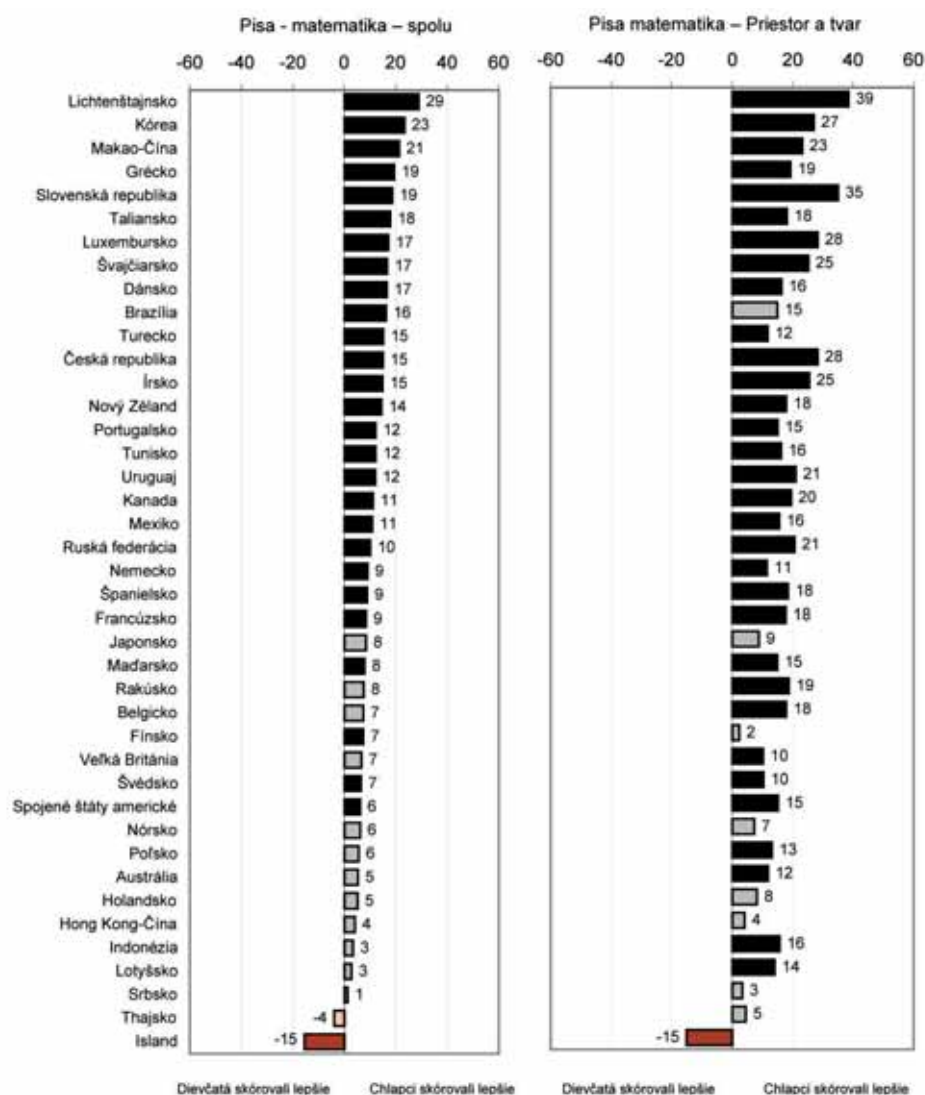
Štatisticky významne nad priemerom OECD
Nie je štatisticky významný rozdiel vzhľadom na priemer OECD
Štatisticky významne pod priemerom OECD

Zdroj: OECD, PISA 2003 – Initial Report

Prvá z tabuliek, tabuľka 5, zachytáva celkový priemerný výkon Slovenska na spoločnej matematickej škále. Šípkou smerujúcou dolu sú označené krajiny, o ktorých možno so spoľahivosťou povedať, že ich priemerný výkon je vyšší ako výkon Slovenska. Šípkou smerujúcou hore sú označené krajiny, o ktorých možno so spoľahivosťou povedať, že ich priemerný výkon je nižší ako priemerný výkon Slovenska. Znamienkom „–“ sú označené krajiny, ktorých priemerný výkon nie je štatisticky významne odlišný od výkonu Slovenska. (Výsledky čítajte v riadku našej krajiny.)

Tabuľky 6, 7, 8 a 9 znázorňujú v tomto poradí odhad národného výkonu na škálach kvantita (tab. 6), priestor a tvar (tab. 7), zmena, vzťahy a závislosť (tab. 8) a náhodnosť (tab. 9).

Je potrebné si všimnúť, že rozdiely vo výkonnosti Slovenska na jednotlivých škálach sú mimoriadne veľké. Mali by byť dôvodom na rozvoj a venovanie pozornosti implementácii kurikula. Napríklad: Slovensko dosahuje 9. – 18. miesto na škále kvantita, 11. – 18. miesto na



Štatisticky významné rozdiely sú vyznačené čiernou a tmavo červenou.

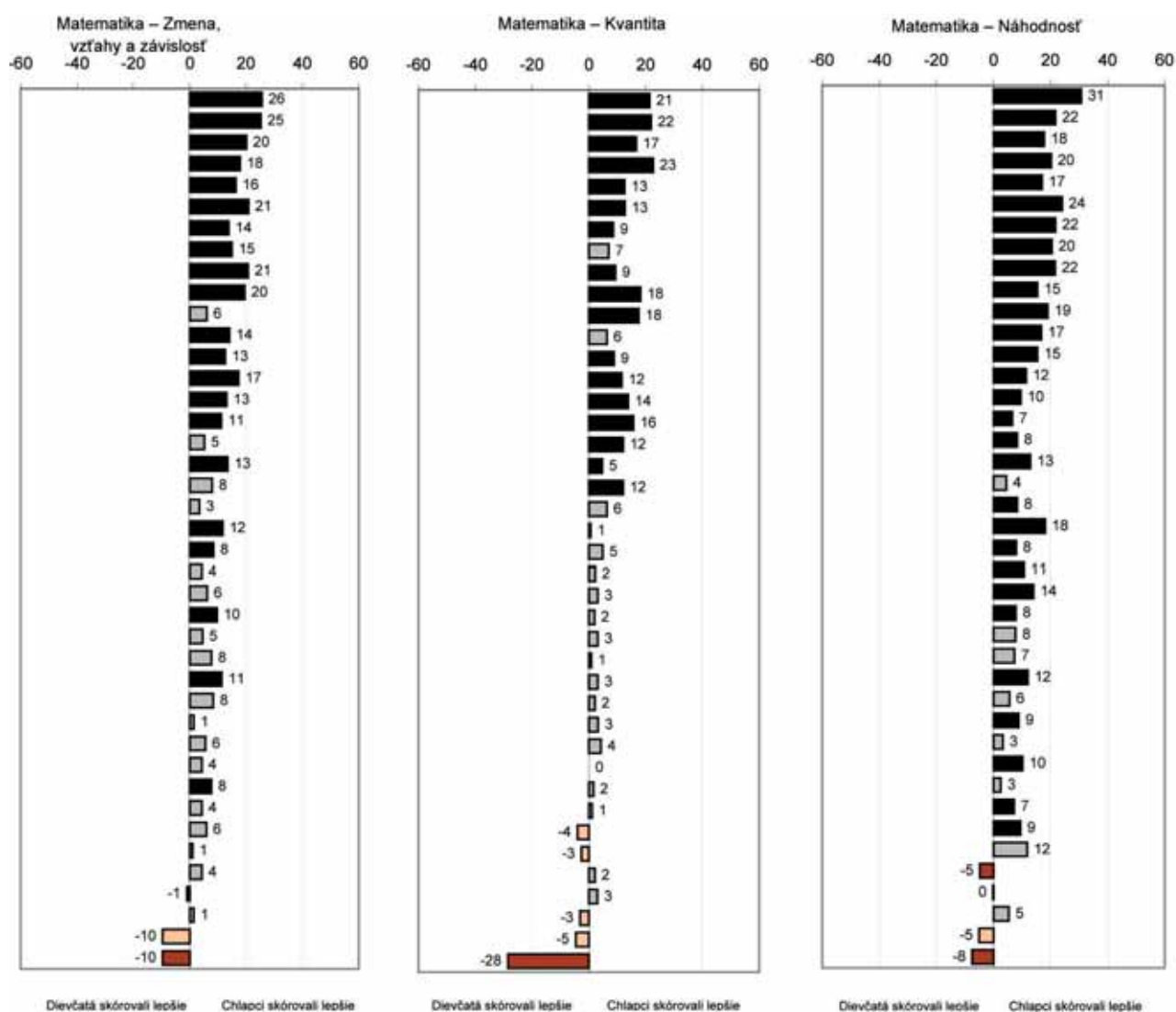
Zdroj: OECD PISA 2003 databáza, tab. 2.5c, 2.1c, 2.2c, 2.3c a 2.4c.

škále priestor a tvar, ale 25. – 26. miesto na škále náhodnosť. Slovenskí žiaci pritom majú v škále náhodnosť najslabší výkon spomedzi všetkých 4 škál a viacej ako štvrtina žiakov nedosahuje v tejto škále ani výkonnostnú úroveň 2! Táto úroveň je minimum, ktoré podľa autorov štúdie umožňuje samostatnú orientáciu a ďalšie celoživotné vzdelávanie žiaka.

V škále priestor a tvar sa výkon význačne líši medzi chlapcami a dievčatami, a to viacej ako v ostatných matematických škálach. Na Slovensku o viac ako 10 % chlapcov v porovnaní s dievčatami dosahuje stupeň aspoň 4. Tento rozdiel v prospech chlapcov dosahuje viac než 32 bodov, t.j. približne polovicu jednej výkonnostnej úrovne. Za pozornosť však stoja aj nemalé rozdiely vo výkone chlapcov a dievčat v ostatných škálach. Porovnanie týchto rozdielov nájde čitateľ v grafe 10 a v tabuľke 11.

Rozdiely vo výkone medzi pohlaviami

Graf 10



Priemer, variabilita a rozdiely medzi pohlaviami vo výkone (PISA matematika - spolu)

Krajiny	Všetci žiaci				Rozdiel medzi pohlaviami					
	Priemer		Štandardná odchýlka		Chlapci		Dievčatá		Rozdiel (Ch - D)	
	Skóre	Š.C.H.	Š.O.	Š.C.H.	Priemer	Š.C.H.	Priemer	Š.C.H.	Skóre rozdiel	Š.C.H.
Krajiny OECD										
Austrália	524	(2,1)	95	(1,5)	527	(3,0)	522	(2,7)	5	(3,8)
Rakúsko	506	(3,3)	93	(1,7)	509	(4,0)	502	(4,0)	8	(4,4)
Belgicko	529	(2,3)	110	(1,8)	533	(3,4)	525	(3,2)	8	(4,8)
Kanada	532	(1,8)	87	(1,0)	541	(2,1)	530	(1,9)	11	(2,1)
Česká republika	516	(3,5)	96	(1,9)	524	(4,3)	509	(4,4)	15	(5,1)
Dánsko	514	(2,7)	91	(1,4)	523	(3,4)	506	(3,0)	17	(3,2)
Fínsko	544	(1,9)	84	(1,1)	548	(2,5)	541	(2,1)	7	(2,7)
Francúzsko	511	(2,5)	92	(1,8)	515	(3,6)	507	(2,9)	9	(4,2)
Nemecko	503	(3,3)	103	(1,8)	508	(4,0)	499	(3,9)	9	(4,4)
Grécko	445	(3,9)	94	(1,8)	455	(4,8)	436	(3,8)	19	(3,6)
Maďarsko	490	(2,8)	94	(2,0)	494	(3,3)	486	(3,3)	8	(3,5)
Island	515	(1,4)	90	(1,2)	508	(2,3)	523	(2,2)	-15	(3,5)
Írsko	503	(2,4)	85	(1,3)	510	(3,0)	495	(3,4)	15	(4,2)
Taliansko	466	(3,1)	96	(1,9)	475	(4,6)	457	(3,8)	18	(5,9)
Japonsko	534	(4,0)	101	(2,8)	539	(5,8)	530	(4,0)	8	(5,9)
Kórea	542	(3,2)	92	(2,1)	552	(4,4)	528	(5,3)	23	(6,8)
Luxembursko	493	(1,0)	92	(1,0)	502	(1,9)	485	(1,5)	17	(2,8)
Mexiko	385	(3,6)	85	(1,9)	391	(4,3)	380	(4,1)	11	(3,9)
Holandsko	538	(3,1)	93	(2,3)	540	(4,1)	535	(3,5)	5	(4,3)
Nový Zéland	523	(2,3)	98	(1,2)	531	(2,8)	516	(3,2)	14	(3,9)
Nórsko	495	(2,4)	92	(1,2)	498	(2,8)	492	(2,9)	6	(3,2)
Poľsko	490	(2,5)	90	(1,3)	493	(3,0)	487	(2,9)	6	(3,1)
Portugalsko	466	(3,4)	88	(1,7)	472	(4,2)	460	(3,4)	12	(3,3)
Slovenská republika	498	(3,3)	93	(2,3)	507	(3,9)	489	(3,6)	19	(3,7)
Španielsko	485	(2,4)	88	(1,3)	490	(3,4)	481	(2,2)	9	(3,0)
Švédsko	509	(2,6)	95	(1,8)	512	(3,0)	506	(3,1)	7	(3,3)
Švajčiarsko	527	(3,4)	98	(2,0)	535	(4,7)	518	(3,6)	17	(4,9)
Turecko	423	(6,7)	105	(5,3)	430	(7,9)	415	(6,7)	15	(6,2)
Spojené štáty americké	483	(2,9)	95	(1,3)	486	(3,3)	480	(3,2)	6	(2,9)
OECD celkovo	489	(1,1)	104	(0,7)	494	(1,3)	484	(1,3)	10	(1,4)
OECD priemer	500	(0,6)	100	(0,4)	506	(0,8)	494	(0,8)	11	(0,8)
Partnerské krajiny										
Brazília	356	(4,8)	100	(3,0)	365	(6,1)	348	(4,4)	16	(4,1)
Hong Kong-Cína	550	(4,5)	100	(3,0)	552	(6,5)	548	(4,6)	4	(6,6)
Indonézia	360	(3,9)	81	(2,1)	362	(3,9)	358	(4,6)	3	(3,4)
Lotyšsko	483	(3,7)	88	(1,7)	485	(4,8)	482	(3,6)	3	(4,0)
Lichtenštajnsko	536	(4,1)	99	(4,4)	550	(7,2)	521	(6,3)	29	(10,9)
Makao-Cína	527	(2,9)	87	(2,4)	538	(4,8)	517	(3,3)	21	(5,8)
Ruská federácia	468	(4,2)	92	(1,9)	473	(5,3)	463	(4,2)	10	(4,4)
Srbsko	437	(3,8)	85	(1,6)	437	(4,2)	436	(4,5)	1	(4,4)
Thajsko	417	(3,0)	82	(1,8)	415	(4,0)	419	(3,4)	-4	(4,2)
Tunisko	359	(2,5)	82	(2,0)	365	(2,7)	353	(2,9)	12	(2,5)
Uruguaj	422	(3,3)	100	(1,6)	428	(4,0)	416	(3,8)	12	(4,2)
Veľká Británia ¹	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m

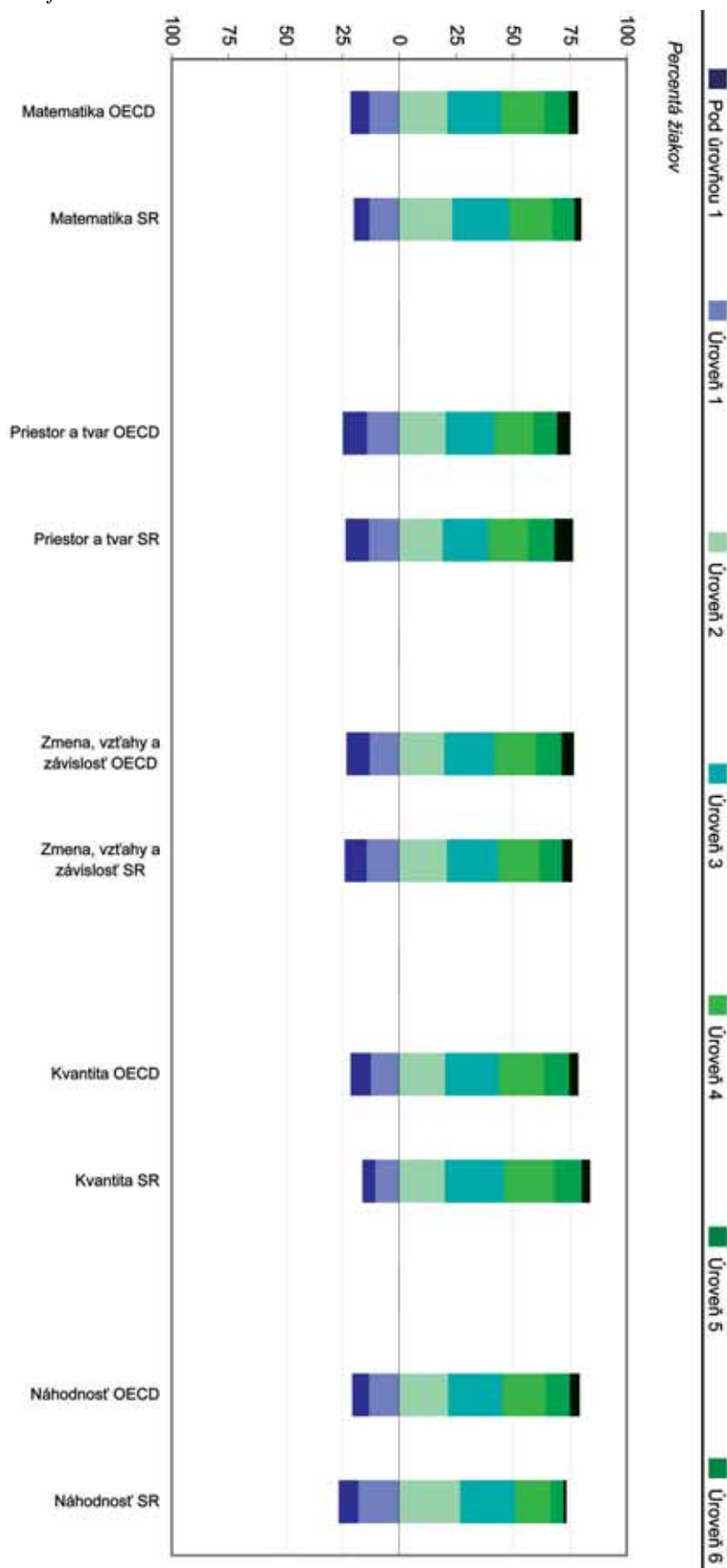
1. Počet odpovedí nízky pre potreby porovnania

Pozn.: Štatisticky významné hodnoty sú zvýraznené tučným písmom.

Tabuľka 11

Percentily											
5-ty		10-ty		25-ty		75-ty		90-ty		95-ty	
Skóre	Š.C.H.	Skóre	Š.C.H.	Skóre	Š.C.H.	Skóre	Š.C.H.	Skóre	Š.C.H.	Skóre	Š.C.H.
364	(4,4)	399	(3,4)	460	(2,7)	592	(2,5)	645	(3,0)	676	(3,5)
353	(6,6)	384	(4,4)	439	(4,0)	571	(4,2)	626	(4,0)	658	(5,0)
334	(6,5)	381	(4,6)	456	(3,4)	611	(2,5)	664	(2,4)	693	(2,4)
386	(3,0)	419	(2,5)	474	(2,2)	593	(2,1)	644	(2,6)	673	(3,4)
358	(6,2)	392	(5,7)	449	(4,5)	584	(4,0)	641	(4,3)	672	(4,9)
361	(4,4)	396	(4,5)	453	(3,7)	578	(3,1)	632	(3,7)	662	(4,7)
406	(3,8)	438	(2,8)	488	(2,2)	603	(2,3)	652	(2,8)	680	(3,1)
352	(6,0)	389	(5,6)	449	(3,7)	575	(3,0)	628	(3,6)	656	(3,5)
324	(6,1)	363	(5,6)	432	(4,7)	578	(3,5)	632	(3,5)	662	(3,6)
288	(5,4)	324	(5,1)	382	(4,6)	508	(4,3)	566	(5,3)	598	(5,1)
335	(5,6)	370	(4,2)	426	(3,0)	556	(3,9)	611	(4,7)	644	(4,6)
362	(4,0)	396	(2,7)	454	(2,8)	578	(1,9)	629	(3,0)	658	(3,8)
360	(4,7)	393	(3,2)	445	(3,4)	562	(3,0)	614	(3,6)	641	(3,3)
307	(6,4)	342	(5,9)	400	(4,3)	530	(3,0)	589	(3,6)	623	(3,7)
361	(8,2)	402	(6,3)	467	(5,4)	605	(4,4)	660	(6,1)	690	(6,6)
388	(4,6)	423	(4,5)	479	(3,7)	606	(4,2)	659	(5,4)	690	(6,8)
338	(3,9)	373	(2,7)	430	(2,2)	557	(1,9)	611	(3,2)	641	(2,7)
247	(5,4)	276	(4,7)	327	(4,3)	444	(4,5)	497	(4,7)	527	(5,6)
385	(6,9)	415	(5,8)	471	(5,4)	608	(3,8)	657	(3,2)	683	(3,4)
358	(4,1)	394	(3,9)	455	(2,9)	593	(2,2)	650	(3,2)	682	(2,9)
343	(4,0)	376	(3,4)	433	(2,9)	560	(3,3)	614	(3,6)	645	(3,9)
343	(5,8)	376	(3,6)	428	(3,1)	553	(2,9)	607	(3,3)	640	(3,5)
321	(6,3)	352	(5,3)	406	(5,0)	526	(3,5)	580	(3,3)	610	(3,7)
342	(6,9)	379	(5,8)	436	(4,6)	565	(3,8)	619	(3,5)	648	(4,1)
335	(5,1)	369	(3,5)	426	(3,0)	546	(3,1)	597	(3,5)	626	(3,7)
353	(5,3)	387	(4,4)	446	(3,0)	576	(3,2)	630	(3,8)	662	(4,8)
359	(4,8)	396	(4,2)	461	(3,6)	595	(4,9)	652	(5,2)	684	(6,8)
270	(5,8)	300	(5,0)	351	(5,3)	485	(8,5)	560	(14,2)	614	(22,7)
323	(4,9)	356	(4,5)	418	(3,7)	550	(3,4)	607	(3,9)	638	(5,1)
315	(2,1)	352	(1,7)	418	(1,6)	563	(1,1)	622	(1,3)	655	(1,8)
332	(1,3)	369	(1,1)	432	(0,9)	571	(0,7)	628	(0,7)	660	(1,0)
203	(6,0)	233	(5,3)	286	(4,6)	419	(6,2)	488	(9,5)	528	(11,3)
374	(11,0)	417	(8,0)	485	(6,9)	622	(3,7)	672	(4,1)	700	(4,0)
233	(5,2)	260	(4,8)	306	(3,5)	412	(4,8)	466	(6,5)	499	(7,7)
339	(5,9)	371	(5,1)	424	(3,9)	544	(4,7)	596	(4,4)	626	(5,0)
362	(19,7)	408	(9,8)	470	(7,6)	609	(7,9)	655	(9,5)	686	(16,4)
382	(8,8)	414	(6,0)	467	(4,4)	587	(4,0)	639	(5,5)	668	(8,3)
319	(5,5)	351	(5,0)	406	(4,8)	530	(5,0)	588	(5,3)	622	(6,1)
299	(4,4)	329	(4,5)	379	(4,0)	493	(4,8)	546	(5,1)	579	(5,3)
290	(4,0)	316	(3,1)	361	(2,9)	469	(3,8)	526	(4,7)	560	(6,4)
229	(3,8)	256	(3,5)	303	(2,6)	412	(3,6)	466	(4,8)	501	(6,8)
255	(4,3)	291	(3,8)	353	(4,1)	491	(3,8)	550	(4,4)	583	(4,7)
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m

Graf 12



Vo všetkých uvedených škálach stojí za pozornosť podiel žiakov v najvyšších výkonnostných úrovniach (podiel žiakov v jednotlivých úrovniach znázorňuje graf 12).

V tomto grafe sú oddelení žiaci, ktorých matematická gramotnosť dosiahla aspoň úroveň 2. (Sú znázornení od nuly **v pravo**).

Riziková je skupina žiakov s úrovňou matematickej gramotnosti 1 a menej. (Je znázornená od nuly **v ľavo**).

Tento podiel, ako uvádza medzinárodná správa PISA 2003, môže naznačovať budúce postavenie krajiny v oblasti moderných technológií a jej medzinárodnú konkurencie schopnosť. Ak prijmeme tento výklad, je úplne jednoznačne v našom záujme snažiť sa o zvýšenie zastúpenia práve v týchto najvyšších úrovniach výkonnosti. Že je to možné uskutočniť, dokazuje príklad niektorých krajín (napr. susednej Českej republiky), ktoré v štúdii PISA 2003 zlepšili svoje výsledky v porovnaní s testovaním uskutočneným v roku 2000 ⁵⁾, pričom lepší výsledok dosiahli práve zvýšením podielu žiakov na najvyšších úrovniach.

ÚLOHY, V KTORÝCH SA SLOVENSKO ODLIŠOVALO

Štatistické spracovanie výsledkov štúdie PISA umožnilo identifikovať úlohy, v ktorých sa výsledky Slovenska štatisticky významne odlišovali od medzinárodných výsledkov. V 9 z týchto prípadov bola úloha pre slovenských žiakov ľahšia ⁶⁾, v 12 prípadoch ťažšia ⁷⁾. Snažili sme sa preto zistiť, či možno nájsť nejaké znaky, ktoré by boli spoločné pre jednu z týchto skupín úloh a odlišovali by ju od druhej skupiny.

Vo všeobecnosti možno povedať, že ako ťažšie sa pre našich žiakov ukázali byť:

- úlohy súvisiace s čítaním a interpretáciou informácií v podobe grafu
- úlohy vyžadujúce argumentáciu
- úlohy vyžadujúce istý vhľad do použitých metód
- úlohy súvisiace s používaním a interpretáciou pravdepodobnostných pojmov.

Skupina úloh, v ktorých naši žiaci dosiahli lepšie výsledky v porovnaní s priemerom testovaných krajín, obsahuje v prevažnej väčšine úlohy s číselným výsledkom (úlohou žiaka bolo na základe daného alebo ním objaveného postupu vypočítať nejakú hodnotu, ktorá je požadovaným výsledkom danej úlohy). Časť z týchto úloh má silnú väzbu na naše učebné osnovy (formuláciou úlohy a aj matematickým aparátom potrebným na jej vyriešenie).

Trocha zjednodušene teda možno povedať, že naši žiaci sa ukázali silní v tom, čo ich naša škola učí, slabšie výsledky získali pri riešení úloh, s ktorými sa v našom vyučovaní matematiky prakticky nestretávajú. Nakoľko všetky typy úloh, ktoré sa pre našich žiakov ukázali ako ťažšie, majú vo vyučovaní matematiky aj v reálnom živote žiaka nepopierateľný význam, je potrebné uvažovať o zaradení týchto typov úloh aj do vyučovania matematiky v našich ZŠ.

Poznámka: OECD celkom a OECD priemer sú dva rozdielne údaje pre rôzne použitie. Pri porovnávaní výsledkov jednotlivých školských systémov sa používa hodnota OECD **priemer**. OECD priemer neberie do úvahy absolútnu veľkosť populácie žiakov v krajine, každá krajina prispieva k priemeru rovnako. Jednotlivé krajiny sa však vzájomne odlišujú počtom žiakov a táto skutočnosť sa objavuje v hodnote OECD **celkom**, ktorá ukazuje potenciál OECD ako celku.

⁵⁾ Slovensko sa testovania v roku 2000 nezúčastnilo.

⁶⁾ Príloha A (úlohy M124Q01, M438Q02, M806Q01)

⁷⁾ Príloha A (úlohy M150Q02, M150Q03, M179Q01, M468Q01, M468Q01, M509Q01, M513Q01, M702Q01)

NÁVRHY A ODPORÚČANIA

Časť návrhov a odporúčaní sme formulovali už v predchádzajúcich kapitolách. Na tomto mieste ich zhrnieme a doplníme ďalšími, ktoré tiež vychádzajú z analýzy výsledkov získaných v rámci štúdie OECD PISA 2003.

Zhrňme najprv, čo sme sa dozvedeli:

1. výsledok našich žiakov je len priemerný;
2. máme menej žiakov na najvyšších úrovniach – 5 a 6 (u nás 12,7 % vs. 14,6 % v rámci OECD a 18,2 % v Českej republike);
3. naši žiaci, najmä dievčatá, nedokázali plne využiť (aplikovať) to, čo sa učili;
4. napriek veľkému množstvu vedomostí v osnovách a vzdelávacích štandardoch niektoré vedomosti našim žiakom chýbajú (napr. v oblasti pravdepodobnostných javov);
5. našim žiakom chýbajú niektoré praktické zručnosti (napr. čítanie informácií z grafu a ich interpretácia),
6. objavil sa pomerne veľký rozdiel vo výkone chlapcov a dievčat v neprospech dievčat (hoci dievčatá, podľa informácií z dotazníkov, mali lepšie známky).

Myslíme si, že toto sú dostatočné dôvody na zamyslenie sa nad tým, či naši žiaci trávia čas na vyučovaní matematiky efektívne. Predpokladáme, že ambície slovenského školského systému sú vyššie ako priemer, ktorý dosiahol.

V tejto časti správy sme sa snažili zhromaždiť naše myšlienky venované obsahu matematiky ako všeobecno-vzdelávacieho predmetu, vyučovacím metódam a prostriedkom, ktoré by mal mať učiteľ pre svoju prácu v triede k dispozícii. Námety a odporúčania sme zhrnuli do štyroch skupín. Dúfame, že nimi nášho čitateľa inšpirujeme a podnietime zmenu k lepšiemu.

VYUČOVANIE

V tejto časti prinášame niekoľko námetov na vyučovanie tém, ktoré súvisia najmä s používaním a interpretáciou pravdepodobnostných pojmov, s interpretáciou grafov a s priestorovou predstavivosťou. Úlohy zo spomínaných oblastí boli slabinou našich žiakov, pritom v učebných osnovách aj vzdelávacích štandardoch majú svoje miesto. (Na druhej strane je pravdou, že v súčasnosti používané učebnice pre ZŠ sú staršieho dátumu, a tak rozpracovanie nie všetkých uvedených tém je v učebniciach dostatočné.)

Štatistika

Pri vyučovaní tematického celku *Štatistika* navrhujeme:

- venovať *Štatistike* vyššiu hodinovú dotáciu, učiť ju iným spôsobom, zaraďovať úlohy na čítanie údajov z grafov, tabuliek a diagramov, ktoré vychádzajú z reálneho života,

boli získané meraním, výskumom, štatistickým prieskumom a pod.;

- zaraďovať úlohy, ktoré nevyžadujú výpočet, ale vyvodenie záverov z graficky zadávaných štatistických údajov, ich odôvodňovanie, porovnávanie dvoch alebo viacerých grafov, tabuliek alebo diagramov, v prípade grafov aj porovnávanie grafov daných v rôznych mierkach;
- nezaraďovať *Štatistiku* v časovo-tematických plánoch na koniec školského roka, lebo pri časovom sklze, ktorý môže byť spôsobený množstvom (často aj objektívnych) príčin, hrozí minimálne nedostatočné utvrdenie tohto učiva;
- *Štatistiku* navrhujeme zaradiť (spolu s kombinatorikou a propedeutikou pravdepodobnosti) aj do nižších ročníkov ZŠ, napr. do piateho alebo šiesteho; podobne v stredných školách do prvého ročníka a v gymnáziách s osemročným štúdiom ju odporúčame zaradiť ako povinné základné učivo spolu s tematickým celkom *Pravdepodobnosť* do kvinty (v súčasnosti je *Pravdepodobnosť* zaradená len do rozširujúceho učiva).

Pravdepodobnosť

Pri vyučovaní tematického celku *Pravdepodobnosť* navrhujeme tieto zmeny:

- v ZŠ vyučovať *Pravdepodobnosť* takým spôsobom, aby žiak nemusel počítat pravdepodobnosť nejakého javu, ale aby s určitosťou chápal, čo znamená, že istý jav má napríklad 30%-nú pravdepodobnosť, a aby vedel porovnať, ktorý z dvoch javov je pravdepodobnejší, a vedel správne usúdiť, či zmenou jednotlivých činiteľov, ktoré pravdepodobnosť javu ovplyvňujú, sa pravdepodobnosť zväčší alebo zmenší;
- zaraďovať viac úloh, ktoré sú v tesnej väzbe na štatistické údaje vychádzajúce z rôznych situácií reálneho života.

Stereometria

Tematický celok *Stereometria* navrhujeme začínať úlohami zameranými na cvičenie priestorovej predstavivosti, t.j. :

- zlepšovať priestorovú predstavivosť žiakov, nesústrediť sa len na pravidelné telesá a výpočet ich objemov a povrchov, ale aj na iné úlohy priestorového charakteru nevyžadujúce výpočet, ale orientáciu v priestore a schopnosť predstaviť si v priestore novú situáciu po zmene podmienok;
- aj takéto úlohy zasadiť do situácií, s ktorými sa stretávame v reálnom živote;
- sústrediť pozornosť žiakov na prepojenie učiva o objemoch a povrchoch telies s učivom o funkciách – hľadať závislosť objemu a povrchu telies od ich rozmerov a tvaru.

ÚLOHY

Matematické úlohy použité v rámci štúdie OECD PISA 2003 sú hádam jej najväčším prínosom a inšpiráciou pre odbornú pedagogickú verejnosť na Slovensku (okrem Prílohy A tejto správy odporúčame záujemcom aj ďalšiu publikáciu ŠPÚ: *PISA – matematika, Úlohy 2003*). Úlohy, ktoré žiaci riešia na vyučovaní a v rámci svojej domácej prípravy, môžu motivovať a rozvíjať ich matematické myslenie a naopak, zle zvolené úlohy môžu pôsobiť demotivujúco a podporovať žiakovo presvedčenie o zbytočnosti matematiky pre jeho budúci život. Aké úlohy by naši žiaci mali riešiť?

Úlohy zasadené do reálneho života, ktoré obohatia žiakov o nové informácie z iných oblastí

Veľkým prínosom pre vyučovanie matematiky sú vždy úlohy, v ktorých sa riešia problémy nášho každodenného života pomocou matematiky, prípadne také, v ktorých sa matematika využíva v iných vedných disciplínach. Navrhujeme ich zaradenie do učebníc, lebo:

- pri riešení úloh zo života sa žiak, skôr ako začne úlohu riešiť, dozvie zaujímavé informácie z iných oblastí – napr. z biológie, histórie, stavebníctva, bankovníctva a pod. ktoré ho samy o sebe obohatia, aj keby ich matematické spracovanie nezvládol;
- tieto úlohy pomáhajú vytvárať pozitívny vzťah žiaka k matematike, lebo vidí jej potrebu v reálnom živote, získava pocit, že matematika mu pomáha, že ju bude môcť v budúcnosti využiť, aj keď nebude priamo súvisieť s jeho budúcim povoláním (mnohí žiaci dnes totiž argumentujú, že matematiku nebudú v živote potrebovať).

Úlohy na riešenie problémov podľa návodu

Je potrebné, aby žiaci vedeli používať návody, prípadne ich vedeli sami tvoriť. V našich učebniciach úlohy tohto typu absentujú, vyskytujú sa snáď len v konštrukčných úlohách, aj to v opačnom poradí – žiak návod nepoužíva, ale ho tvorí. Takéto úlohy sú dôležité preto, aby bol žiak pripravený na situácie, v ktorých sa bude musieť riadiť nejakým návodom, čo sa mu celkom iste stane viackrát v živote. Takéto úlohy môžu byť zaradené do rôznych tematických celkov, nejedná sa o nové učivo, ale o inú formu úloh.

Úlohy zamerané na argumentáciu

S úlohami tohto typu sa v našich učebniciach a zbierkach takmer vôbec nestretneme. Možno nie sú najvhodnejšie na skúšanie alebo do testov, lebo sa ťažko hodnotia, ale ich precvičovanie na vyučovacích hodinách môže byť pre žiakov obohatením v oblasti tvorby úsudkov, ich odôvodňovaní alebo vyvracaní, pri argumentácii a presnom vyjadrovaní sa. Úlohy zamerané na argumentáciu navrhujeme zaraďovať do rôznych tematických celkov.

Rôzne formy úloh

Pri precvičovaní látky a testovaní žiakov používať širšiu škálu úloh, než len úlohy s otvorenou odpoveďou. To súvisí aj s návrhom na zmeny vo vzdelávacom štandarde matematiky pre ZŠ (pozri ďalej).

Zbierky úloh

Z návrhov na zaraďovanie úloh iných typov a foriem, ako sa vyskytujú v našich učebniciach a zbierkach úloh (pozri vyššie), vyplýva potreba vytvoriť dostatočne bohatú sadu takýchto úloh. Je potrebné nahradiť veľké množstvo reprodukčných úloh typu: vypočítaj, uprav, rieš rovnicu, zjednoduš výraz a pod., praktickými a tvorivými úlohami zameranými na argumentáciu a systematické rozvíjanie myslenia.

Túto úlohu samozrejme nemožno nechať len na iniciatívu jednotlivých učiteľov, pretože pre jednotlivca je to neprimerane veľká práca. Je potrebné vytvoriť tím (tímy) autorov,

ktorý(é) by sa dlhodobo venoval(i) práve tejto problematike. V zahraničí je napríklad bežné, že inštitúcie odborného typu ako ŠPÚ zamestnávajú profesionálnych tvorcov úloh.

ZÁKLADNÉ PEDAGOGICKÉ DOKUMENTY

Rámec vyučovania tvoria základné pedagogické dokumenty. Zmeny, ktoré v nich navrhujeme uskutočniť, sa týkajú troch oblastí: formálnej stránky vzdelávacích štandardov, rozširujúceho učiva a redukcie osnov. Práve u našich žiakov sa ukázal problém s aplikáciou získaných vedomostí a poznatkov. Aj túto aplikáciu treba učiť a na to je potrebné vytvoriť priestor.

Zmena vzdelávacích štandardov pre ZŠ po formálnej stránke

Platné štandardy pre ZŠ medzi vzorovými úlohami neobsahujú úlohy viacerých foriem, ako sú napríklad úlohy s výberom odpovede a úlohy s krátkou odpoveďou, obsahujú pomerne málo úloh zameraných na argumentáciu a úloh vsadených do reálneho života. Nie je v nich určené, ktorý z uvedených vzorových príkladov sa považuje za ľahký, ktorý za stredne ťažký a ktorý za najnáročnejší, ktorý príklad by mal žiak zvládnuť ako podmienku pre postup do vyššieho ročníka, a ktorý je určený len najlepším žiakom. Tak si každý učiteľ stavia latku náročnosti sám a chýba zjednocujúci činiteľ. Taktiež možno predpokladať, že slabšie výsledky našich žiakov v PISA 2003 v niektorých tematických celkoch boli dôsledkom aj toho, že im prislúchajúce vzorové úlohy v štandardoch sú len na základnej alebo na strednej úrovni, náročnejšie úlohy v nich absentujú. Ukážku časti vzdelávacieho štandardu ZŠ z tematického celku Štatistika, ktorá je spracovaná podľa pripomienok uvedených v texte, uvádza v Prílohe C tejto správy.

Prehodnotenie úlohy rozširujúceho učiva na ZŠ

V súvislosti s návrhmi na zaradovanie nových typov a foriem úloh a rozlíšenie náročnosti jednotlivých úloh v štandardoch považujeme za vhodné, aby učiteľ čas určený na rozširujúce učivo nevenoval preberaniu novej látky, ale zaoberal sa už prebranými témami na vyššej úrovni, podľa možností formou úloh vychádzajúcich z kontextu reálneho sveta. Väčší priestor by mal byť vytvorený aj pre úlohy vyžadujúce argumentáciu a dôvodenie.

Zmeny v učebných osnovách – redukcia

Ďalšou možnosťou vytvorenia priestoru na preberanie úloh spomínaných v predchádzajúcich odsekoch, a to aj úloh na vyšších úrovniach, sú zmeny v učebných osnovách matematiky ZŠ. Považujeme za potrebné zvážiť, či niektoré časti učiva matematiky ZŠ neslúži a hlavne ako základ pre budúce štúdium matematiky na gymnáziu. Pre žiakov, ktorí nemajú vysokoškolské ambície vyžadujúce všeobecné matematické vzdelanie, nemá takéto učivo väčší význam a často na týchto žiakov pôsobí demotivujúco. V tomto prípade by bolo možné uvažovať o redukcii učiva. Podľa nášho názoru by k redukcii učiva mohlo dôjsť napríklad v rámci učiva o mocninách a odmocninách, ale aj v témach: operácie s uhlami, konštrukčné úlohy a goniometria ostrého uhla.

PODPORA ŽIAKOV

Podľa informácií zo žiackych dotazníkov sa slovenskí učitelia venujú najmä slabším žiakom – a prináša to výsledky. Pod úrovňou 1 sa na Slovensku umiestnilo 6,7 % žiakov, zatiaľ čo v rámci OECD až 8,2 %. Pomoc tejto skupine žiakov je nutná. Často ide o deti zo sociálne znevýhodneného prostredia, ktoré nie sú schopné samostatnej práce a ktorým doma nemá kto pomôcť. Na pomoc týmto žiakom by mala škola dostať špeciálne zdroje, napríklad vo forme vzdelávacích poukazov, veď prostriedky venované na vzdelávanie žiakov neskôr ušetrí štátu neporovnateľne viac financií na sociálnych dávkach (o kvalite života konkrétneho jedinca nehovoriac). Koľko pozornosti a individuálnej pomoci môže však učiteľ venovať žiakovi v triede, kde ich je 34? V snahe ušetriť môže Slovensko premárniť šancu znížiť počet žiakov v triedach, ak v období, keď klesá počet žiakov, zlučuje školy.

Podchytenie nadaných žiakov

Ako sme už v predchádzajúcej časti uviedli, podľa medzinárodnej správy PISA 2003 percento žiakov nachádzajúcich sa v najvyšších výkonnostných úrovniach môže naznačovať budúce postavenie krajiny v oblasti moderných technológií a jej medzinárodnú konkurencieschopnosť. Snaha o podchytenie záujmu žiakov o matematiku je formulovaná aj v učebných osnovách pre 2. stupeň ZŠ:

Riešením zaujímavých úloh, vedením žiakov k sústavnému sledovaniu a čítaniu matematických rubriek v detských časopisoch a zaujímavých publikácií z matematiky sa prehlbuje záujem žiakov o matematiku a ich schopnosť samostatne študovať matematickú literatúru. ⁴⁾

Z výsledkov, ktoré Slovensko v testovaní OECD/PISA 2003 dosiahlo, je zrejmé, že túto snahu o podchytenie nadaných žiakov je potrebné zintenzívniť. Dôležitá podľa nášho názoru je podpora (finančná) súťaží a tvorby zaujímavých úloh z matematiky pre žiakov ZŠ, čo, zdá sa, v poslednej dobe je vecou skôr zaniietených jednotlivcov než systematickej činnosti školskej sféry.

Podpora matematickej gramotnosti dievčat

Zistené rozdiely vo výkonnosti medzi pohlaviami sú závažným problémom. Ich riešenie si vyžaduje samostatný výskum. (Nie je to predmetom tejto úvodnej správy.)

Záverom chceme zdôrazniť, že cieľom týchto návrhov a odporúčaní nie je vychovať žiakov, ktorí sa naučia písať testy s úlohami podobnými tým, ktoré boli použité v PISA 2003. Štúdiu OECD PISA 2003 a súbor uvoľnených testovacích položiek chápeme ako výzvu a významnú inšpiráciu i pomoc pri riešení problémov, ako priblížiť matematiku ZŠ reálnemu životu, ako priviesť žiakov k uvedomeniu si úlohy matematiky v ich živote a aj ako ich naučiť používať ju pre svoj prospech a na úžitok spoločnosti.

LITERATÚRA

Zdroje:

OECD (2003): The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. OECD, Paris 2003, 200 s.

OECD (2004): PISA 2003 Initial Report (preliminary version)

www.pisa.oecd.org

Národné centrum pre štúdiu OECD PISA v SR, ŠPÚ: uvoľnené úlohy

3) Vzdelávací štandard s exemplifikačnými úlohami z matematiky pre 2. stupeň základnej školy. Vypracoval PhDr. Ľudovít Bálint, CSc. s využitím úloh zaslaných okresnými metodikmi k jednotlivým požiadavkám, v rokoch 1995, 1996. Posúdili členovia Ústrednej predmetovej komisie matematiky ŠPÚ, Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 30. januára 2002 pod číslom 117/2002 s platnosťou od 1. septembra 2002.

4) Učebné osnovy Matematika pre 5. až 9. ročník základnej školy. Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 3. apríla 1997 výmerom číslo 1640/1997-151 s platnosťou od 1. septembra 1997.

Odporúčame:

ŠPÚ (2004): **PISA – matematika, Úlohy 2003** (zbierka uvoľnených úloh z matematiky štúdie OECD PISA 2003)

ŠPÚ (2005): **PISA SK 2003 – riešenie problémov** (pripravovaná správa)

PRÍLOHA A

UVOĽNENÉ TESTOVACIE POLOŽKY PISA 2003

Popis oblastí a úrovní matematických vedomostí a zručností pre jednotlivé uvoľnené úlohy:

M124Q01 (Chôdza)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 5
počítanie s použitím daného vzorca

M124Q03 (Chôdza)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 5
počítanie s použitím daného vzorca

M145Q01 (Kocky)

priestor a tvar; úroveň 2
riešenie problémov formulovaných geometricky jednoduchým počítaním (napr. odčítaním, delením dvojčíferným číslom)

M150Q01 (Výška ľudí)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 2
interpretovanie textu a zdôvodnenie pomocou priamej úmery alebo odčítania

M150Q02 (Výška ľudí)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 3
prepojenie viacerých súvisiacich reprezentácií (napr. 2 súvisiacich grafov), čítanie z grafu

M150Q021 (čiastočne správna odpoveď)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 2
jednoduché prepojenie textu a istej črty jednoduchého grafu, odčítanie hodnoty z grafu

M150Q03 (Výška ľudí)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 4
uviedenie textu do súvislosti s grafickou reprezentáciou, zdôvodnenie a argumentácia

M179Q01 (Lúpeže)

náhodnosť; úroveň 4
porozumenie dátam z tabuliek a grafov, uvažovanie o nich a na základnej úrovni aj vytvorenie matematického vysvetlenia slovne vyjadreného kvantitatívneho pojmu z reálneho života („veľký nárast“)

M179Q012 (Lúpeže)

náhodnosť; úroveň 6

presná argumentácia založená na pochopení a správnej interpretácii dát, formulovanie komplexných argumentov a vysvetlení

M266Q01 (Tesár)

priestor a tvar; úroveň 6

pokročilé porozumenie konceptualizácii zložitých geometrických situácií alebo interpretácií zložitých a pre žiaka málo zvyčajných reprezentácií

M402Q01 (Čatovanie cez internet)

zmeny, vzťahy a závislosť; úroveň 3

interpretácia textu a tvorba jednoduchej stratégie, používanie súboru jednoduchých výpočtových procedúr na riešenie problémov, napr. zoradenie dát, výpočty časového posunu

M402Q02 (Čatovanie cez internet)

zmeny, vzťahy a závislosť; úroveň 5

pokročilé riešenie problémov: interpretácia a uplatnenie podmienok

M413Q01 (Výmenný kurz)

kvantita; úroveň 1

interpretácia jednoduchého explicitného matematického modelu a jeho bezprostredná aplikácia s použitím násobenia

M413Q02 (Výmenný kurz)

kvantita; úroveň 2

interpretácia jednoduchého kvantitatívneho modelu (napr. vzťahu priamej úmery) a jeho aplikácia s použitím základných aritmetických výpočtov, identifikácia jednoduchého výpočtu potrebného na vyriešenie jednoduchého problému

M413Q03 (Výmenný kurz)

kvantita, úroveň 4

preukázanie porozumenia kvantitatívnym vzťahom, jasné dôvodenie

M438Q01 (Vývoz)

náhodnosť; úroveň 2

identifikácia relevantnej informácie v jednoduchom a pre žiaka štandardnom grafe, prepojenie textu s príslušným grafom, odčítanie hodnoty priamo zo žiakovi známeho zdroja dát, napríklad stĺpcového grafu

M438Q02 (Vývoz)

náhodnosť; úroveň 4

identifikácia a výber dát z rôznych štatistických grafov, vykonanie základných výpočtov

M467Q01 (Farebné cukríky)

náhodnosť; úroveň 4

použitie znalosti pravdepodobnosti pri riešení problémov, transformácia slovne zadaného problému do vhodného pravdepodobnostného výpočtu, práca s percentami

M468Q01 (Testy z prírodopisu)

náhodnosť; úroveň 4

pochopenie základných štatistických pojmov a definícií (napr. priemeru), uskutočnenie viackrokových výpočtov zahŕňajúcich základné aritmetické operácie

M471Q01 (Jarmok)*

náhodnosť; úroveň 3

identifikácia pravdepodobnostných výstupov v kontexte zložitého, ale dobre opísaného a pre žiaka známeho pravdepodobnostného pokusu pomocou usudzovania

M484Q01 (Knihovnička)

kvantita; úroveň 3

použitie základných procesov riešenia problémov (nájdenie jednoduchšej stratégie, hľadanie vzťahov, pochopenie daných podmienok – napr. obmedzenia a práca s nimi, použitie metódy „pokús a omyl“, jednoduché dôvodenie)

M505Q01 (Odpad)*

náhodnosť; úroveň 4

porozumenie dátam z tabuliek a grafov a uvažovanie o nich, jednoduchá argumentácia

M509Q01 (Zemetrasenie)

náhodnosť; úroveň 4

interpretácia textu, vrátane prípadu menej zvyčajného (vedeckého) kontextu, pochopenie základných štatistických pojmov a definícií (napr. pravdepodobnosti)

M510Q01 (Výber)

kvantita; úroveň 4

systematický súpis a zráťavanie kombinatorických výstupov

M513Q01 (Výsledky z písomnej práce)

náhodnosť; úroveň 5

usudzovanie na základe priamej úmernosti a s pomocou štatistických pojmov, formulovanie úvah a argumentov

M515Q01 (Detské topánky)*

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 1

nájdenie a prečítanie špecifikovanej hodnoty v jednoduchej tabuľke

M515Q02 (Detské topánky)*

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 3

interpretácia textu, v ktorom je skrytý jednoduchý algoritmus a použitie tohto algoritmu pri riešení problémov, použitie súboru jednoduchých výpočtových procesov vrátane lineárnej interpolácie

M515Q03 (Detské topánky)*

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 5

pokročilé riešenie problémov: interpretácia a prepojenie komplexných informácií, identifikácia a použitie vhodnej stratégie

M520Q011 (Skateboard)

kvantita; úroveň 2

interpretácia údajov z jednoduchej tabuľky, uvedenie informácie v texte do vzťahu s prís-

lušnými údajmi v tabuľke, uskutočňovanie jednoduchých výpočtov vrátane základných aritmetických operácií, usporadúvanie, odčítanie trojčiferných čísel a delenie trojčiferným číslom

M520Q012 (Skateboard)

kvantita; úroveň 3

interpretácia informácií daných v tabuľkách, nájdenie relevantných údajov v tabuľke

M520Q02 (Skateboard)

kvantita; úroveň 4

systematický súpis a zráčavanie kombinatorických výstupov

M520Q03 (Skateboard)

kvantita; úroveň 4

systematický súpis a zráčavanie kombinatorických výstupov

M521Q01 (**Stolnotenisový turnaj**)*

kvantita; úroveň 1

systematické tvorenie zoznamov a počítanie kombinatorických výstupov v ohraničenom a dobre definovanom kontexte hry

M521Q02 (Stolnotenisový turnaj)*

M521Q021 (získanie čiastočného kreditu za čiastočne správnu odpoveď)

kvantita; úroveň 4

systematický zápis a zráčavanie pri riešení kombinatorických úloh

M521Q022 (správna odpoveď)

kvantita; úroveň 5

výber údajov potrebných pre riešenie úlohy a výpočet, použitie nasledujúcich zručností pri riešení problémov v kontextoch reálneho sveta, ktoré podstatným spôsobom vyžadujú matematizáciu: interpretácia, vytvorenie stratégie, argumentácia, systematické počítanie

M521Q03 (Stolnotenisový turnaj)*

kvantita; úroveň 5

použitie nasledujúcich zručností pri riešení problémov v kontextoch reálneho sveta, ktoré podstatným spôsobom vyžadujú matematizáciu: interpretácia, vytvorenie stratégie, argumentácia, systematické počítanie

M525Q01 (**Znižovanie emisií**)*

pre M525Q011 aj 012

kvantita; úroveň 5

vypočítanie alebo znalosť relatívnej a absolútnej zmeny, zdôvodnenie a argumentácia

M525Q02 (Znižovanie emisií)*

kvantita; úroveň 5

vypočítanie alebo znalosť relatívnej a absolútnej zmeny, zdôvodnenie a argumentácia

M525Q03 (Znižovanie emisií)*

pre M525Q031 aj 032

kvantita; úroveň 5

výber relevantných údajov a počítanie, vypočítanie alebo znalosť relatívnej a absolútnej zmeny

M543Q01 (Vesmírny let)*

kvantita; úroveň 3

výpočtové zručnosti vrátane premeny jednotiek

M543Q03 (Vesmírny let)***M543Q031 aj 032**

kvantita; úroveň 6

konceptualizácia zložitých matematických procesov (napr. exponenciálny rast a vážený priemer), číselných vlastností a numerických vzťahov, interpretácia a pochopenie zložitých (komplexných) informácií, prepojenie viacerých zdrojov komplexných informácií, pokročilé dôvodenie (vrátane číselnoteoretickej argumentácie a použitia priamej úmery), geometrické porozumenie (pochopenie) a dôvodenie, kombinatorické dôvodenie, správne vykonávanie viackrokových výpočtov v zložitom a málo známom kontexte (vrátane práce s veľkými číslami), nachádzanie stratégie a uplatňovanie heuristických postupov

M547Q01 (Schodište)

priestor a tvar; úroveň 2

porozumenie dvojrozmernej vizuálnej reprezentácii známych situácií z reálneho života

M555Q01 (Hracie kocky)*

priestor a tvar; úroveň 4

dôvodenie o numerických vzťahoch v geometrickom kontexte

M555Q02 (Hracie kocky)

priestor a tvar; úroveň 3

prepojenie textu s vizuálnou reprezentáciou žiakovi známych objektov a situácií, použitie vizuálneho vnemu a priestorového dôvodenia v známej situácii

M702Q01 (Podpora prezidentovi)

náhodnosť; úroveň 5

interpretácia výstupov pre žiaka málo zvyčajného pravdepodobnostného experimentu a uvažovanie o nich

M704Q01 (Najlepšie auto)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 2

správne dosadenie čísla pri použití jednoduchého numerického algoritmu alebo jednoduchého algebraického vzorca

M704Q02 (Najlepšie auto)

zmena, vzťahy a závislosť; úroveň 5

uvažovanie o vzťahu medzi algebraickým výrazom a dátami, ktoré sa v ňom vyskytujú

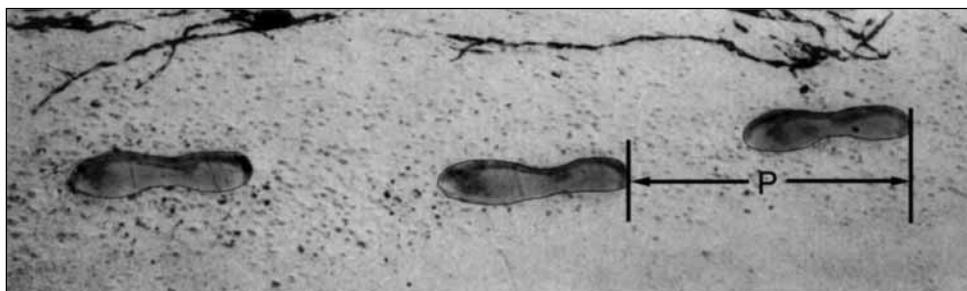
M806Q01 (Vzorka schodov)

kvantita; úroveň 3

interpretácia textu a diagramu, ktorý znázorňuje jednoduchú postupnosť (pravidelnosť)

Poznámka: Úlohy označené symbolom * boli použité len v rámci pilotného testovania štúdie OECD PISA 2003 (v roku 2002), a preto k nim nemôžeme uvádzať výsledky.

CHÔDZA



Na obrázku sú stopy kráčajúceho muža. Dĺžka kroku P je vzdialenosť medzi koncami dvoch po sebe nasledujúcich stôp.

Vzorec $\frac{n}{P} = 140$ udáva približný vzťah medzi n a P ,
kde:

n = je počet krokov za minútu

P = je dĺžka kroku v metroch.

Otázka č. 1: CHÔDZA

M124Q01-0129

Použite horný vzorec a vypočítajte, aký dlhý krok bude mať Marek, ktorý urobí 70 krokov za minútu.

Zapíšte postup výpočtu.

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	51,13	49,37	53,08
OECD priemer % správne	36,34	36,58	36,12

Otázka č. 3: CHÔDZA

M124Q03-00 11 21 22 23 24 31 99

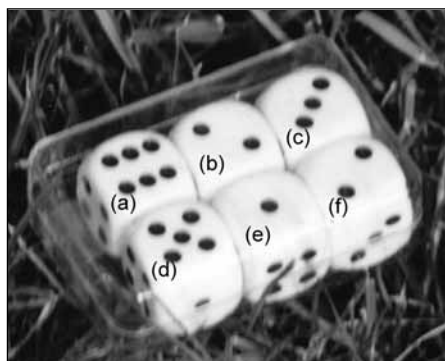
Michal vie, že dĺžka jeho kroku je 0,80 metra. Použite vzorec a vypočítajte rýchlosť Michalovej chôdze v metroch za minútu a v kilometroch za hodinu.

Zapíšte postup výpočtu.

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	24,17	25,22	23,02
OECD priemer % správne	20,62	21,59	19,64

KOCKY



Otázka č. 1: KOCKY

M145Q01

Na fotografii je šesť kociek označených (a) až (f). Pre všetky tieto kocky platí pravidlo: Súčet bodiek na dvoch protilahlých stenách každej kocky je vždy sedem.

Zapíšte do každého políčka počet bodiek na **spodnej stene** zodpovedajúcej kocky na obrázku.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

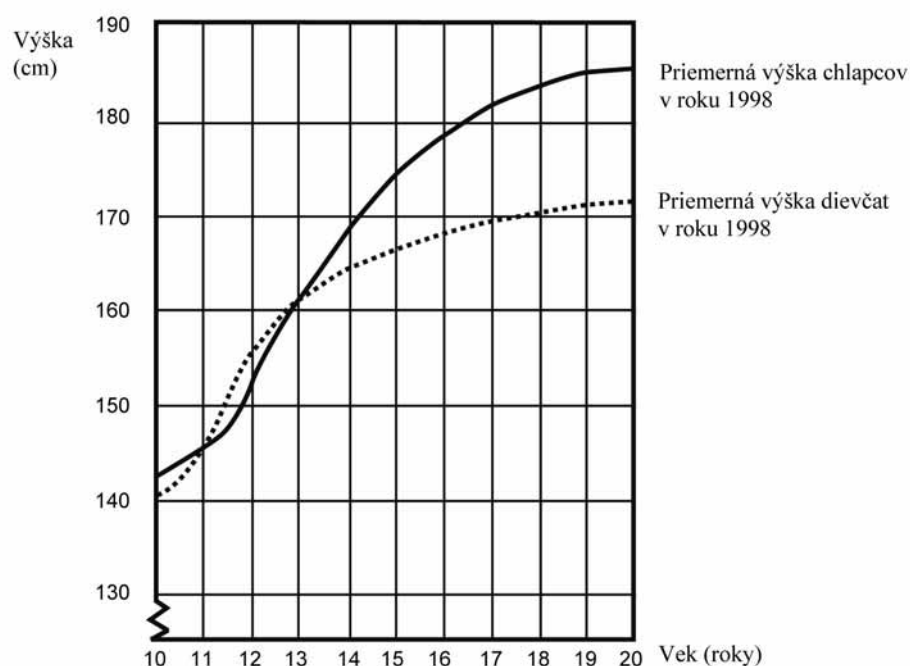
Odpoveď:

.....

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	65,80	67,69	63,80
OECD priemer % správne	68,03	67,78	68,28

VÝŠKA ĽUDÍ



MLADÍ ĽUDIA DOSAHUJÚ VÄČŠIU VÝŠKU

V grafe je vyznačená priemerná výška mladých chlapcov a dievčat v Holandsku v roku 1998.

Otázka č. 1: VÝŠKA ĽUDÍ

M150Q01-019

Od roku 1980 sa priemerná výška dvadsaťročných dievčat zvýšila o 2,3 cm na 170,6 cm. Aká bola ich priemerná výška v roku 1980?

Odpoveď: cm

Výsledky:

SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	74,02	76,42	71,50
OECD priemer % správne	66,96	68,57	65,39

Otázka č. 2: VÝŠKA ĽUDÍ

M150Q02-00 11 21 22 99

Pomocou grafu urč, v ktorom vekovom období sú dievčatá v priemere vyššie ako rovnako starí chlapci.

Odpoveď:

Výsledky:

SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	27,28	29,52	24,93
OECD priemer % správne	44,83	44,44	45,12

Otázka č. 3: VÝŠKA ĽUDÍ

M150Q03-01 02 11 12 13 99

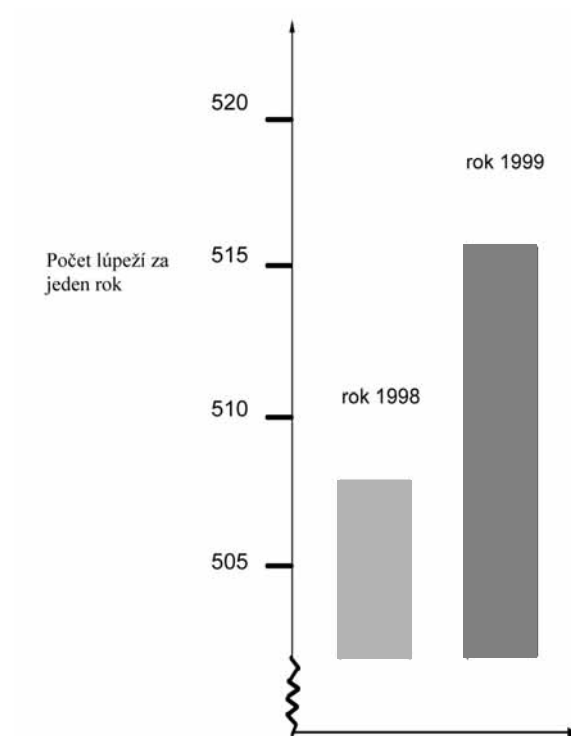
Vysvetlite, ako je v grafe znázornené, že po dosiahnutí 12. roku veku rýchlosť rastu dievčat v priemere klesá.

Odpoveď:
.....
.....
.....

Výsledky:

SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	61,96	62,26	61,64
OECD priemer % správne	68,77	67,57	69,98

LÚPEŽE



Otázka č. 1: LÚPEŽE

M179Q01-01 02 03 04 11 12 21 22 23 99

Televízny reportér ukázal tento graf a povedal:

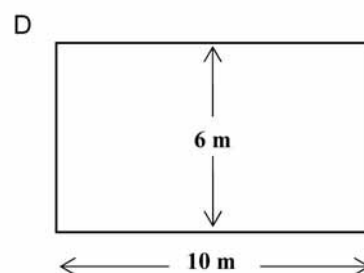
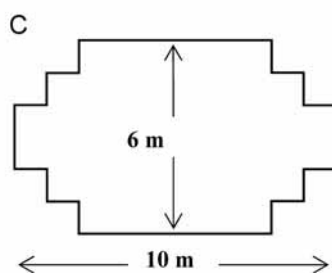
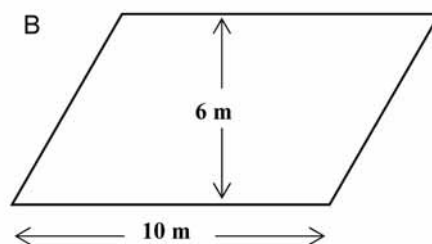
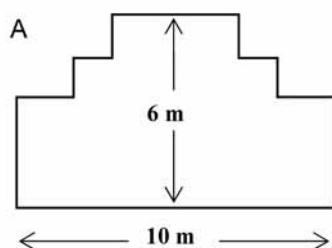
„Graf ukazuje veľký nárast počtu lúpeží od roku 1998 do roku 1999.“

Považujete tvrdenie reportéra za vyhovujúce vysvetlenie grafu? Uveďte zdôvodnenie svojej odpovede.

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	15,18	15,82	14,51
OECD priemer % správne	29,50	30,75	28,17

TESÁR



Otázka č. 1: TESÁR

M266Q01

Tesár má 32 metrov dreva na ohrazenie záhonu na záhrade. Uvažuje o nasledujúcich tvaroch záhonu.

Zakrúžkujte buď „ÁNO“, alebo „NIE“ pri každom tvare záhonu podľa toho, či môže, alebo nemôže byť vytvorený z 32 metrov dreva.

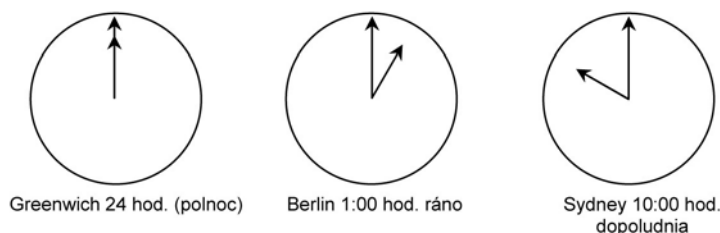
Tvar záhonu	Môže byť tvar záhonu vytvorený z 32 metrov dreva?
A	Áno / Nie
B	Áno / Nie
C	Áno / Nie
D	Áno / Nie

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	25,50	30,87	19,88
OECD priemer % správne	19,95	22,71	17,16

ČATOVANIE CEZ INTERNET

Mark (zo Sydney v Austrálii) a Hans (z Berlína v Nemecku) spolu často komunikujú prostredníctvom „čatovania“ na internete. Musia byť pripojení na internet obaja naraz, aby mohli čatovať. Aby Mark našiel vyhovujúci čas na čatovanie, našťudoval si tabuľku s časovými pásmami a zistil nasledovné:



Otázka č. 1: ČATOVANIE CEZ INTERNET

M402Q01 - 019

Koľko hodín je v Berlíne, ak je v Sydney práve 19:00 hod?

Odpoveď:

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	61,12	63,41	58,74
OECD priemer % správne	53,72	56,85	50,58

Otázka č. 2: ČATOVANIE CEZ INTERNET

M402Q02 - 019

Mark a Hans nemôžu čatovať medzi 9:00 hod. a 16:30 hod. ich miestneho času, pretože musia byť v škole. Nebudú môcť čatovať ani medzi 23:00 hod. a 7:00hod., pretože budú práve spať.

Ktorá hodina Markovi a Hansovi vyhovuje na čatovanie?

Zapíšte do tabuľky hodiny (miestny čas).

Miesto	Čas
Sydney	
Berlin	

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	27,16	27,14	27,17
OECD priemer % správne	28,79	30,63	26,92

VÝMENNÝ KURZ

Slečna Mei-Ling zo Singapuru sa pripravuje na trojmesačný výmenný pobyt študentov v Južnej Afrike. Musí si vymeniť singapurské doláre (SGD) za juhoafrické randy (ZAR).

Otázka č. 1: VÝMENNÝ KURZ

M413Q01 - 019

Mei-Ling zistila, že kurz singapurského dolára voči juhoafrickému randu je:
 $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$.

Mei-Ling si v tomto kurze vymenila 3 000 singapurských dolárov za juhoafrické randy. Koľko juhoafrických randov Mei-Ling dostala?

Odpoveď:

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	86,13	87,66	84,52
OECD priemer % správne	79,66	80,39	78,94

Otázka č. 2: VÝMENNÝ KURZ

M413Q02 - 019

Keď sa Mei-Ling vrátila po troch mesiacoch do Singapuru, zostalo jej ešte 3 900 ZAR. Vymenila si ich naspäť za singapurské doláre a pritom zistila, že kurz sa zmenil a momentálne je:

$$1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}.$$

Koľko singapurských dolárov Mei-Ling dostala ?

Odpoveď:

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	84,55	87,28	81,66
OECD priemer % správne	73,86	74,93	72,78

Otázka č. 3: VÝMENNÝ KURZ

M413Q03 - 01 02 11 99

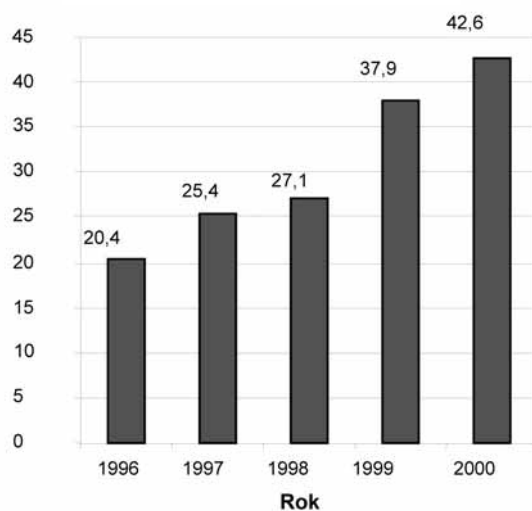
V priebehu týchto troch mesiacov sa kurz zmenil zo 4,2 na 4,0 ZAR za 1 SGD. Je kurz 4,0 ZAR pri spätnej výmene juhoafrických randov za singapurské doláre pre Mei-Ling výhodnejší ako kurz 4,2 ZAR? Vysvetlite svoju odpoveď.

Výsledky:

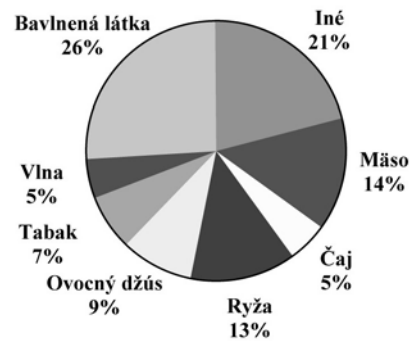
	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	46,86	46,54	47,19
OECD priemer % správne	40,34	38,61	42,03

VÝVOZ

**Celkový ročný vývoz zo Zedlandu
v milónoch zedov
1996 – 2000**



**Zastúpenie jednotlivých tovarov vo
vývoze zo Zedlandu za rok 2000**



Nasledujúce grafy obsahujú údaje o vyvázanom tovare zo Zedlandu.
Zedlandskou menou je 1 zed.

Otázka č. 1: VÝVOZ

M438Q01 - 019

Aký bol celkový vývoz (v miliónoch zedov) zo Zedlandu v roku 1998?

Odpoveď:

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	76,23	75,90	76,59
OECD priemer % správne	78,69	78,36	78,97

Otázka č. 2: VÝVOZ

M438Q02

Aká je celková hodnota ovocného džúsu vyvezeného zo Zedlandu v roku 2000?

- A 1,8 miliónov zedov.
- B 2,3 miliónov zedov.
- C 2,4 miliónov zedov.
- D 3,4 miliónov zedov.
- E 3,8 miliónov zedov.

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	57,78	61,18	53,98
OECD priemer % správne	48,33	52,18	44,48

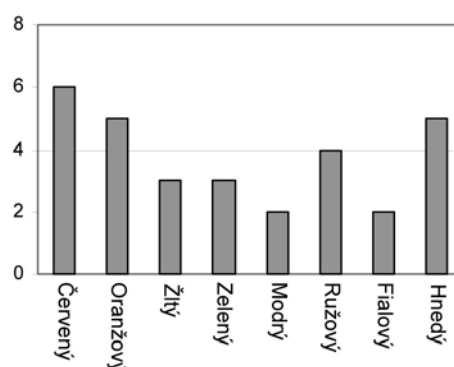
FAREBNÉ CUKRÍKY

Otázka č. 1: FAREBNÉ CUKRÍKY

M467Q01

Mama dovolila Rudovi, aby si zobral z vrecúška jeden cukrík. Rudo cukríky nevidí.

Množstvo cukríkov z každej farby znázorňuje nasledujúci graf:



Aká je pravdepodobnosť, že si Rudo zoberie červený cukrík?

- A 10 %
- B 20 %
- C 25 %
- D 50 %

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	42,63	46,65	38,50
OECD priemer % správne	50,21	54,55	45,84

TESTY Z PRÍRODOPISU

Otázka č. 1: TESTY Z PRÍRODOPISU

M468Q01

V škole na hodinách prírodopisu písal Martin niekoľko testov, v ktorých mohol získať až 100 bodov. Martin mal z prvých štyroch testov priemer 60 bodov. Z piateho testu dostal 80 bodov.

Aký je Martinov bodový priemer z prírodopisu po piatich testoch?

Priemer:

Výsledky:

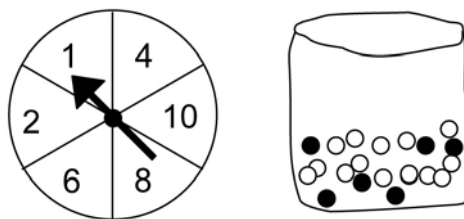
SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	32,21	34,25	30,09
OECD priemer % správne	46,77	48,90	44,58

JARMOK

Otázka č. 1: JARMOK

M471Q01

Jeden stánok na jarmoku ponúka hru, v ktorej je potrebné najskôr roztočiť šípku. Potom, ak sa šípka zastaví na párnom čísle, hráč môže ťahať jednu guľku z vrecúška. Ruleta aj vrecúško s guľkami sú znázornené na nasledujúcom obrázku.



Ceny získavajú hráči, ktorí vytiahnu čiernu guľku. Zuzka si túto hru zahrá jedenkrát. Aká je pravdepodobnosť, že Zuzka vyhrá nejakú cenu?

- A Je to nemožné.
- B Je to málo pravdepodobné.
- C Má šancu okolo 50 %.
- D Je to veľmi pravdepodobné.
- E Je to isté.

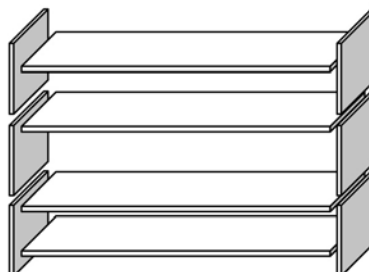
KNIHOVNIČKA

Otázka č. 1: KNIHOVNIČKA

M484Q01

Stolár potrebuje na zhotovenie jednej knihovničky tento materiál:

4 dlhé drevené dosky,
6 krátkych drevených dosiek,
12 malých úchytiak, a
2 veľké úchytky a
14 skrutiek.



Stolár má v zásobe 26 dlhých drevených dosiek, 33 krátkych drevených dosiek, 200 malých úchytiak, 20 veľkých úchytiak a 510 skrutiek.

Koľko knihovničiek môže z toho materiálu stolár zhotoviť?

Odpoveď:

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	64,58	65,02	64,13
OECD priemer % správne	60,88	61,81	59,99

ODPAD

Otázka č. 1: ODPAD

M505Q01 - 019

Žiaci robili prácu zameranú na životné prostredie, a preto zhromaždili informácie o dobe rozpadu rôznych druhov odpadu, ktoré ľudia odhadzujú:

Druh odpadu	Čas rozkladu
banánová šupa	1 – 3 roky
pomarančová kôra	1 – 3 roky
lepenková škatuľa	0,5 roka
žuvačka	20 – 25 rokov
noviny	niekoľko dní
polystyrénový pohárik	viac ako 100 rokov

Jeden žiak má v úmysle vyjadriť výsledky formou stĺpcového diagramu.

Uveďte **jeden dôvod**, pre ktorý stĺpcový diagram nie je vhodný na vyjadrenie týchto číselných údajov.

ZEMETRASENIE

Otázka č. 1: ZEMETRASENIE

M509Q01

V televízii vysielali dokumentárny program o zemetraseniach a o tom, ako často k nim dochádza. Diskutovalo sa tiež o tom, či je možné predpovedať zemetrasenie.

Geológ povedal: „Pravdepodobnosť, že by v nasledujúcich dvadsiatich rokoch bolo zemetrasenie v meste Zedland je 2:3.“

Ktoré z nasledujúcich vyjadrení najlepšie vystihuje význam geológovho tvrdenia?

- A Keďže $\frac{2}{3} \times 20 = 13$, , znamená to, že v Zedlande bude zemetrasenie odteraz približne medzi 13 až 14 rokom.
- B Keďže $\frac{2}{3}$ je viac ako $\frac{1}{2}$, môžeme si byť istí, že zemetrasenie v Zedlande bude niekedy počas budúcich dvadsiatich rokov.
- C Pravdepodobnosť, že zemetrasenie v Zedlande bude niekedy počas budúcich dvadsiatich rokov je vyššia ako pravdepodobnosť, že nebude.
- D Nemožno povedať, čo sa stane, pretože nikto si nemôže byť istý, kedy bude zemetrasenie.

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	29,30	29,51	29,09
OECD priemer % správne	46,48	46,00	46,98

VÝBER

Otázka č. 1: VÝBER

M510Q01

V pizzérii ponúkajú základnú pizzu, na ktorej sú dve prílohy: syr a paradajky. Môžete si však objednať pizzu so **špeciálnymi prílohami**, pričom si možno vyberať zo štyroch špeciálnych príloh: olivy, šunka, šampiňóny a saláma.

René si chce objednať pizzu, na ktorej budú dve rôzne z týchto **špeciálnych príloh**. Z koľkých rôznych kombinácií si môže René vybrať?

Odpoveď: kombinácií.

Výsledky:

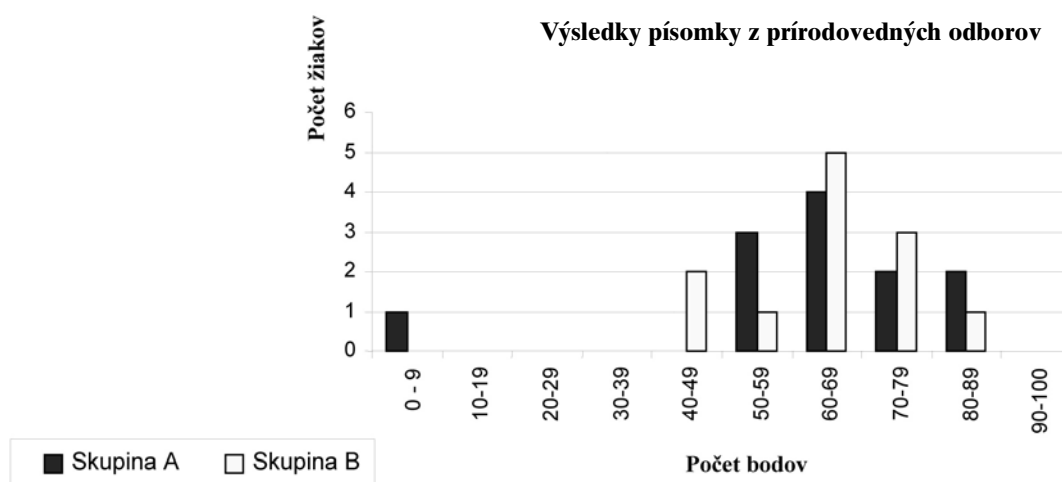
SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	56,42	52,57	60,66
OECD priemer % správne	48,76	46,19	51,34

VÝSLEDKY PÍSOMNEJ PRÁCE

Otázka č. 1: VÝSLEDKY PÍSOMNEJ PRÁCE

M513Q01 - 019

Diagram udáva výsledky písomky z prírodovedných predmetov, ktoré dosiahli dve skupiny žiakov označených ako skupina A a skupina B.



Priemerný počet bodov v skupine A je 62,0 a v skupine B 64,5. Žiaci úspešne napíšu písomku, ak dosiahnu 50 a viac bodov.

Na základe diagramu učiteľ usúdil, že skupina B bola v písomke lepšia ako skupina A.

Žiaci v skupine A nesúhlasia s učiteľom. Snažia sa presvedčiť učiteľa, že skupina B nemusela byť v teste úspešnejšia.

Uvedte jeden matematický argument, ktorý vychádza z uvedeného grafu a ktorý by mohli použiť žiaci zo skupiny A.

Výsledky:

SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	19,44	19,24	19,65
OECD priemer % správne	32,21	32,44	31,94

DETSKÉ TOPÁNKY

Nasledujúca tabuľka udáva veľkosti topánok v Zedlande zodpovedajúce rôznym dĺžkam chodidla.



Prepočítacia tabuľka pre veľkosti detských topánok v Zedlande

Od (v mm)	Do (v mm)	Veľkosť topánky
107	115	18
116	122	19
123	128	20
129	134	21
135	139	22
140	146	23
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

Otázka č. 1: DETSKÉ TOPÁNKY

M515Q01

Marínine chodidlo má dĺžku 163 mm. Použite tabuľku, aby ste určili zedlandskú veľkosť topánky, ktorú by mala Marína vyskúšať.

Odpoveď:

Otázka č. 2: DETSKÉ TOPÁNKY

M515Q02

Niektoré topánky sú vyrobené vo Veľkej Británii. Na týchto topánkach je označené anglické číslovanie namiesto zedlandského.

Je možné prepočítavať anglické číslovanie na zedlandské podľa nasledujúcich pravidiel:

- anglická veľkosť 13 zodpovedá na Zedlande veľkosti 31;
- rozdiel v anglických a zedlandských veľkostiach je konštantný.

Akú anglickú veľkosť by mala Marína vyskúšať?

A	4
B	8
C	10
D	13

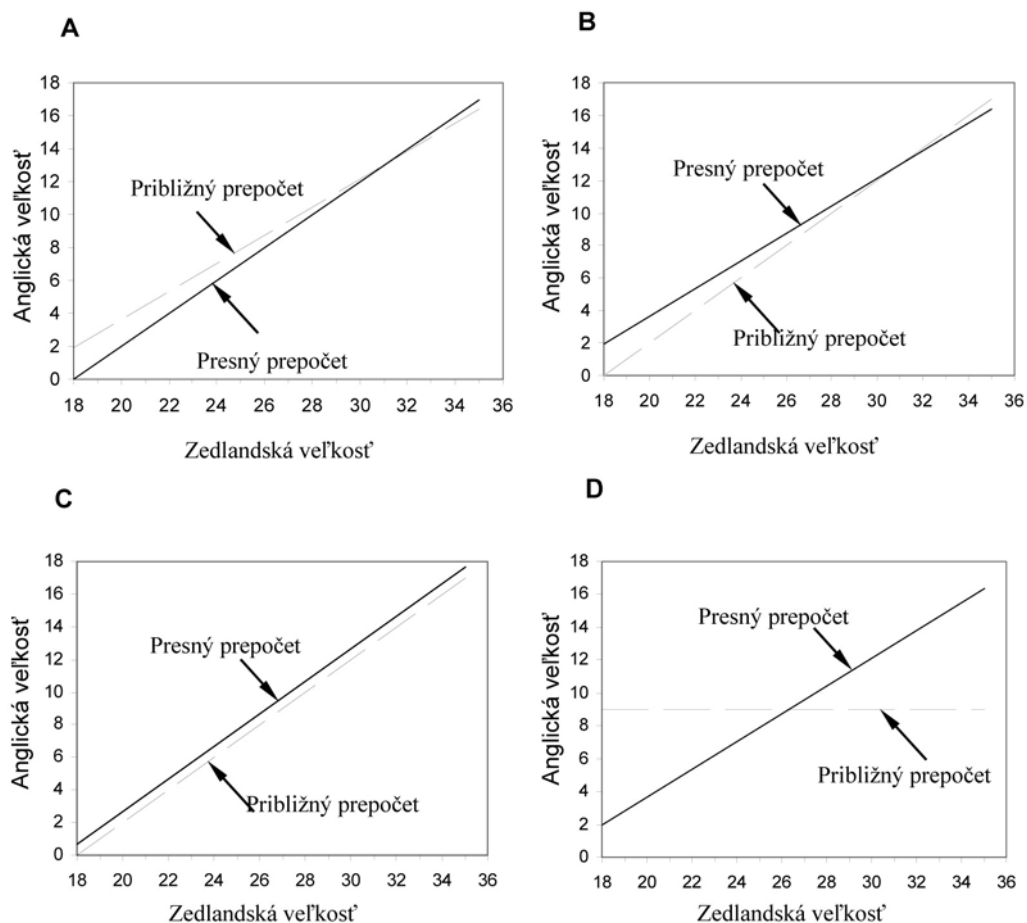
Otázka č. 3: DETSKÉ TOPÁNKY

M515Q03

Presnejší prepočet anglickej veľkosti topánok na zedlandskú je daný nasledujúcim vzorcom:

$$\text{Anglická veľkosť} = (0,85 \times \text{zedlandská veľkosť} - 13,35).$$

Ktorý z nasledujúcich diagramov najlepšie vystihuje vzťah medzi anglickými a zedlandskými veľkosťami, ak použijeme približný (otázka č. 2) a presný prepočet?



SKATEBOARD

Erik je veľkým milovníkom skateboardu. Vybral sa do obchodu SKATERS, aby si overil niektoré ceny.

V tomto obchode je možné kúpiť kompletný skateboard, alebo je možné kúpiť dosku, sady koliesok, sadu dvoch osí ako aj ostatné doplnky a zhotoviť si vlastný skateboard.

Ceny tovaru, ktorý tento obchod ponúka, sú nasledovné:

Druh tovaru	Cena v zedoch	
Kompletný skateboard	82 alebo 84	
Doska	40, 60 alebo 65	
Sada 4 koliesok	14 alebo 36	
Sada 2 osí	16	
Sada doplnkov (valivé ložiská, kaučukové podložky, matice a skrutky)	10 alebo 20	

Otázka č. 1: SKATEBOARD

M520Q01a M520Q01b

Erik si chce skateboard zhotoviť sám. Aká je minimálna a maximálna cena samostatne zhotoveného skateboardu v tomto obchode?

- (a) Minimálna cena: zedov.
 (b) Maximálna cena: zedov.

Výsledky:

SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	72,58	73,74	71,35
OECD priemer % správne	72,01	72,74	71,26

Otázka č. 2: SKATEBOARD

M520Q02

Obchod ponúka tri typy rôznych dosiek, dve sady rôznych koliesok a dve sady doplnkov. Možno si vybrať len jednu sadu osí.

Koľko rôznych skateboardov si môže Erik zhotoviť ?

A	6
B	8
C	10
D	12

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	45,93	49,31	42,37
OECD priemer % správne	45,53	49,01	42,04

Otázka č. 3: SKATEBOARD

M520Q03

Erik môže minúť 120 zedov a chce kúpiť najdrahší skateboard, aký si môže dovoliť za svoje peniaze.

Koľko peňazí si Erik môže dovoliť minúť za každú zo 4 častí?

Svoju odpoveď zapíšte do nasledujúcej tabuľky.

Súčiastky	Suma (zed)
Doska	
Kolieska	
Osi	
Doplňky	

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	47,95	49,64	46,18
OECD priemer % správne	49,78	50,67	48,87

STOLNOTENISOVÝ TURNAJ



Otázka č. 1: STOLNOTENISOVÝ TURNAJ

M521Q01 - 019

Tomáš, Róbert, Braňo a Dávid tvoria športový tím v stolnotenisovom klube. V turnaji sa každý hráč stretne raz s každým. Pre každý zápas rezervovali dva stoly.

Doplňte nasledujúci rozpis zápasov tak, že dopíšete mená hráčov, ktorí odohrali zápas.

	Stôl č. 1	Stôl č. 2
1. kolo	Tomáš – Róbert	Braňo – Dávid
2. kolo	 –	 –
3. kolo	 –	 –

Otázka č. 2: STOLNOTENISOVÝ TURNAJ

M521Q02

Andrej patrí do šesťčlenného športového tímu. Spolu so svojimi priateľmi si rezervovali maximálny počet stolov, aby ich šesťčlenný tím mohol hrať súčasne.

Ak sa každý hráč stretne raz s každým, koľko stolov budú potrebovať? Koľko zápasov odohrajú celkovo? Koľko kôl musia odohrať?

Zapíšte svoje odpovede do nasledujúcej tabuľky.

Počet stolov:
Počet zápasov:
Počet kôl:

Otázka č. 3: STOLNOTENISOVÝ TURNAJ

M521Q03

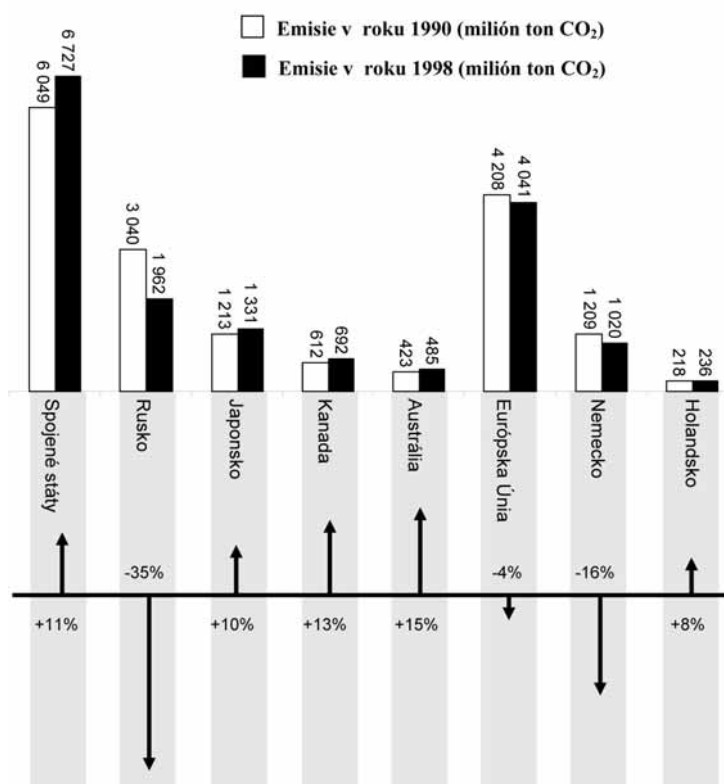
Klubového turnaja sa zúčastnilo šesťnásť osôb. Tenisový klub má k dispozícii veľa stolov. Vypočítajte minimálny počet kôl, ak sa každý účastník turnaja raz stretne s každým.

Odpoveď : kôl.

ZNIŽOVANIE EMISÍ CO₂

Mnohí vedci sa obávajú, že rastúca koncentrácia CO₂ v našej atmosfére vyvoláva určité zmeny podnebia.

Nasledujúci diagram uvádza pre niektoré krajiny a zemepisné oblasti úroveň emisií CO₂ v roku 1990 (svetlé stĺpce), úroveň emisií v roku 1998 (tmavé stĺpce) a vývoj úrovne emisií medzi rokmi 1990 a 1998, vyjadrený v % (šípka doplnená percentami).



Otázka č. 1: ZNIŽOVANIE EMISÍ CO₂

M525Q01 - 0129

Na diagrame môžete vidieť, že zvýšenie emisií CO₂ v rokoch 1990 a 1998 v Spojených štátoch dosiahlo 11 %.

Urobte výpočet, ktorým môžeme prísť k výsledku 11 % .

Otázka č. 2: ZNIŽOVANIE EMISÍ CO₂

M525Q02 - 019

Monika preštudovala diagram a tvrdí, že objavila chybu v percentách zvyšovania emisií: „Zníženie percenta v Nemecku (16 %) je vyššie ako zníženie percenta pre Európsku Úniu (Celá EU: 4 %). To je nemožné, lebo Nemecko je v Európskej Únii.“

Súhlasíte s Monikou, ktorá tvrdí, že je to nemožné? Vysvetlite svoju úvahu.

Otázka č. 3: ZNIŽOVANIE EMISÍ CO₂

M525Q03 - 0129

Monika a Miloš debatovali o tom, v ktorej krajine (alebo zemepisnej oblasti) zaznamenali najväčší nárast emisií CO₂. Na základe analýzy grafu každý z nich dospel k inému záveru.

Uvedte dve možné správne odpovede na túto otázku a zdôvodnite, ako ste dospeli ku každej z týchto odpovedí.

VESMÍRNY LET

Vesmírna stanica *Mir* bola na obežnej dráhe 15 rokov a počas svojho vesmírneho letu obletela Zem 86 500-krát.

Najdlhší pobyt kozmonauta na stanici *Mir* trval asi 680 dní.

Otázka č. 1: VESMÍRNY LET

M543Q01

Približne koľko obbehov okolo Zeme urobil kozmonaut?

- | | |
|---|---------|
| A | 110 |
| B | 1 100 |
| C | 11 000 |
| D | 110 000 |

Otázka č. 2: VESMÍRNY LET

M543Q02

Celková hmotnosť stanice *Mir* bola 143 000 kg. Pri návrate na Zem asi 80 % stanice zhorelo v atmosfére. Zvyšok sa rozpadol na približne 1 500 úlomkov, ktoré spadli do Tichého oceánu.

Aká je priemerná hmotnosť úlomkov, ktoré spadli do Tichého oceánu?

- | | |
|---|--------|
| A | 19 kg |
| B | 76 kg |
| C | 95 kg |
| D | 480 kg |

Otázka č. 3: VESMÍRNY LET

M543Q03 - 0129

Stanica *Mir* obiehala okolo Zeme v nadmorskej výške asi 400 kilometrov. Priemer Zeme je asi 12 700 km a jej obvod asi 40 000 km .

$$(\pi \times 12700)$$

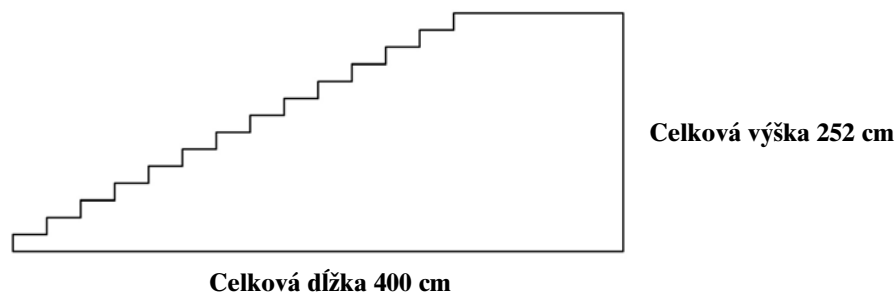
Odhadnite celkovú dráhu, ktorú preletela stanica *Mir* počas 86 500 obbehov okolo Zeme. Zaokrúhlite svoju odpoveď s presnosťou na desiatky miliónov.

SCHODIŠTE

Otázka č. 1: SCHODIŠTE

M547Q01

Nasledujúci obrázok znázorňuje schodište so 14 schodmi a celkovou výškou 252 cm.
Aká je výška každého zo 14 schodov?



Výška schodu: cm.

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	77,57	81,99	72,60
OECD priemer % správne	78,04	79,09	76,99

HRACIE KOCKY

Na obrázku vpravo vidíme dve hracie kocky,
pre ktoré platí nasledujúce pravidlo:

Celkový počet bodiek na dvoch
protiľahlých stenách je vždy sedem.

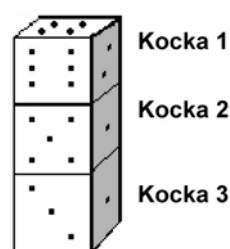


Otázka č. 1: HRACIE KOCKY

M555Q01

Vpravo vidíte tri kocky postavené na seba.
Kocka 1 má navrchu štyri bodky.

Koľko bodiek celkovo je na piatich vodorovných
stenách, ktoré nevidieť (spodok kocky 1, vrch a spodok
kociek 2 a 3)?



Otázka č. 2: HRACIE KOCKY

M555Q02

Na obrázku vpravo vidíme dve hracie kocky.

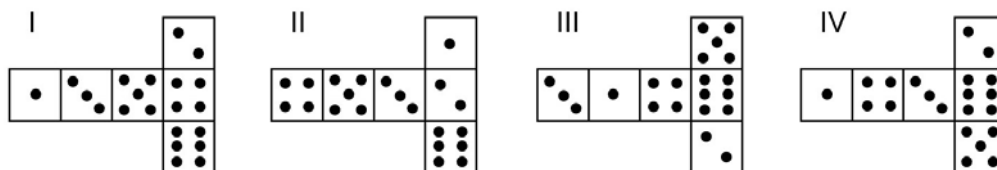
Hracie kocky sú špeciálne kocky,
pre ktoré platí nasledujúce pravidlo:

Celkový počet bodiek na dvoch
protiľahlých stenách je vždy sedem.



Jednoduchú hraciu kocku možno vyrobiť rozrezaním, prehnutím a zlepením kartónu. Toto možno urobiť rôznymi spôsobmi. Na obrázku dole možno vidieť štyri vystrihnuté návrhy, z ktorých možno urobiť kocky s bodkami na stenách.

Ktoré z nasledujúcich návrhov môžu byť poskladané na kocku spĺňajúcu pravidlo, že súčet na dvoch protiľahlých stenách je 7? Pre každý návrh zakrúžkujte v nasledujúcej tabuľke buď „Áno“ alebo „Nie“.



Návrh	Spĺňa pravidlo, že súčet na dvoch protiľahlých stenách je 7?
I	Áno / Nie
II	Áno / Nie
III	Áno / Nie
IV	Áno / Nie

Výsledky:

SK priemer % správne	celkovo	chlapci	dievčatá
	61,64	64,58	58,56
OECD priemer % správne	62,97	63,65	62,30

PODPORA PREZIDENTOVI

Otázka č. 1: PODPORA PREZIDENTOVI

M702Q01 - 0129

V krajine Zedland sa uskutočnili prieskumy verejnej mienky zisťujúce šance kandidáta na prezidenta pre nadchádzajúce voľby. Štyria vydávatelia novín uskutočnili nezávisle celonárodné prieskumy. Výsledky prieskumov štyroch novín boli nasledujúce:

Noviny 1: 36,5 % (prieskum uskutočnený 6. januára na vzorke 500 náhodne vybraných občanov s hlasovacím právom)

Noviny 2: 41,0 % (prieskum uskutočnený 20. januára na vzorke 500 náhodne vybraných občanov s hlasovacím právom)

Noviny 3: 39,0 % (prieskum uskutočnený 20. januára na vzorke 1000 náhodne vybraných občanov s hlasovacím právom)

Noviny 4: 44,5 % (prieskum uskutočnený 20. januára na vzorke 1000 čitateľov, ktorí zatelefonovali do redakcie)

Ktorý z uvedených prieskumov podľa vás najlepšie predpovedá šance kandidáta na prezidenta, ak sa voľby uskutočnia 25. januára? Uvedte dva vysvetľujúce dôvody.

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	24,58	25,57	23,55
OECD priemer % správne	35,66	35,79	35,51

NAJLEPŠIE AUTO

Časopis o autách používa bodovací systém na hodnotenie nových áut a udeľuje titul „Auto roka“ autu s najvyšším celkovým počtom bodov. Hodnotených je teraz päť áut a ich hodnotenia sú uvedené v tabuľke.

Auto	Bezpečnostné vlastnosti (S)	Efektívnosť spotreby paliva (F)	Vonkajší vzhľad (E)	Vnútorne vybavenie (T)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Hodnotenia sú interpretované nasledovne:

3 body = vynikajúce

2 body = dobré

1 bod = prijateľné

Otázka č. 1: NAJLEPŠIE AUTO

M704Q01

Na výpočet celkového počtu bodov pre jedno auto používa časopis o autách nasledujúce pravidlo, ktoré predstavuje súčet jednotlivých bodových ziskov:

$$\text{Celkový počet bodov} = (3 \times S) + F + E + T$$

Vypočítajte celkový počet bodov pre auto Ca. Svoju odpoveď zapíšte na miesto vyznačené bodkami.

Celkový počet bodov pre Ca:

Výsledky:

	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	76,63	77,01	76,24
OECD priemer % správne	72,91	71,33	74,50

Otázka č. 2: NAJLEPŠIE AUTO

M704Q02

Výrobca auta Ca si myslel, že pravidlo pre celkový počet bodov je nespravodlivé. Napíšte nižšie pravidlo pre výpočet celkového počtu bodov tak, aby auto “Ca” bolo víťazom.

Vaše pravidlo by malo zahŕňať všetky štyri premenné a mali by ste uviesť svoje pravidlo tak, že doplníte kladné čísla do štyroch priestorov v nasledujúcej rovnosti.

$$\text{Celkové skóre} = \dots\dots\dots S + \dots\dots\dots F + \dots\dots\dots E + \dots\dots\dots T.$$

Výsledky:

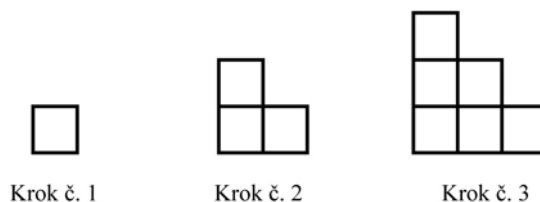
	celkovo	chlapci	dievčatá
SK priemer % správne	21,59	25,87	17,17
OECD priemer % správne	25,42	28,68	22,10

VZORKA SCHODOV

Otázka č. 1: VZORKA SCHODOV

M806Q01

Róbert vytvára vzorku schodov tak, že používa štvorce.



Ako vidíte na obrázku, používa jeden štvorec v Kroku č. 1, tri štvorce v Kroku č. 2 a šesť štvorcov v Kroku č. 3.

Kolko štvorcov bude musieť použiť pri štvrtom kroku?

Odpoveď: štvorcov.

PRÍLOHA B

EXEMPLIFIKAČNÉ ÚLOHY³⁾ zodpovedajúce uvoľneným úlohám štúdie OECD PISA

- **ARITMETIKA**

Prirodzené čísla

M 402 (Q01)

str. 9

1.8 Riešiť všetkých 11 typov jednoduchých slovných úloh – z dvoch častí vytvoriť celok
– zo súčtu odpočítať jedného sčítanca

✧ Základnú školu navštevuje spolu 626 žiakov. Žiakov prvého stupňa je 368. Koľko žiakov navštevuje druhý stupeň základnej školy?

str. 50

1.2 Na základe písaného alebo hovoreného textu správne zapísať číselné výrazy alebo výrazy s premennou a určiť ich hodnotu

✧ Napíš výraz:

číslo o 2 menšie ako x

✧ Urči hodnotu výrazu pre číslo vedené v zátvorke:

$x - 4$ ($x = -5$)

str. 58

2.7 Riešiť slovné úlohy, ktoré vedú k riešeniu lineárnou rovnicou s jednou neznámou alebo sústavou dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi

✧ Ku ktorému číslu mám pripočítať 25, aby som dostal 100?

M 547

str. 10

1.8 Riešiť všetkých 11 typov jednoduchých slovných úloh – z dvoch častí vytvoriť celok
– delenie na rovnaké časti

✧ Majiteľ domu zaplatil 8-člennej skupine murárov za prácu 13 104 korún. Mzdu si rozdelili rovnakým dielom. Koľko si zarobil každý murár?

M 484

str. 9

1.7 Deliť so zvyškom, urobiť skúšku správnosti

✧ Deľ, urči zvyšok, urob skúšku správnosti:

17 : 2	68 : 7	75 : 8
56 : 6	834 : 3	606 : 7

M 520 (Q01)

str. 7

1.3 Porovnávať prirodzené čísla

✧ Porovnaj prirodzené čísla:

- a) 609 a 815
- b) 9 437 a 12 200
- c) 1 011 a 999
- d) 32 117 a 310 117

Desatinné čísla

M 150 (Q01)

str. 14

2.5 Pohotovo riešiť jednoduché príklady na sčítovanie a odčítovanie desatinných čísel spamäti, náročnejšie príklady písomne

✧ Prečítaj a vypočítaj spamäti:

$$23,6 - 2,6$$

Percentá

M 438

str. 34

5.5 Vedieť riešiť primerané slovné úlohy na percentá aj z oblasti finančníctva

✧ Otec zarobil v apríli 5 700 Sk. Z toho má zaplatiť daň vo výške 15 %. Koľko korún má zaplatiť?

Pomer, priama a nepriama úmernosť

M 124 (Q03)

str. 45

6.12 Riešiť úlohy s použitím mierky mapy a plánu

✧ Urči, akú dĺžku bude mať na mape v mierke 1 : 1 000 000 vzdialenosť 50 km.

• ALGEBRA

Výraz a jeho úpravy

M 704 (Q01) a M 124 (Q01)

str. 50

1.2 Na základe písaného alebo hovoreného textu správne zapísať číselné výrazy alebo výrazy s premennou a určiť ich hodnotu

✧ Urči hodnotu výrazu pre čísla uvedené v zátvorke:

$$2(x + y) \quad (x = 2, y = 3)$$

Lineárne rovnice a ich sústavy

M 124 (Q01)

str. 57

2.4 Vedieť riešiť lineárne rovnice s neznámou v menovateli

✧ Rieš rovnice, urči podmienku riešiteľnosti a urob skúšku:

$$\frac{3}{x} = 1$$

Funkcie. Lineárna funkcia

M 704 (Q02)

str. 60

4.3 Poznať význam parametrov v rovnici lineárnej funkcie

✧ Dané sú dvojice lineárnych funkcií rovnicami:

$$y = 2x \quad y = 5x$$

$$y = 3x \quad y = -2x$$

$$y = \frac{1}{2}x \quad y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y = -2 \quad y = -2x - 2$$

Zostroj grafy dvojíc týchto funkcií do jedného obrázku. Vysvetli príčiny rozdielnosti týchto grafov.

• GEOMETRIA

Objem a povrch geometrických telies

M 555

str. 93

10.2 Načrtnúť siete kvádra, kocky, hranola, valca, ihlana a kužeľa

• KOMBINATORIKA, PRAVDEPODOBNOSŤ, ŠTATISTIKA

Kombinatorika

M 510

str. 96

1.2 Vedieť z daného počtu prvkov (menší ako 6) vybrať menší počet prvkov ako je daný počet a tieto vybrané prvky usporiadať. Určiť počet takto vybraných a usporiadaných prvkov.

✧ Koľkými rôznymi spôsobmi možno z 5-členného výboru zvoliť predsedu a tajomníka?

M 520*str. 97*

1.4 Vedieť vypočítať kombinatorické úlohy podľa pravidla súčinu aspoň pomocou názoru

- ✧ Milan má tri rôzne kravaty a štyri rôzne košele. Koľkými rôznymi spôsobmi si môže obliecť košeľu a kravatu?

Pravdepodobnosť

M 509, M 467*str. 97*

2.1 Získať skúsenosti v porovnávaní rôznych udalostí z hľadiska miery ich pravdepodobnosti

- ✧ Zoraď nasledujúce udalosti podľa odhadu miery ich pravdepodobnosti:

Učiteľ matematiky bude dnes skúšať. Učiteľ matematiky nebude dnes v škole. Učiteľ matematiky je dnes v škole, ale nepôjde na hodinu. Učiteľ matematiky bude zastupovať na hodine telesnej výchovy. Učiteľ matematiky dnes bude čítať na vyučovacej hodine noviny.

2.2 Rozoznať isté, možné, ale aj nemožné udalosti

- ✧ Ktoré z týchto udalostí sú isté, možné, neisté a nemožné?

Západ Slnka. Telesná výška žiakov na konci roka bude 182 cm. Priemerná dĺžka života obyvateľov Slovenska na konci tisícročia bude 200 rokov. Výskyt klasifikačnej známky 7 na vysvedčení žiakov. Narodenie trojičiek. Vytekanie vody z prázdneho hrnca. Pri porovnaní polovice a tretiny jablka zistenie, že polovica jablka je menšia ako tretina. Syn je mladší ako otec.

2.3 Vedieť vypočítať relatívnu početnosť určitej udalosti

- ✧ Pri hádzaní hracou kockou zo 60 hodov 9-krát padla jednotka. Vypočítaj, aká je relatívna početnosť udalosti, že „padla jednotka“.
- ✧ Hádzeme dvoma mincami. Zo 40 hodov 23-krát padla hlava. Vypočítaj, aká je relatívna početnosť udalosti „padla hlava“.

2.3 Vedieť vypočítať relatívnu početnosť istej udalosti

Štatistika

M 150, M 179*str. 98 – 99*

3.1 Vedieť zaznamenať a usporiadať údaje získané z praxe

- ✧ Zaznamenajte čo najvhodnejšie výsledky z vašich pozorovaní napríklad z premávky osobných, nákladných, dodávkových áut a bicyklov pred vašim domom alebo pred školou počas 1 hodiny.
- ✧ Zaznamenaj výsledky 50 hodov kockov pomocou sčítacích čiar.

3.2 Vedieť uskutočniť jednoduché štatistické zisťovanie a výsledky zapísať formou tabuľky alebo zaznamenávať stĺpcovým diagramom.

- ✧ Spracuj učebné výsledky žiakov z vašej triedy dosiahnuté z matematiky na konci minulého roka.
- ✧ Zisti výdavky vašej rodiny v jednotlivých dňoch v určitom týždni a znázorni ich stĺpcovým diagramom. Čo môžeš vyčítať z diagramu?

3.3 Čítať tabuľky a grafy a vedieť ich interpretovať v praxi

✧ V obchodnom dome zákazníci nakúpili

Nakúpili	spotrebného tovaru za Sk	potravín za Sk
1. týždeň	8 735 973	12 499
2. týždeň	20 689 750	21 763 840
3. týždeň	18 679 054	19 306 569
4. týždeň	21 650 693	24 759 507

- Zisti, v ktorom týždni v mesiaci bol príjem za predaj spotrebného tovaru najvyšší?
V ktorom týždni najnižší?
- Podobné zistenia urob aj na príjem za predaj potravín.
- Zisti, v ktorom týždni bol rozdiel medzi príjmom za potraviny a spotrebný tovar najvyšší a v ktorom týždni najnižší.

✧ Údaje uvedené v tabuľke znázorni stĺpcovým diagramom.

3.4 Vedieť vypočítať aritmetický priemer

✧ Z tabuľky uvedenej v úlohe 1 požiadavky 3.3 vypočítaj:

- Aká bola priemerná denná tržba v oddelení potravín, ak sa predávalo 6 dní v týždni?
- Aká bola priemerná týždenná tržba zo spotrebného tovaru?
- Koľko percent z celkovej tržby činí najvyšší týždenný príjem zo spotrebného tovaru?
- Koľko percent z celkovej tržby činí najvyšší týždenný príjem z potravín?

PRÍLOHA C

Ukážka časti vzdelávacieho štandardu (návrh) ŠTATISTIKA

Obsah

Štatistický súbor, štatistická jednotka, znak, početnosť javu, výpočet aritmetického priemeru

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

1. Vedieť zaznamenať a usporiadať údaje získané z praxe.

ZÁKLADNÁ ÚROVEŇ:

Zaznamenaj čo najvhodnejšie výsledky z pozorovania premávky osobných, nákladných, dodávkových áut a bicyklov pred školou počas 1 hodiny.

Zdroj: Vzdelávacie štandardy³⁾

STREDNÁ ÚROVEŇ:

Usporiadaj podľa veľkosti maximálne denné teploty namerané počas 1 týždňa dané tabuľkou, urč početnosti javov „maximálna teplota bola n °C“ a zisti, ktorý z nich má najväčšiu početnosť.

deň	Po	Ut	St	Št	Pi	So	Ne
°C	19	21	18	19	18	20	18

NAJVVYŠŠIA ÚROVEŇ:

Tabuľka udáva početnosti známok z písomnej práce. Zisti, či sú dané výroky o výsledkoch písomnej práce pravdivé alebo nepravdivé a svoje tvrdenie odôvodni.

známka	1	2	3	4	5
početnosť	4	12	9	3	2

1. výrok: Jednotiek bolo viac ako päťoriek.
2. výrok: Najviac bolo trojok.
3. výrok: Dvojok bolo toľko ako trojok a štvoriek spolu.
4. výrok: Písomnú prácu písalo 32 žiakov.

2. Vedieť uskutočniť jednoduché štatistické zisťovanie a výsledky zapísať formou tabuľky alebo zaznamenať diagramom.

ZÁKLADNÁ ÚROVEŇ:

Zapíš do tabuľky výšku žiakov vašej triedy a znázorni ju stĺpcovým diagramom.

STREDNÁ ÚROVEŇ:

V tabuľke je informácia o nákupoch v predajni ovocia a zeleniny, ktoré sa uskutočnili v priebehu pol hodiny:

Zákazník	č. 1	č. 2	č. 3	č. 4	č. 5	č. 6	č. 7
jablčka	3 kg	1 kg	2 kg			2 kg	1 kg
banány		1 kg		1 kg			2 kg
pomaranče	1 kg		1 kg	2 kg		3 kg	
hrozno			1 kg		1 kg		2 kg

- a) Zapíšte do tabuľky a znázorníte stĺpcovým diagramom, koľko kg sa predalo z jednotlivých druhov ovocia. Z ktorého druhu sa predalo najviac?
- b) Zapíšte do tabuľky a znázorníte stĺpcovým diagramom, koľko korún zaplatili zákazníci za jednotlivé druhy ovocia, ak:
 - 1 kg jablák stál 20 Sk, 1 kg banánov 30 Sk,
 - 1 kg pomarančov 30 Sk a 1 kg hrozna 40 Sk.

Za ktorý druh ovocia utržili najviac peňazí?

NAJVYŠŠIA ÚROVEŇ:

V stĺpcovom diagrame, ktorý znázorňuje sledovanosť niektorých televíznych staníc, dosahovali jednotlivé stĺpce nasledujúce výšky: 5, 8, 3, 9, 10, 7, 2, 4. Vypočítajte, aký veľký uhol by zodpovedal najsledovanejšej televíznej stanici, keby bol diagram kruhový.

3. Čítať tabuľky a grafy a vedieť ich interpretovať v praxi

ZÁKLADNÁ ÚROVEŇ:

M438Q01 (Vývoz)

STREDNÁ ÚROVEŇ:

M505Q01 (Odpad)

M179Q01 (Lúpeže)

NAJVYŠŠIA ÚROVEŇ:

M513Q01 (Výsledky písomnej práce)

M438Q02 (Vývoz)

4. Vedieť vypočítať aritmetický priemer

ZÁKLADNÁ ÚROVEŇ:

V obchodnom dome zákazníci nakúpili:

Nakúpili	spotrebný tovar za Sk	potraviny za Sk
1. týždeň	8 735 973	12 499
2. týždeň	20 689 750	21 763 840
3. týždeň	18 679 054	19 306 569
4. týždeň	21 650 693	4 759 507

- Aká bola priemerná týždenná tržba zo spotrebného tovaru?
- Aká bola priemerná denná tržba v oddelení potravín, ak sa predávalo šesť dní v týždni?

Zdroj: Vzdelávacie štandardy³

STREDNÁ ÚROVEŇ:

M468Q01 (Testy z prírodopisu)

NAJVYŠŠIA ÚROVEŇ:

Jedného dňa si na hodine telesnej výchovy všetci žiaci odmerali svoju výšku. Priemerná nameraná výška chlapcov bola 150 cm, priemerná výška dievčat 160 cm. Alena bola najvyššia, jej výška bola 180 cm. Zdeno bol najmenší, jeho výška bola 130 cm.

Dvaja žiaci v ten deň chýbali, ale nasledujúci deň už do školy prišli. Ich výška sa odmerala a znova sa vypočítali priemerné výšky, ale ani priemerná výška dievčat, ani priemerná výška chlapcov sa nezmenili.

Ktorý záver je možné vyvodiť na základe uvedených informácií?

- ✓ Títo dvaja žiaci sú dievčatá.
- ✓ Jeden zo žiakov je chlapec, druhý je dievča.
- ✓ Obaja žiaci sú rovnako vysokí.
- ✓ Priemerná výška všetkých žiakov spolu sa nezmenila.
- ✓ Zdeno je stále najmenší.

MATEMATICKÁ GRAMOTNOST

PISA SK
SPRÁVA
2003



ŠTÁTNY PEDAGOGICKÝ ÚSTAV

ISBN 80-85756-88-9



9 788085 756883