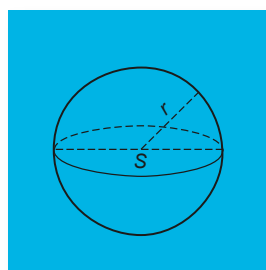
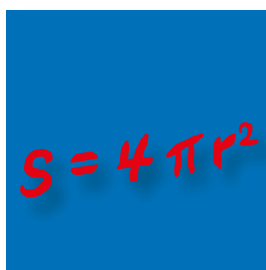
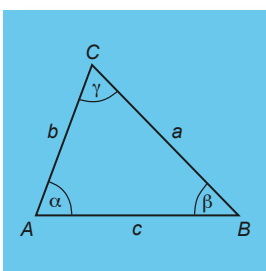
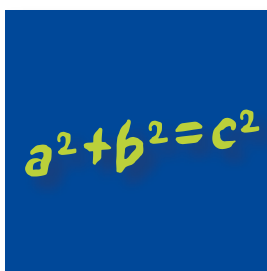
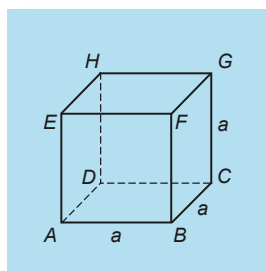
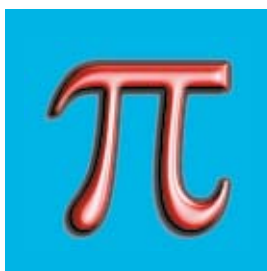


TEMATICKÁ SPRÁVA

PISA 2012

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ



Európska únia
Európsky sociálny fond



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

NÚCEM
NÁRODNÝ ÚSTAV CERTIFIKOVANÝCH
MERANÍ VZDELÁVANIA



Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť/Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ



Európska únia
Európsky sociálny fond



TEMATICKÁ SPRÁVA – PISA 2012 MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ

BRATISLAVA 2015



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

NÚCEM
NÁRODNÝ ÚSTAV CERTIFIKOVANÝCH
MERANÍ VZDELÁVANIA

Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť/Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ

OBSAH

I	MEDZINÁRODNÁ ŠTÚDIA PISA	4
2	RÁMEC MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI PISA 2012	5
2.1	DEFINÍCIA MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI	5
2.1.1	Elektronické testovanie matematickej gramotnosti	6
2.2	MATEMATICKÉ POSTUPY A ZÁKLADNÉ MATEMATICKÉ SCHOPNOSTI	9
2.2.1	Vyjadrenie situácie matematicky	9
2.2.2	Použitie matematických pojmov, faktov, postupov a uvažovania	10
2.2.3	Interpretácia, aplikácia a hodnotenie matematických výsledkov	10
2.2.4	Základné matematické schopnosti používané v matematických postupoch	11
2.3	MATEMATICKÝ OBSAH	13
2.3.1	Zmena, vzťahy a závislosti	13
2.3.2	Priestor a tvar	14
2.3.3	Kvantita	14
2.3.4	Náhodnosť a dáta	15
2.3.5	Tematické okruhy pre testovanie matematickej gramotnosti 15-ročných žiakov	15
2.4	KONTEXT	17
2.4.1	Osobný	17
2.4.2	Pracovný	17
2.4.3	Spoločenský	18
2.4.4	Vedecký	19

2.5 HODNOTENIE MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI	19
2.5.1 Štruktúra hodnotenia matematickej gramotnosti v štúdiu PISA 2012	19
2.5.1.1 Rozloženie testových položiek z hľadiska matematických procesov, obsahu a kontextu	19
2.5.1.2 Škála obťažnosti položiek	20
2.5.1.3 Štruktúra testového nástroja	20
2.5.1.4 Formát testových otázok štúdie PISA 2012	21
2.5.1.5 Matematické nástroje	22
2.5.1.6 Hodnotenie otázok	23
2.5.2 Vedomostné úrovne matematickej gramotnosti	23
2.5.3 Postoje k matematike	25
3 VÝSLEDKY ŠTÚDIE PISA 2012 – MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ	26
3.1 Interpretácia výsledkov	26
3.2 Výsledky medzinárodnej štúdie PISA 2012	28
3.2.1 Dosiahnuté výsledky žiakov	28
3.2.2 Výsledky žiakov z pohľadu vedomostných úrovní	31
3.2.3 Rozdiely v dosiahnutých výsledkoch dievčat a chlapcov	34
3.2.4 Dosiahnuté výsledky v jednotlivých oblastiach matematických postupov	36
3.2.5 Dosiahnuté výsledky v jednotlivých oblastiach matematického obsahu	36
3.2.6 Elektronické testovanie	37
PRÍLOHY – PRÍKLADY UVOĽNENÝCH ÚLOH	39
TABULKY	46
LITERATÚRA A ZDROJE	49

I MEDZINÁRODNÁ ŠTÚDIA PISA

Štúdia PISA (**P**rogramme for **I**nternational **S**tudent **A**ssessment) je jedným z najvýznamnejších medzinárodných projektov v oblasti vzdelávania realizovaných Organizáciou pre hospodársku spoluprácu a rozvoj (OECD). Štúdia zisťuje výsledky vzdelávania z pohľadu tzv. funkčnej gramotnosti 15-ročných žiakov v oblasti matematiky, čítania a prírodných vied. Tým, že PISA testuje schopnosť mladých ľudí využiť svoje vedomosti a zručnosti v reálnych životných situáciách, poskytuje nový pohľad na výkon žiaka. Slovenská republika sa štúdiu OECD PISA zúčastňuje od roku 2003. Zatiaľ posledným vyhodnoteným meraním bol jej piaty cyklus – PISA 2012. Do štúdie sa zapojilo všetkých 34 členských štátov OECD a ďalších 31 partnerských krajín a ekonomík. Zaradenie testovania či už finančnej gramotnosti, alebo elektronického testovania matematickej a čitateľskej gramotnosti a riešenia problémov sa stalo najzásadnejšou inováciou v štúdii PISA 2012.

Výsledky merania poskytujú dôležité informácie pre tvorcov vzdelávacích politík participujúcich krajín nielen z hľadiska výsledkov, ale aj postojov žiakov. Po druhýkrát sa hlavnou testovanou oblasťou stala matematická gramotnosť, čo umožnilo sledovať jej vývoj v čase. Skombinovanie výsledkov hodnotenia matematickej gramotnosti štúdie PISA a zisťovania postojov, názorov a pocitov, ktoré predurčujú žiakov na využívanie ich matematickej gramotnosti, tak poskytuje ucelený obraz.

Publikácia je rozdelená na dve hlavné časti. Zámerom prvej časti je oboznámiť čitateľa s rámcom matematickej gramotnosti, ktorý je teoretickým východiskom celej štúdie. Poskytuje široké spektrum informácií potrebných pre pochopenie základných princípov merania PISA, ako je tvorba testových položiek, zadefinovanie vedomostných úrovní, a zároveň je súčasťou metodológie pre analýzy a interpretáciu výsledkov.

Druhá časť je zameraná na prezentáciu zistení a dosiahnutého výkonu slovenských žiakov v medzinárodnom porovnaní. Obsahuje základné informácie o štatistickom spracovaní údajov, ktoré vychádza z metodológie štúdie, a ktoré je dôležité uvedomiť si pri analýze dát a interpretácii výsledkov.

V prílohách publikácie sa nachádzajú príklady uvoľnených úloh s popisom ich zaradenia do jednotlivých domén, hodnotením, komentármi a tiež niektoré tabuľky údajov dopĺňajúce text publikácie.

2 RÁMEC MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI PISA 2012

2.1 DEFINÍCIA MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

Hodnotenie výsledkov matematickej gramotnosti patrí v štúdii PISA 2012 k najvýznamnejším, pretože bola v tomto cykle štúdie **hlavnou testovanou oblasťou**. Výsledky v matematike boli síce hodnotené aj vo všetkých predchádzajúcich cykloch, ale hlavnou oblasťou bola len v roku 2003.

Návrat matematickej gramotnosti ako hlavnej domény v PISA 2012 poskytuje možnosť **porovnať vývoj výsledkov žiakov v čase** a tiež zistiť, aký vplyv na výsledky majú prípadné zmeny vzdelávacích politík jednotlivých zúčastnených krajín. Zvýšila sa tiež potreba **aktualizovať koncepciu matematickej gramotnosti**, ktorá by umožnila lepšie zobrazit súčasný stav a zároveň zachovať psychometrickú nadväznosť na predchádzajúce testovania.

Nevyhnutnou súčasťou života mladých ľudí v dnešnej modernej spoločnosti je porozumenie matematike. Nárast podielu problémových situácií v ich bežnom, ale aj profesionálnom živote, vyžaduje od žiakov istú úroveň matematických poznatkov, myslenia a porozumenia. Matematika sa tak stáva kľúčovým nástrojom, ktorý potrebujú, ak majú zvládnuť výzvy a problémy v osobnom, profesijnom, spoločenskom, ale i vedeckom živote. Preto je dôležité, aby sme porozumeli tomu, ako efektívne vedia 15-roční žiaci používať matematiku pri riešení problémov.

Základom pre medzinárodné hodnotenie matematickej gramotnosti žiakov v štúdii PISA sa stala otázka: „**Čo je dôležité, aby vedeli a boli schopní ľudia urobiť v situáciách, ktoré súvisia s matematikou?**“ Inými slovami, aké kompetencie v oblasti matematiky majú mať 15-roční žiaci, ktorí plánujú ukončiť svoje vzdelávanie a aké tí, ktorí plánujú pokračovať v štúdiu a ďalej si zvyšovať kvalifikáciu na vysokej škole? Je dôležité si uvedomiť, že matematická gramotnosť vyjadruje schopnosti jednotlivca vyjadriť, používať a interpretovať matematiku v rôznych súvislostiach a nie ju vnímať ako synonymum nízkej úrovne alebo minimálnych vedomostí a zručností žiakov z matematiky.

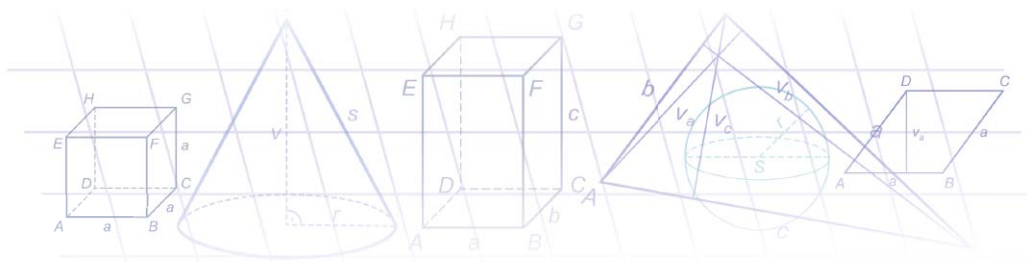
Matematická gramotnosť samozrejme presahuje vekové hranice, avšak pri hodnotení 15-ročných žiakov musíme prihliadať aj na špecifiká viažuce sa k danej vekovej skupine a určit témy, ktoré sú im vekovo, jazykovo aj kontextuálne blízke. Matematická gramotnosť nie je len schopnosť, ktorú niekto má alebo nemá, ale je to aj schopnosť neustále ju zlepšovať.

PISA definuje matematickú gramotnosť nasledovne:

Matematická gramotnosť je schopnosť človeka vyjadriť, použiť a interpretovať matematiku v rôznych súvislostiach. Zahŕňa matematické myslenie, používanie matematických pojmov, postupov, faktov a nástrojov na opis, vysvetlenie alebo predpovedanie javu. Pomáha uvedomiť si, akú úlohu má matematika v reálnom svete a na tomto základe správne posudzovať a rozhodovať sa tak, ako sa to vyžaduje od konštruktívneho, zaangažovaného a rozmyšľajúceho občana.

Keď žiak používa matematiku a jej nástroje pri riešení problémov, prechádza niekoľkými fázami. Obrázok 2.1 predkladá súhrn základných pojmov a ukazuje ich vzájomnú súvislosť pri riešení problémovej situácie z oblasti matematiky.

- Vonkajšie pole ukazuje využívanie matematickej gramotnosti v kontexte úloh a problémov reálneho sveta. Tieto problémy sú charakterizované dvomi spôsobmi. **Kontext** môže byť *osobný* – problémy sa týkajú priamo jednotlivca, jeho rodiny či blízkeho okolia. Problém ale môže vznikať aj v kontexte *spoločnosti* (či už miestny, národný alebo celosvetový), tiež v *profesijnom* kontexte (zameraný na svet práce) alebo *vedeckom* kontexte (aplikácia matematiky vo svete vedy a techniky). Ďalším charakteristickým znakom je zasadenie problému do kategórie **matematického obsahu**, z ktorého vychádza. Sú to základné matematické obsahové okruhy definované pre veľké skupiny javov a pojmov matematiky ako: *Kvantita; Priestor a tvar; Zmena, vzťahy a závislosti; Náhodnosť a dáta*.
- Vnútrorné pole znázorňuje matematické myslenie a konanie jednotlivca. Žiak musí pri riešení úlohy vychádzať z jednotlivých matematických pojmov, vedomostí a zručností. Z nich čerpá, keď predstavuje problém a diskutuje o ňom, navrhuje stratégie riešenia, uvažuje a argumentuje, používa matematické symboly, operácie a nástroje. Riešenie problému vyžaduje od žiaka vyjadrenie a formulovanie problému, následné použitie matematických pojmov a postupov a na záver výslednú interpretáciu a vyhodnotenie.
- Tento postup je znázornený zidealizovaným a zjednodušeným modelom, ktorý žiak používa pri riešení problému spolu s uplatňovaním matematickej gramotnosti. Riešiteľ sa snaží vyjadriť problémovú situáciu pomocou matematiky na základe matematických pojmov, vzťahov a zjednodušených predpokladov. Tým pretransformuje problém z daného kontextu na matematický problém. Šípka dole ukazuje, že riešiteľ musí na získanie matematických výsledkov použiť matematické pojmy, postupy a fakty. Táto fáza zvyčajne vyžaduje použitie matematického uvažovania, úprav, transformácií a výpočtov. Následne je potrebné matematické výsledky interpretovať v kontexte pôvodného problému. V tejto fáze riešiteľ interpretuje, aplikuje a vyhodnocuje matematické výsledky a ich význam v kontexte pôvodného problému. Činnosti *vyjadriť, použiť, interpretovať/vyhodnotiť* sú kľúčovými zložkami matematického modelovania a tiež definície matematickej gramotnosti.



Problémy v kontexte bežného života

Matematický obsah: Kvantita; Priestor a tvar; Zmena, vzťahy a závislosti; Náhodnosť a dáta

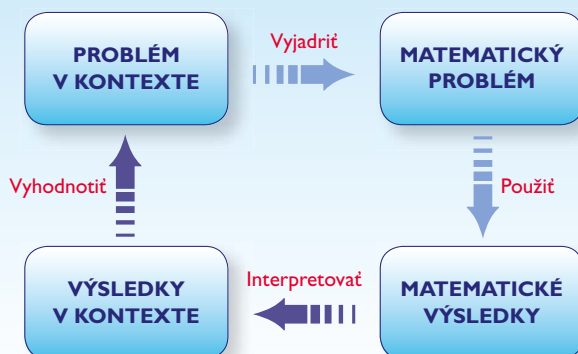
Kontext: Osobný; Spoločenský; Pracovný; Vedecký

Matematické myslenie a činnosti

Matematické pojmy, vedomosti a zručnosti

Základné matematické schopnosti: Komunikácia; Zobrazenie/Reprezentácia; Návrh stratégií; Matematizácia; Uvažovanie a argumentácia; Použitie symbolického, formálneho a technického jazyka a operácií; Použitie matematických nástrojov

Postupy: Vyjadriť/Sformulovať; Použiť; Interpretovať/Vyhodnotiť



Obrázok 2.1 Model matematickej gramotnosti v praxi

Definíciu matematickej gramotnosti je možné analyzovať z troch navzájom súvisiacich hľadísk:

- *matematické postupy*, ktoré popisujú ako jednotlivec prepája reálny kontext s matematickým vyjadrením, a tak rieši problém, a tiež schopnosti nevyhnutné pre uplatnenie týchto postupov;
- *matematický obsah*, do ktorého je zaradená testová položka;
- *kontext/situácia*, do ktorého je umiestnená testová položka.

2.1.1 Elektronické testovanie matematickej gramotnosti

V štúdiu PISA 2012 bolo obsiahnuté aj nepovinné testovanie matematickej gramotnosti prostredníctvom počítačov. Na zaradenie takéhoto typu testovania existovali dva dôvody.

Prvým dôvodom je skutočnosť, že počítače sa v súčasnosti bežne používajú na pracovisku a v každodennom živote. Úroveň kompetencií matematickej gramotnosti v 21. storočí preto obsahuje aj používanie počítača. Počítače v súčasnosti vstupujú do takmer všetkých oblastí života ľudí na celom svete, či už osobného, pracovného, vedeckého alebo spoločenského. Poskytujú nástroje – okrem iného – pre výpočty, zobrazovanie predmetov, vizualizáciu, modifikáciu, skúmanie a experimentovanie s rozsiahlym množstvom matematických objektov, javov a procesov. Definícia matematickej gramotnosti, tak ako je uvedená, uznáva aj dôležitú úlohu počítačových nástrojov na popisovanie, vysvetľovanie a predpovedanie rôznych javov. Slovo „nástroj“ v definícii sa vzťahuje na kalkulačky, počítače, rovnako ako na iné fyzické predmety, ako sú napr. pravítka a uhlomery používané na meranie a pri konštrukčných úlohách.

Druhým dôvodom je, že počítače umožňujú autorom testov širokú škálu možností na vytváranie interaktívnych, autentickejších a zaujímavejších testových položiek. Tieto možnosti obsahujú, napr. návrh nových formátov otázok (napr. posúvať predmety myšou), predložiť žiakom reálne dáta (napr. veľké dátové súbory, ktoré sa dajú rôzne triediť), používať farbu a grafiku tak, aby sa stalo testovanie pútavejším.

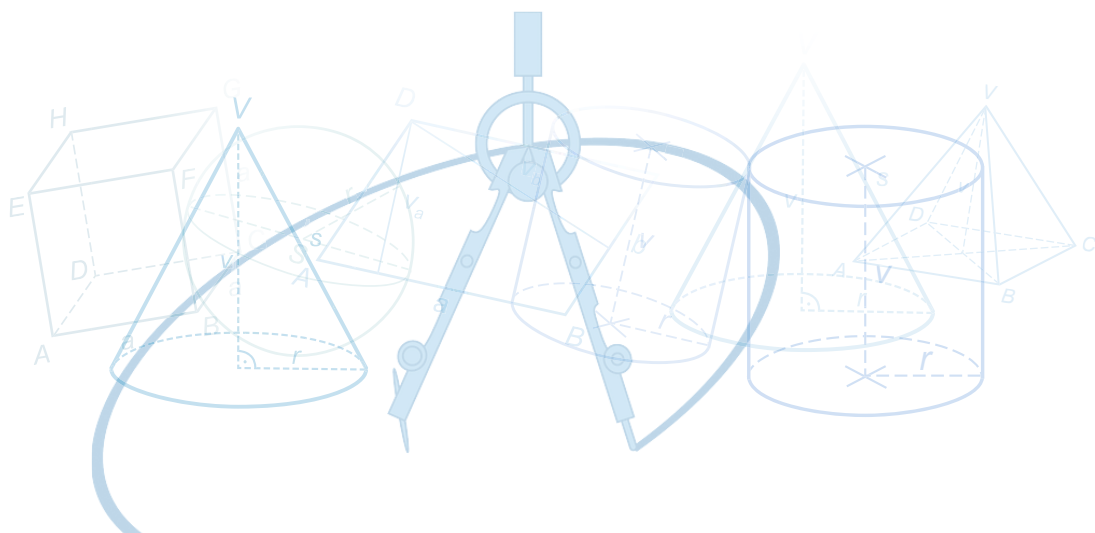
Špeciálne navrhnuté testové položky

Testované matematické kompetencie: Patria sem všetky aspekty matematickej gramotnosti aplikovateľné v akomkoľvek prostredí, nie iba v elektronickom. Sú testované v každej položke elektronického testovania.

Kompetencie pokrývajúce aspekty matematiky a IKT: Tieto kompetencie vyžadujú zručnosti riešiť úlohy z matematiky prostredníctvom počítača alebo iného prenosného zariadenia. Sú testované v niektorých – ale nie všetkých – položkách elektronického testovania. Testovanie prostredníctvom počítača môže zahŕňať hodnotenie nasledujúcich kompetencií:

- vytváranie grafov z údajov, vrátane údajov v tabuľkách, (napr. kruhový, stĺpcový a čiarový graf) použitím jednoduchých „sprievodcov“;
- vytváranie grafov funkcií a používanie grafov na zodpovedanie otázok o funkciách;
- plánovanie vhodných stratégií na triedenie informácií a ich následné triedenie;
- používanie klasických vreckových kalkulačiek alebo kalkulačiek zobrazených na monitore;
- používanie virtuálnych nástrojov ako sú pravítka alebo uhlomery na obrazovke monitora;
- úpravy obrázkov prostredníctvom dialógového okna alebo myši, napr. otáčanie, zobrazovanie alebo posúvanie.

IKT zručnosti: Tak ako papierové testovanie predpokladá isté základné zručnosti s prácou s tlačnými materiálmi, tak aj elektronické testovanie stojí na základných zručnostiach spojených s používaním počítača. Patria sem znalosti ovládania hardvéru (napr. klávesnica, myš) a základných konvencií (napr. šípky – posun vpred, stlačenie špecifických tlačidiel – vykonanie príkazov). Zámerom je, aby v každej položke testovania boli takéto zručnosti vyžadované len v minimálnej miere.



2.2 MATEMATICKÉ POSTUPY A ZÁKLADNÉ MATEMATICKÉ SCHOPNOSTI¹

Definícia matematickej gramotnosti hovorí o schopnosti človeka pomocou matematiky *vyjadriť, používať a interpretovať* daný problém. Tieto tri slová tvoria základ pre usporiadanie matematických postupov, ktoré popisujú čo sa deje, keď riešiteľ prepája kontext zadania otázky s matematikou a tým ho rieši.

Kategórie popisujúce základné matematické postupy sú definované nasledovne:

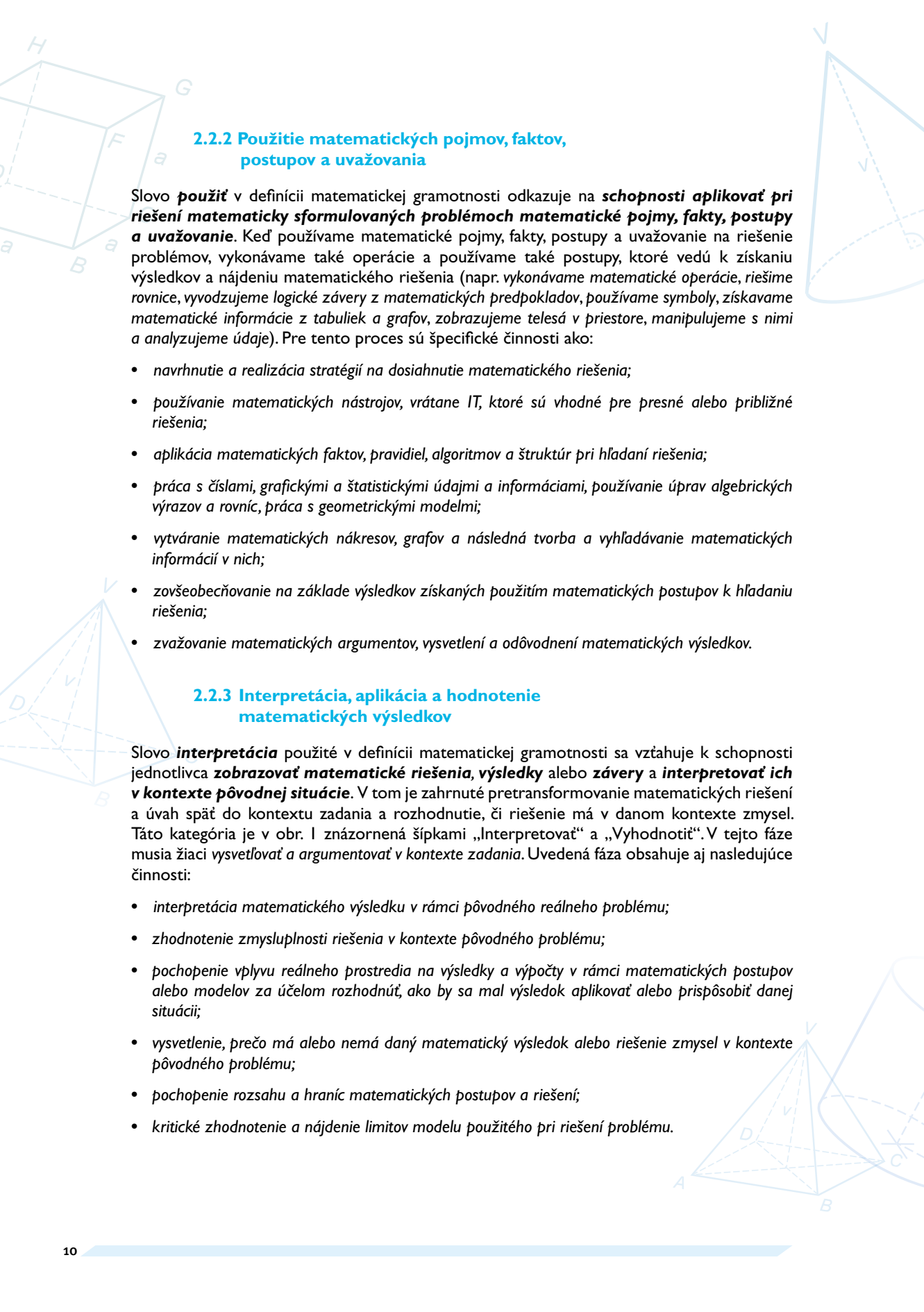
- vyjadriť/sformulovať situáciu pomocou matematiky
- používať matematické pojmy, fakty, postupy a uvažovanie
- interpretovať, aplikovať a hodnotiť matematické výsledky

2.2.1 Vyjadrenie situácie matematicky

Slovo **vyjadriť** v definícii matematickej gramotnosti poukazuje na schopnosti jednotlivcov **rozpoznať a identifikovať možnosti použitia matematiky** v problémovej situácii a **následne ju vyjadriť pomocou matematiky**. Žiak sa rozhoduje, aké matematické pojmy a postupy potrebuje k analýze, sformulovaniu a riešeniu úlohy. Transformuje ju z reálneho kontextu do oblasti matematiky a dáva úlohe matematickú štruktúru, zvažuje podmienky riešenia a predpoklady úlohy. Tento proces obsahuje nasledujúce činnosti:

- *identifikovanie matematických aspektov problému umiestneného v reálnom kontexte a určenie významných premenných;*
- *rozpoznanie matematickej štruktúry (vrátane zákonitostí, vzťahov a závislostí) problémov a situácií;*
- *zjednodušenie situácie alebo problému tak, aby ho bolo možné matematicky analyzovať;*
- *určenie podmienok riešenia a predpokladov nutných pre matematické modelovanie a zjednodušenie daného problému;*
- *matematické znázornenie situácie použitím vhodných premenných, symbolov, diagramov a štandardných modelov;*
- *vyjadrenie situácie iným spôsobom, vrátane jeho usporiadania, na základe matematických pojmov a určenie príslušných predpokladov;*
- *pochopenie a vysvetlenie vzťahu medzi pôvodným problémom a problémom vyjadreným symbolickým a formálnym jazykom potrebným na jeho vyjadrenie pomocou matematiky;*
- *transformovanie problému do jazyka matematiky;*
- *určiť, ktoré stránky problémovej situácie zodpovedajú známym matematickým pojmom, faktom alebo postupom;*
- *použitie informačnej techniky (kalkulačka, tabuľkový procesor, procesor pre tvorbu grafov) na znázornenie matematických vzťahov ukrytých v danom probléme.*

¹ V prílohe uvádzame príklad uvoľnenej úlohy s opisom zámeru otázky, jej obťažnosti a zaradením do jednotlivých kategórií matematických postupov, obsahu a kontextu.



2.2.2 Použitie matematických pojmov, faktov, postupov a uvažovania

Slovo **použiť** v definícii matematickej gramotnosti odkazuje na **schopnosti aplikovať pri riešení matematicky sformulovaných problémoch matematické pojmy, fakty, postupy a uvažovanie**. Keď používame matematické pojmy, fakty, postupy a uvažovanie na riešenie problémov, vykonávame také operácie a používame také postupy, ktoré vedú k získaniu výsledkov a nájdeniu matematického riešenia (napr. vykonávame matematické operácie, riešime rovnice, vyvodzujeme logické závery z matematických predpokladov, používame symboly, získavame matematické informácie z tabuliek a grafov, zobrazujeme telesá v priestore, manipulujeme s nimi a analyzujeme údaje). Pre tento proces sú špecifické činnosti ako:

- navrhnutie a realizácia stratégií na dosiahnutie matematického riešenia;
- používanie matematických nástrojov, vrátane IT, ktoré sú vhodné pre presné alebo približné riešenia;
- aplikácia matematických faktov, pravidiel, algoritmov a štruktúr pri hľadaní riešenia;
- práca s číslami, grafickými a štatistickými údajmi a informáciami, používanie úprav algebrických výrazov a rovníc, práca s geometrickými modelmi;
- vytváranie matematických nákresov, grafov a následná tvorba a vyhľadávanie matematických informácií v nich;
- zovšeobecňovanie na základe výsledkov získaných použitím matematických postupov k hľadaniu riešenia;
- zvažovanie matematických argumentov, vysvetlení a odôvodnení matematických výsledkov.

2.2.3 Interpretácia, aplikácia a hodnotenie matematických výsledkov

Slovo **interpretácia** použité v definícii matematickej gramotnosti sa vzťahuje k schopnosti jednotlivca **zobrazovať matematické riešenia, výsledky alebo závery a interpretovať ich v kontexte pôvodnej situácie**. V tom je zahrnuté pretransformovanie matematických riešení a úvah späť do kontextu zadania a rozhodnutie, či riešenie má v danom kontexte zmysel. Táto kategória je v obr. 1 znázornená šípkami „Interpretovať“ a „Vyhodnotiť“. V tejto fáze musia žiaci vysvetľovať a argumentovať v kontexte zadania. Uvedená fáza obsahuje aj nasledujúce činnosti:

- interpretácia matematického výsledku v rámci pôvodného reálneho problému;
- zhodnotenie zmysluplnosti riešenia v kontexte pôvodného problému;
- pochopenie vplyvu reálneho prostredia na výsledky a výpočty v rámci matematických postupov alebo modelov za účelom rozhodnúť, ako by sa mal výsledok aplikovať alebo prispôbiť danej situácii;
- vysvetlenie, prečo má alebo nemá daný matematický výsledok alebo riešenie zmysel v kontexte pôvodného problému;
- pochopenie rozsahu a hraníc matematických postupov a riešení;
- kritické zhodnotenie a nájdenie limitov modelu použitého pri riešení problému.

2.2.4 Základné matematické schopnosti používané v matematických postupoch

Dlhoročné skúsenosti s tvorbou testových položiek štúdie PISA – spolu s analýzou spôsobov ako na tieto položky reagujú žiaci – poukazuje na fakt, že pre každý z uvedených matematických postupov a tiež pre matematickú gramotnosť samotnú, je základom súbor fundamentálnych matematických schopností.

Komunikácia: ak chceme porozumieť problému, musíme si ho ozrejmiť, sformulovať a objasniť ho. Následne v procese riešenia zhrnúť a prezentovať dosiahnuté výsledky. Po vyriešení problému je dôležité prezentovať výsledky ostatným, vysvetliť ich a zdôvodniť riešenie.

Matematizácia: obsahuje transformovanie problému z reálneho prostredia do čisto matematickej podoby prostredníctvom základných matematických úkonov, interpretáciu či vyhodnotenie výstupov alebo matematických modelov v kontexte pôvodného problému.

Zobrazenie/Reprezentácia: patrí sem výber vhodného zobrazenia, interpretácia, prevádzanie z jednej formy zobrazenia na inú. Zobrazenie je možné prostredníctvom grafov, tabuliek schém, obrázkov, náčrtov, rovníc, vzorcov a modelov.

Uvažovanie a argumentácia: je schopnosť, ktorá sa využíva pri rôznych matematických činnostiach a aktivitách spojených s matematickou gramotnosťou. Táto schopnosť obsahuje logické myšlienkové procesy, ktoré skúmajú a prepájajú rôzne prvky problému tak, aby sme z nich mohli vyvodiť závery, skontrolovať vysvetlenia alebo odôvodniť výroky alebo riešenia problémov.

Navrhnutie stratégií riešenia problémov: riešenie vyžaduje množstvo kritických kontrolných procesov, vďaka ktorým identifikujeme, sformulujeme a vyriešime problém. Táto schopnosť je charakterizovaná ako výber alebo návrh plánu alebo stratégie, ktorá nám umožní riešiť problém v danom kontexte, rovnako ako aj kontrolovať postup riešenia. Táto matematická schopnosť môže byť požadovaná na ktorejkoľvek úrovni v procese riešenia úlohy.

Použitie symbolického, formálneho a technického jazyka a operácií: zahŕňa pochopenie, interpretáciu, úpravy a používanie symbolických výrazov v matematickom kontexte (vrátane aritmetických výrazov a operácií), ktoré sa riadi matematickými konvenciami a pravidlami. Patrí sem aj pochopenie a používanie rôznych formálnych konštruktov vyplývajúcich z definícií, pravidiel a formálnych zápisov a tiež používanie algoritmov s týmito prvkami. Symboly, pravidlá a zápisy sa odlišujú v závislosti od vedomostí konkrétneho matematického obsahu, ktorý budeme potrebovať na sformulovanie, vyriešenie a interpretáciu v danej úlohe.

Použitie matematických nástrojov: medzi matematické nástroje patria či už fyzické nástroje, ako sú jednotlivé nástroje na meranie, ale aj kalkulačky a stále viac dostupné počítačové nástroje. Táto schopnosť sa skladá tak zo schopnosti a zručnosti používať rôzne druhy týchto nástrojov, ako aj z poznania ich obmedzení. Matematické nástroje môžu zohrávať významnú úlohu aj pri zverejňovaní výsledkov. V predchádzajúcich cykloch štúdie PISA (papierové testovanie) bolo možné nástroje využívať len v obmedzenej miere. Nepovinné testovanie matematickej gramotnosti prostredníctvom počítačov otvára viac možností využitia matematických nástrojov žiakmi a umožní zároveň sledovať, ako žiaci tieto nástroje využívali počas testovania.

Všetky uvedené matematické schopnosti sa v rôznej miere uplatňujú vo všetkých troch kategóriách matematických postupov. Uplatňovanie jednotlivých matematických schopností má vplyv aj na obťažnosť jednotlivých testových položiek. Vzťah medzi matematickými postupmi a základnými matematickými schopnosťami je uvedený v Tabuľke 2.1.

Tabuľka 2.1 Vzťah medzi matematickými postupmi a základnými matematickými schopnosťami

	Vyjadrenie situácie matematicky	Použitie matematických pojmov, faktov, postupov a uvažovania	Interpretácia, aplikácia a hodnotenie matematických výsledkov
Komunikácia	čítanie, porozumenie výrokom, otázkam, úlohám, predmetom, obrázkom, animáciám (v počítačovom testovaní) s cieľom vytvoriť mentálny model situácie	sformulovanie riešenia, uvedenie postupu vedúceho k riešeniu úlohy alebo zhrnutie a prezentácia priebežných matematických výsledkov	vytvorenie a prezentácia vysvetlení a argumentov v kontexte daného problému
Matematizácia	nájdenie základných matematických premenných a štruktúr v reálnom probléme a vytvorenie predpokladov, ktoré môžu byť použité	využitie porozumenia kontextu k usmerneniu alebo urýchleniu procesu matematického riešenia (napr. presnosť riešenia daná kontextom)	porozumenie platnosti a obmedzeniam matematického riešenia v súvislosti so zvoleným matematickým modelom
Zobrazenie/ Reprezentácia	matematické vyjadrenie informácií z reálneho sveta	porozumieť súvislostiam a prepojeniam rôznych foriem zobrazení problému	interpretácia matematických výsledkov v rôznych formách v závislosti na konkrétnej situácii alebo použití; porovnanie a zhodnotenie dvoch alebo viacerých foriem zobrazení vzťahujúcich sa na danú situáciu
Uvažovanie a argumentácia	vysvetlenie, obhájenie alebo zdôvodnenie nájdeného alebo vytvoreného zobrazenia problému z reálneho sveta	vysvetlenie, obhájenie alebo zdôvodnenie postupov a procedúr použitých pri hľadaní matematického výsledku alebo riešenia; prepojiť čiastočné informácie pri hľadaní matematického riešenia, zovšeobecnenie alebo vytvorenie viackrokovej argumentácie	vyjadrovať matematické riešenie, tvorba vysvetlení a argumentov, ktoré podporujú, vyvracajú alebo ohraničujú matematické riešenie v kontexte daného problému
Navrhnutie stratégií riešenia problémov	vytvorenie alebo navrhnutie plánu alebo stratégie, ktorá zasadí problém do matematického rámca	aktivovať efektívne a trvalé kontrolné mechanizmy vo viackrokových postupoch, ktoré vedú k matematickému riešeniu, záveru alebo zovšeobecneniu	navrhnuť a implementovať stratégiu za účelom interpretácie, zhodnotenia a overenia matematického riešenia v kontexte daného problému
Použitie symbolického, formálneho a technického jazyka a operácií	použitie vhodných premenných, symbolov, diagramov a štandardných modelov za účelom zobraziť reálny problém použitím symbolického/formálneho jazyka	porozumieť a využiť formálny konštrukt založený na definíciách, pravidlách a formálnych zápisoch ako aj na využívanie algoritmov	porozumieť vzťahu medzi kontextom úlohy a reprezentáciou matematického riešenia; využitie tohto porozumenia napomáha interpretovať riešenie v danom kontexte a vyhodnotiť jeho realizovateľnosť a možné obmedzenia riešenia.
Použitie matematických nástrojov	použitie matematických nástrojov za účelom rozpoznania matematických štruktúr alebo zobrazenia matematických vzťahov	poznať a vedieť vhodne použiť viaceré nástroje, ktoré môžu napomáhať pri implementovaní procesov a postupov matematických riešení	používanie matematických nástrojov na zistenie zmysluplnosti matematického riešenia a obmedzení takéhoto riešenia v kontexte daného problému

2.3 MATEMATICKÝ OBSAH

Členenie kategórií matematického obsahu je v štúdií PISA 2012 použité tak, aby spĺňalo podmienky historického vývoja, pokrývalo celú oblasť matematiky a odzrkadľovalo hlavné témy školského kurikula. Nižšie uvedené štyri kategórie charakterizujú kľúčový obsah z hľadiska matematiky a ilustrujú široké oblasti obsahu, z ktorých vychádzali autori testových položiek.

- zmena, vzťahy a závislosti
- priestor a tvar
- kvantita
- náhodnosť a dáta

Prostredníctvom týchto štyroch okruhov je možné usporiadať oblasť matematiky tak, aby **testové položky boli rozložené rovnomerne pozdĺž celej domény matematickej gramotnosti a zároveň obsahovali všetky dôležité matematické javy**. Rozdelenie na uvedené kategórie matematického obsahu je dôležité nielen pre tvorbu testových položiek. Je dôležité uvedomiť si, že niektoré otázky pokrývajú aj viac ako jednu obsahovú oblasť. Prepojenia medzi jednotlivými obsahovými oblasťami prispievajú ku konzistencii matematiky ako vednej disciplíny a sú zjavné v hodnotení niektorých položiek vybraných do testovania štúdie PISA.

Široko koncipované okruhy matematického obsahu a špecifickejšie vymedzené obsahové tematické celky pre 15-ročných žiakov odzrkadľujú úroveň a šírku obsahu, ktorý je vhodný na zapracovanie do štúdie PISA.

2.3.1 Zmena, vzťahy a závislosti

Vo svete existuje medzi predmetmi a okolnosťami veľké množstvo dočasných aj trvalých vzťahov, pričom zmeny môžu nastať či už v systéme vzájomne súvisiacich objektov, alebo v podmienkach, kedy sa tieto objekty navzájom ovplyvňujú. Niektoré z týchto situácií zahŕňajú nespojitú zmenu, niektoré sa menia priebežne a naopak, niektoré vzťahy sú stabilné a nemenné. Vyššia úroveň gramotnosti v oblasti zmien, vzťahov a závislostí zahŕňa pochopenie základných typov zmien a tiež porozumenie ich vzniku s cieľom použiť vhodné matematické modely na ich opísanie a predpovedanie. Matematicky to znamená nielen *modelovanie zmeny a vzťahov pomocou vhodných funkcií a rovníc*, ale aj *vytvorenie, interpretáciu a prevod dát medzi symbolickým a grafickým znázornením týchto vzťahov*.

Oblasť zmeny, vzťahov a závislostí sa prejavuje v takých rozdielnych kontextoch, ako je rast organizmov, ročné obdobia, modely počasia, zamestnanosť a ekonomické podmienky. Zmenu môžeme **opísať, modelovať a interpretovať pomocou** aspektov tradičného matematického obsahu ako sú **funkcie a algebra**, vrátane **algebraických výrazov, rovníc a nerovníc, tabuľkových a grafických znázornení**.

Elektronické testovanie matematickej gramotnosti prostredníctvom počítačov umožňuje, aby boli žiakom predložené *dynamické obrázky a dynamicky prepojené prezentácie* riešeného problému, a tiež dáva žiakom možnosť *manipulácie s funkciami*. Napríklad časová zmena (rast,



pohyb) môže byť priamo prevedená do animácie alebo simulácie a môže byť znázornená prostredníctvom prepojených funkcií, grafov a tabuliek údajov. Hľadanie a používanie *matematických modelov* môže obohatiť aj *popisovanie* a *skúmanie zmeny prostredníctvom softvéru*, ktorý umožňuje *vykresľovanie grafov funkcií*, *zmenu parametrov*, *vytváranie tabuliek hodnôt*, *experimentovanie s geometrickými útvarmi*, *usporiadanie* a *zakreslenie údajov* a *dosádzanie do vzorcov*. Obzvlášť dôležité pre zakresľovanie dát do grafov a tabuliek sú tabuľkové a grafické editory.

2.3.2 Priestor a tvar

Oblasť **priestor a tvar** obsahuje celú škálu javov a objektov, s ktorými sa stretávame dennodenne: **schémy**, **vlastnosti** predmetov, **umiestnenie** a **orientácia**, **znázornenie** predmetov, **kódovanie** a **dekódovanie vizuálnych** informácií, **navigácia** a **dynamická interakcia** s reálnymi útvarmi rovnako ako s ich **zobrazovacími**. Základ oblasti priestor a tvar tvorí **geometria**. Zároveň prekonáva hranice či už tradičného obsahu geometrie, významov a metód a využíva aj prvky iných oblastí matematiky, ako napr. priestorová predstavivosť, meranie a algebra. Hlavnú úlohu hrajú tak *vzorček na výpočet*, ako aj *manipulácia s útvarmi* a ich *zobrazenie* v danom prostredí, ktoré vyžaduje využívanie nástrojov ako sú softvér dynamickej geometrie alebo Globálny lokalizačný systém (GPS).

Koncepcný rámec PISA predpokladá, že pre matematickú gramotnosť v tejto oblasti je dôležité tak porozumenie hlavným pojmom, ako aj zručnosti. Matematická gramotnosť v oblasti priestor a tvar zahŕňa rozsah aktivít ako sú: **pochopenie perspektívy** (napr. na obrazoch); **tvorba** a **čítanie máp**; **geometrické transformácie** predmetov, či už s použitím techniky, alebo bez nej; **interpretácia zobrazených trojrozmerných obrazov** z rôznych uhlov pohľadu a **konštrukcia útvarov**.

Elektronické testovanie umožňuje žiakom *dynamicky manipulovať* so *zobrazovacími* útvarov a *skúmať vzťahy* vnútri útvarov, ako aj medzi nimi, v *trojrozmernom priestore*. Objekty môžu byť otáčané, a tak si môžu žiaci o nich vytvoriť jasnú predstavu. Môžu pracovať s *mapami*, *zväčšovať* a *otáčať* ich a na tomto základe si vytvoriť predstavu o konkrétnom mieste a následne použiť tieto nástroje na naplánovanie trasy. Môžu si vyberať a používať *virtuálne nástroje na meranie* (napr. uhlov, úsečiek) na plánoch, obrázkoch a modeloch a následne údaje použiť vo výpočtoch. Technika pomáha žiakom spájať vedomosti z geometrie s vizuálnymi informáciami a vytvárať si tak presnejšiu predstavu o danom modeli. Aby sa napríklad dal určiť objem šálky, žiak môže manipulovať s obrázkom, a tak určiť, že sa jedná o zrezaný kužeľ. Nájde miesto, kde má odmerať jeho výšku, následne ju odmeria a uvedomí si, že podstavy (dolná a horná), ktoré v dvojrozmernom zobrazení vyzerajú ako elipsy, sú v skutočnosti v trojrozmernom priestore kruhy.

2.3.3 Kvantita

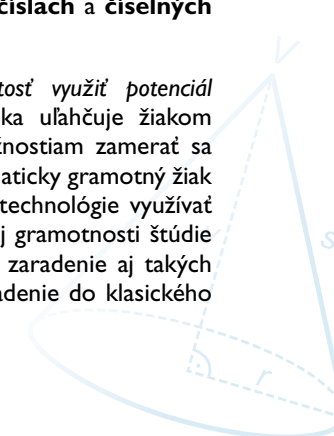


Oblasť **kvantita** je základným a najrozšírenejším matematickým aspektom pochopenia nášho sveta a jeho fungovania. Obsahuje kvantifikáciu vlastností objektov, vzťahov a situácií vo svete, pochopenie rôznych znázornení týchto kvantifikácií a posudzovanie interpretácií a argumentov založených na kvantite. Pochopiť kvantifikáciu sveta si vyžaduje **porozumieť meraniam**, **počtom**, **veľkosti**, **jednotkám**, **indikátorom**, **relatívnej veľkosti**, **číselným trendom** a **radom**. Aspekty kvantitatívneho uvažovania ako sú: **chápanie čísel**, **rôzne formy zobrazovania čísel**, „**elegancia**“ vo **výpočtoch**, **počítanie spamäti**, **odhad** a **posúdenie**, či má daný **výsledok zmysel** – sú v tejto oblasti základom matematickej gramotnosti.



Kvantifikácia je základnou metódou na opísanie a meranie veľkých súborov nášho sveta. Umožňuje nám *modelovať situácie, skúmať zmeny a vzťahy, popisovať priestor a útvary a manipulovať s nimi, organizovať a interpretovať údaje, merať a vyhodnocovať náhodnosť*. Matematická gramotnosť v kategórii kvantita vyžaduje **vedomosti o číslach a číselných operáciách** v širokej škále rôznych situácií.

Testovanie prostredníctvom počítačov poskytuje žiakom *príležitosť využiť potenciál moderných technológií*. Je dôležité si uvedomiť, že výpočtová technika uľahčuje žiakom vykonávať náročné výpočty a dáva tak priestor ich kognitívnym možnostiam zamerať sa na význam a stratégiu riešenia problému. To ale neznamená, že by matematicky gramotný žiak nemusel rozumieť matematike. Ak žiak nerozumie matematike, môže technológie využívať len na rutinné výpočty, čo sa však nezhoduje s definíciou matematickej gramotnosti štúdie PISA 2012. Používanie technológií v počítačovom testovaní umožňuje zaradenie aj takých otázok, ktoré majú náročné numerické a štatistické výpočty a ich zaradenie do klasického papierového testovania by nebolo možné.



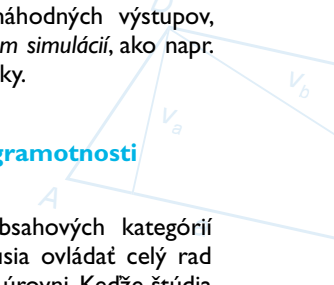
2.3.4 Náhodnosť a dáta

Neurčitost sa vyskytuje vo vede, technike, v každodennom živote a tvorí preto jadro matematickej analýzy mnohých problémových situácií. Na ich skúmanie a vysvetlenie vznikla **teória pravdepodobnosti a štatistiky** spolu so spôsobmi **reprezentácie a zapisovania dát**. Zahŕňa tiež uvedenie si úlohy **variability**, zmyslu pre **jej číselné vyjadrenie, porozumenie vplyvu náhodnosti a chyby merania**. Obsahuje tiež formovanie, interpretáciu a hodnotenie záverov vyplývajúcich zo situácií založených na náhodnosti. Kľúčovými pojmami pre túto kategóriu sú tak **zobrazovanie a interpretácia údajov**.

S neurčitostou sa stretávame vo vedeckých hypotézach, predpovediach počasia, volebných prieskumoch aj ekonomických modeloch. Variabilita sa vyskytuje aj vo výrobných procesoch, výsledkoch testov, zisteniach prieskumov. Náhoda je nevyhnutnou súčasťou mnohých voľnočasových aktivít jednotlivcov. Tradičné tematické celky ako *pravdepodobnosť a štatistika* poskytujú *formálne prostriedky pre zápis, modelovanie a interpretáciu určitej skupiny javov náhodnosti* a tiež na *tvorbu záverov*. Niektoré poznatky o číslach a oblastiach algebry, ako sú napr. *grafy* a používanie *symbolického zobrazenia*, prispievajú k schopnosti riešiť problémy z tejto obsahovej oblasti.

Nepovinné **elektronické testovanie** matematickej gramotnosti umožňuje žiakom pracovať s *väčšími súbormi dát* a ponúka im *väčší potenciál a kapacitu pri výpočtoch* potrebných na prácu s nimi. Žiaci majú možnosť zvoliť si vhodné nástroje na prácu, analýzu a zobrazenie dát, a tiež na výber vzorky z daného súboru. Navzájom *prepojené reprezentácie dát* žiakom umožňujú skúmať a zapisovať ich rôznym spôsobom. Možnosť generovania náhodných výstupov, vrátane čísel, umožňuje *skúmať pravdepodobnostné situácie prostredníctvom simulácií*, ako napr. pravdepodobnosť založenú na pozorovaní udalostí alebo vlastnosti vzorky.

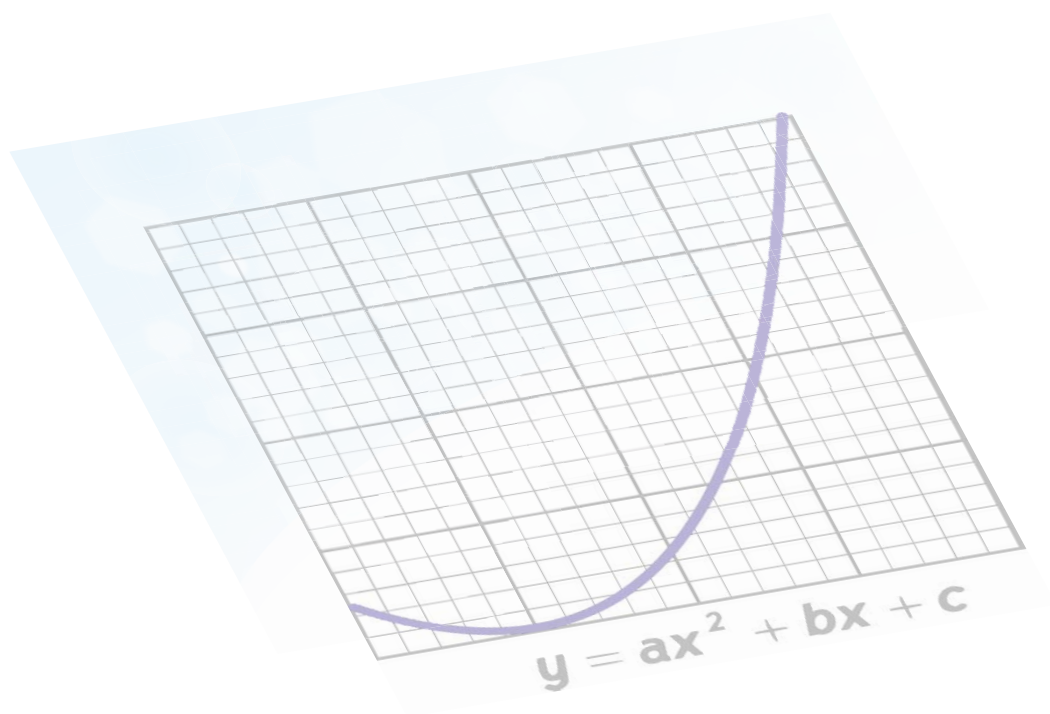
2.3.5 Tematické okruhy pre testovanie matematickej gramotnosti 15-ročných žiakov



Aby žiaci dobre rozumeli a dokázali riešiť úlohy zaradené do obsahových kategórií *zmena, vzťahy a závislosti; priestor a tvar; kvantita; náhodnosť a dáta* musia ovládať celý rad matematických pojmov, postupov, faktov a nástrojov na zodpovedajúcej úrovni. Keďže štúdia PISA nie je primárne zameraná na hodnotenie prostredníctvom matematického kurikula, snaží sa reflektovať matematiku, ktorú sa žiaci veľmi pravdepodobne učia pred dosiahnutím 15. roku života.

Základom pre stanovenie **rozsahu obsahu** štúdie PISA sa stali všetky štyri obsahové kategórie. Nižšie uvedené **príklady tematických celkov** neodrážajú celú škálu tém zaradených do testovania matematickej gramotnosti. Mnohé pojmy sa nedajú vždy jednoznačne zaradiť do konkrétnej kategórie a mnohé z nich sa vyskytujú vo všetkých štyroch oblastiach.

- Funkcie
- Algebraické výrazy
- Rovnice a nerovnice
- Súradnicové sústavy
- Vzťahy vo vnútri a medzi geometrickými útvarmi a telesami
- Meranie
- Čísla a jednotky
- Matematické operácie
- Percentá, pomer a úmernosť
- Kombinatorika
- Odhad
- Zber údajov, ich zobrazenie a interpretácia
- Variabilita údajov a ich popis
- Vzorka a jej výber
- Pravdepodobnosť



2.4 KONTEXT

Dôležitým aspektom matematickej gramotnosti je, že prostredníctvom matematiky sa riešia problémy z reálneho sveta. Voľba vhodných matematických stratégií a zobrazení často závisí od kontextu, z ktorého úloha vychádza. Schopnosť pracovať v danom kontexte kladie väčšie požiadavky na jeho riešenie. Štúdia PISA používa širokú škálu kontextov. To ponúka možnosť vzájomného prepojenia úloh s rozsiahlym okruhom záujmov a situácií, v ktorých sa žiaci nachádzajú v 21. storočí.²

Pre úlohy štúdie PISA 2012 boli zadané štyri kontextové kategórie matematickej gramotnosti:

- osobný
- pracovný
- spoločenský
- vedecký

2.4.1 Osobný

Úlohy zaradené do osobného kontextu sú zamerané na **aktivity jednotlivca**, jeho **rodinu** alebo **skupinu známych**. Do tejto kategórie môžu patriť napr. úlohy týkajúce sa prípravy jedla, nakupovania, hier, zdravia, osobnej dopravy, športu, cestovania, plánovania a financií.

2.4.2 Pracovný

Úlohy zaradené do tejto kategórie sú zamerané na **svet práce**. Otázky môžu obsahovať činnosti, ako napr. meranie, rozpočet nákladov a objednávanie materiálu na stavbu, mzdy/účtovníctvo, kontrola kvality, plánovanie/inventarizácia, dizajn/architektúra a rozhodovanie v súvislosti so zamestnaním. Pracovný kontext sa môže vzťahovať na akúkoľvek prácu, od nekvalifikovanej po najvyššiu úroveň odbornej práce. Úlohy však stále musia byť primerané pre 15-ročných žiakov.

2.4.3 Spoločenský

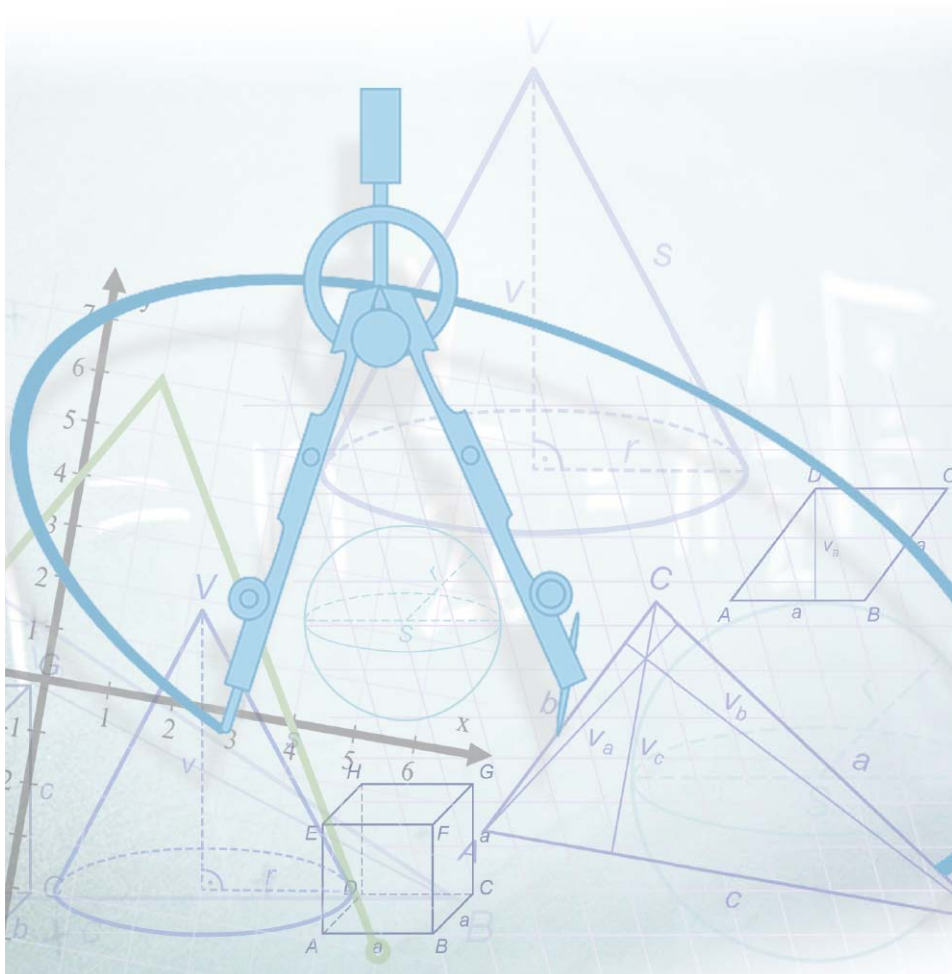
Úlohy zaradené do spoločenského kontextu sú zamerané na **komunitu a spoločnosť** (či už miestnu, národnú alebo celosvetovú). Môžu sa týkať napr. volebných systémov, verejnej dopravy, vlády, verejnej politiky, demografie, reklamy, národných štatistík, ekonomických ukazovateľov a hospodárstva. Aj keď sa všetky uvedené aktivity týkajú priamo jednotlivca, v spoločenskom kontexte sa na ne pozeráme z pohľadu komunity alebo spoločnosti.

² Úlohy štúdie PISA sa skladajú z testových položiek/otázok, ktoré majú spoločný podnet/stimul, a preto často patria do rovnakej kategórie kontextu. Existujú aj výnimky, napr. jeden podnet môže byť v jednej otázke skúmaný z osobného a v inej zo spoločenského hľadiska. Vo výnimočných prípadoch, ak celá testová úloha obsahuje iba matematické konštrukty bez odkazu na ktorúkoľvek z kategórií kontextu, zaraďujeme ju do kategórie vedecký kontext.

2.4.4 Vedecký

Úlohy zaradené v tejto kategórii sú zamerané na **aplikáciu matematiky v prírode** a témach **vedy a techniky**. Otázky sa môžu týkať napríklad oblastí ako sú počasie a klíma, ekológia, medicína, vesmírny výskum, genetika, meranie a matematika všeobecne.

Takto zadefinované kategórie kontextu poskytujú základ pre výber rôznorodých položiek, a tým zaisťujú, že hodnotenie odzrkadľuje použitie matematiky v celom rade činností, od každodenných osobných problémov, až po vedecké skúmanie globálnych problémov. Je dôležité, aby každá kategória kontextu obsahovala rôzne náročné úlohy. Vzhľadom na to, že hlavným cieľom kontextových kategórií je stimulovať žiakov v širokej škále problémových úloh, každá kategória by mala významným spôsobom prispievať k meraniu matematickej gramotnosti. Nemalo by sa stať, že úroveň náročnosti testovacích položiek reprezentujúcich jednu kontextovú kategóriu je systematicky vyššia alebo nižšia, než úroveň náročnosti testovacích položiek v inej kategórii.



2.5 HODNOTENIE MATEMATICKEJ GRAMOTNOSTI

2.5.1 Štruktúra hodnotenia matematickej gramotnosti v štúdii PISA 2012

V súlade s definíciou matematickej gramotnosti testové úlohy použité či už v papierovej, alebo elektronickej podobe vždy vychádzajú z určitého kontextu. V úlohách sa vyžaduje aplikácia dôležitých matematických pojmov, vedomostí, porozumenia a zručností (poznatky matematického obsahu) na úrovni vhodnej pre 15-ročných žiakov. Je dôležité, aby papierové aj elektronické testovanie obsahovalo – z pohľadu matematickej gramotnosti – vyvážený pomer položiek všetkých jej súčastí.

2.5.1.1 Rozloženie testových položiek z hľadiska matematických procesov, obsahu a kontextu

Testové úlohy môžu byť zaradené do jednej z troch kategórií matematických postupov, jednej zo štyroch kategórií matematického obsahu a jednej z troch kontextových kategórií. Snahou je, aby rozloženie úloh v jednotlivých kategóriách bolo rovnomerné. Je tiež dôležité, aby jednotlivé položky z týchto kategórií mali rôzne ťažnosti.

Rozloženie bodov v jednotlivých kategóriách matematických postupov, obsahu a kontextu zobrazuje Tabuľka 2.2.

Tabuľka 2.2 Približné rozloženie bodov v matematike na základe kategórií matematických postupov, obsahu a kontextu

Kategórie matematického postupu	Podiel bodov v %
<i>vyjadriť/sformulovať situáciu pomocou matematiky</i>	približne 25 %
<i>používať matematické pojmy, fakty, postupy a uvažovanie</i>	približne 50 %
<i>interpretovať, aplikovať a hodnotiť matematické výsledky</i>	približne 25 %
Kategórie matematického obsahu	Podiel bodov v %
<i>zmena, vzťahy a závislosti</i>	približne 25 %
<i>priestor a tvar</i>	približne 25 %
<i>kvantita</i>	približne 25 %
<i>náhodnosť a dáta</i>	približne 25 %
Kategórie kontextu	Podiel bodov v %
<i>osobný</i>	približne 25 %
<i>pracovný</i>	približne 25 %
<i>spoločenský</i>	približne 25 %
<i>vedecký</i>	približne 25 %

2.5.1.2 Škála obťažnosti položiek

Štúdia PISA 2012 obsahuje z pohľadu matematiky otázky so širokou škálou obťažnosti, zodpovedajúcej rozsahu schopností 15-ročných žiakov. Zahrňa teda položky, ktoré sú náročné aj pre nadpriemerných žiakov a tiež položky, ktoré sú vhodné aj pre podpriemerných žiakov. Z psychometrického hľadiska je výskum, ktorý sa zameriava na meranie konkrétnej skupiny ľudí najefektívnejší a najúčinnější vtedy, keď náročnosť testových položiek zodpovedá schopnostiam meraných subjektov. Okrem toho, uvádzané úrovne vedomostí/referenčné úrovne používané ako súčasť správ o výsledkoch testovania, poskytujú užitočné informácie o všetkých žiakoch len vtedy, ak jednotlivé úrovne popisujú všetky skúmané schopnosti. Predchádzajúce cykly štúdie PISA ukázali, že práve tieto schopnosti sú indikátormi kognitívnej náročnosti, a tak sú určujúce pre celkovú obťažnosť testovej otázky. Škála použitá v štúdiu PISA 2012 bola pripravená po pilotnom meraní, na základe popisu schopností, ktoré žiak musí aktivovať pri riešení otázky a poskytuje empirickú úroveň kognitívnych požiadaviek pre každú položku.

2.5.1.3 Štruktúra testového nástroja

Celkovo **papierové nástroje** na hodnotenie matematickej gramotnosti obsahovali otázky, ktorých **riešenie** by trvalo **270 minút**. Úlohy boli rozdelené do **deviatich klastrov**/blokov, **riešenie každého** z nich by vyžadovalo **30 minút** testovacieho času. Úlohy z troch týchto klastrov (celkovo 90 minút testovacieho času) boli použité aj v predchádzajúcich cykloch štúdie PISA tzv. **trendové úlohy**. Štyri „**nové klastre**“ (120 minút testovacieho času) obsahovali nové úlohy s rôznou obťažnosťou a dva „**ľahké klastre**“ (60 minút testovacieho času) obsahovali úlohy s nižšou náročnosťou. Spolu bolo v štúdiu PISA 2012 na hodnotenie matematickej gramotnosti zaradených **25 trendových úloh**, ktoré obsahovali spolu **36 testových otázok** a **31 nových úloh** s **74 testovými položkami**.

Bloky úloh sú do **testových zošitov** **zaraďované** podľa **stanoveného rotujúceho dizajnu testov**. Každý **testový zošit** obsahoval celkovo **štyri klastre úloh**, či už z matematickej, čitateľskej a prírodovednej gramotnosti. Každý žiak riešil práve **jeden testový zošit** predstavujúci **120 minút testovacieho času**³. Každá krajina zadáva do testovania sedem klastrov, a to buď tri „trendové“, dva „štandardné“ a dva „ľahké“ klastre blokov alebo tri „trendové“ a štyri „štandardné“ klastre⁴. Výber medzi „štandardnými“ a „ľahkými“ blokmi úloh dáva možnosť cieleniejšieho hodnotenia pre každú zo zúčastnených krajín. Jednotlivé položky sú škálované tak, aby celkové skóre krajiny nebolo ovplyvnené použitím či už „štandardných“ alebo „ľahkých“ klastrov.

Nepovinné testovanie prostredníctvom počítačov (CBAM) obsahovalo celkovo úlohy, ktorých **riešenie** by trvalo **80 minút**. V elektronickom testovaní bolo celkovo použitých **15 úloh**, ktoré obsahovali **41 testových otázok**. Úlohy počítačového testovania boli zaradené do **štyroch klastrov**, z ktorých **každý** predstavoval **20 minút** testovacieho času. Tieto klastre boli na základe stanoveného **rotujúceho dizajnu** zaradené do viacerých testovacích verzií testu spolu s ostatnými podkladmi pre elektronické testovanie. Každá verzia elektronického testu obsahovala **dva bloky úloh**, pričom **každý žiak riešil práve jednu verziu testu** v celkovom čase **40 minút**.

³ V každom testovacom zošite bol zaradený minimálne jeden klastre z matematickej gramotnosti. Zvyšné klastre tvorili klastre z čitateľskej a prírodovednej gramotnosti. Do testovacieho zošita však nemuseli byť zaradené klastre zo všetkých typov testovaných gramotností. V testovacom zošite nemusel byť zaradený napr. ani jeden klastre z čitateľskej resp. prírodovednej gramotnosti.

⁴ Slovenská republika pri testovaní PISA 2012 použila testovacie nástroje zložené z troch „trendových“ a štyroch „štandardných“ klastrov matematickej gramotnosti.

2.5.1.4 Formát testových otázok štúdie PISA 2012

Úlohy matematickej gramotnosti štúdie PISA vychádzajú z rovnakého **formátu**. V úvode **úlohy** je vždy tzv. **podnet** (stimul), ktorý môže byť vo forme *textu, obrázku, grafu alebo tabuľky*, prípadne ich kombináciou a *uvádza žiaka do kontextu úlohy*. Za *podnetom* nasleduje *jedna alebo niekoľko navzájom nezávislých otázok (položiek)*. Takýto formát série otázok umožňuje žiakom hlbšie preskúmať danú problémovú situáciu. Úlohy v štúdiu PISA vychádzajú z reálneho kontextu a zobrazujú tak reálne situácie, ktoré sa môžu vyskytnúť v bežnom živote žiaka. Jednotlivé otázky sú veľmi rôznorodé, čo má zabezpečiť, aby odrážali rôzne schopnosti žiakov, postupy ich riešenia, obsahové oblasti, kontexty a tiež náročnosť.

Pri tvorbe a výbere otázok sa **prihliada** aj na ich **náročnosť** z pohľadu **čitateľskej gramotnosti**. **Cieľom** je, aby jednotlivé **úlohy** boli **formulované** čo **najjednoduchšie** a **najzrozumiteľnejšie**. Pozornosť sa venuje aj možným kultúrnym odlišnostiam a z tohto dôvodu sú jednotlivé položky posudzované všetkými národnými centrami krajín zapojených do daného cyklu štúdie. Takisto sa venuje veľká pozornosť prekladu do národných jazykov, ktorá obnáša viacnásobnú kontrolu vyplývajúcu z pravidiel štúdie. Pozornosť venovaná výberu položiek do testovania štúdie PISA 2012 bola o to väčšia, pretože sa prvýkrát testovanie realizovalo aj prostredníctvom počítačov, čo mohlo byť ďalšou komplikáciou pre žiakov, ktorí bežne počítač na svojich hodinách matematiky nepoužívajú.

V papierom testovaní štúdie PISA boli použité tri typy testových otázok:

- *otvorené s tvorbou odpovede;*
- *uzavreté s tvorbou odpovede;*
- *s výberom alebo viacnásobným výberom.*

Otvorené otázky s tvorbou odpovede vyžadujú *dlhšiu písomnú odpoveď* a tiež môžu od žiaka vyžadovať, aby *ukázal jednotlivé kroky postupu riešenia* alebo vysvetlil, ako *dospel k danému riešeniu*. Tieto otázky často vyžadujú od žiaka *kognitívne postupy vyššieho stupňa*. Pri *vyhodnocovaní* tohto druhu otázok je nevyhnutná účasť *vyškolených odborníkov*, ktorí hodnotia tzv. *kódujú* odpovede žiakov.

Pri **uzavretých otázkach s tvorbou odpovede** je často možné *hneď určiť*, či je odpoveď *správna alebo nesprávna*. Odpovede na tento typ otázok *najčastejšie vyhodnocuje počítač* a sú *kódované automaticky*. Iba niektoré z nich sú kódované manuálne. *Najčastejším typom odpovede* na takúto otázku je v oblasti matematickej gramotnosti *číslo*.

V **otázkach s výberom odpovede** žiak vyberá z niekoľkých možností *jednu alebo viac správnych odpovedí*. Takéto otázky sú *vyhodnocované automaticky*.

V testoch sú všetky uvedené typy otázok zastúpené rovnomerne.

Elektronické testovanie umožňuje použitie *širšej škály typov testových úloh* ako papierové a zároveň *zjednodušuje hodnotenie* niektorých aspektov matematickej gramotnosti, ako napr. *manipuláciu a otáčanie trojrozmerných predmetov*, čo nie je možné hodnotiť v klasickom papierovom testovaní. Taktiež je možné, aby sa *podnet úlohy pohyboval, reprezentoval otáčajúce sa trojrozmerné telesá, alebo poskytoval flexibilnejší prístup k údajom a informáciám*. Umožňuje aj *širšiu škálu možných typov odpovedí*, ako napr. *posúvať predmety potiahnutím myšou (drag and drop)* alebo *využívať aktívne body na obrázku*. Takýmto spôsobom môžu žiaci *odpovedať na viac otázok neverbálne*, čo prispieva ku komplexnejšiemu obrazu matematickej gramotnosti s menšou previazanosťou na jazykové schopnosti žiaka. Počítač umožňuje aj *isté formy interaktivity a automatického hodnotenia odpovedí* namiesto manuálneho kódovania, a to aj v prípade, že odpoveď je vo forme *náčrtu*, ktorých hodnotenie bolo doteraz dosť náročné.

Tabuľka 2.3 Počty úloh hlavného testovania PISA 2012 rozdelených na základe jednotlivých kategórií matematickej gramotnosti a formátu otázky

Kategória		trendové úlohy	nové úlohy	
			papierové testovanie	elektronické testovanie
Matematický obsah	zmena, vzťahy a závislosti	9	20	11
	kvantita	11	18	9
	priestor a tvar	9	18	12
	náhodnosť a dáta	7	18	9
Matematické postupy	vyjadriť/sformulovať	11	22	9
	používať	14	35	22
	interpretovať	11	17	10
Kontext	pracovný	3	21	9
	osobný	5	16	13
	spoločenský	14	15	11
	vedecký	14	22	8
Typ otázky	s jednoduchým výberom odpovede	10	22	8
	s viacnásobným výberom odpovede	7	6	4
	uzavretá s tvorbou odpovede (automaticky hodnotené)			22
	uzavretá s tvorbou odpovede (hodnotené manuálne)	11	23	
	otvorená s tvorbou odpovede (hodnotené expertom)	8	23	4
	s tvorbou odpovede (rôzne varianty)			8

2.5.1.5 Matematické nástroje

Štúdia PISA umožňuje žiakom používať počas testovania kalkulačky, ak ich zvyčajne používajú aj na hodinách matematiky. Vďaka tomu je možné čo najautentickejšie hodnotiť výkon žiakov a poskytnúť tak porovnanie výkonnosti jednotlivých vzdelávacích systémov. Rozhodnutie o používaní kalkulačky sa tým v podstate nelíši od iných zvyklostí, ktoré daný vzdelávací systém umožňuje počas vyučovania. V cykle PISA 2012 sú prvýkrát v histórii testovania PISA zahrnuté aj položky, ktorých riešenie s pomocou kalkulačky sa stane rýchlejšim a jednoduchším. V niektorých otázkach sa tak použitie kalkulačky stáva pre žiakov výhodou. V papierovom testovaní PISA sa vyžadujú len základné aritmetické funkcie bežnej kalkulačky.

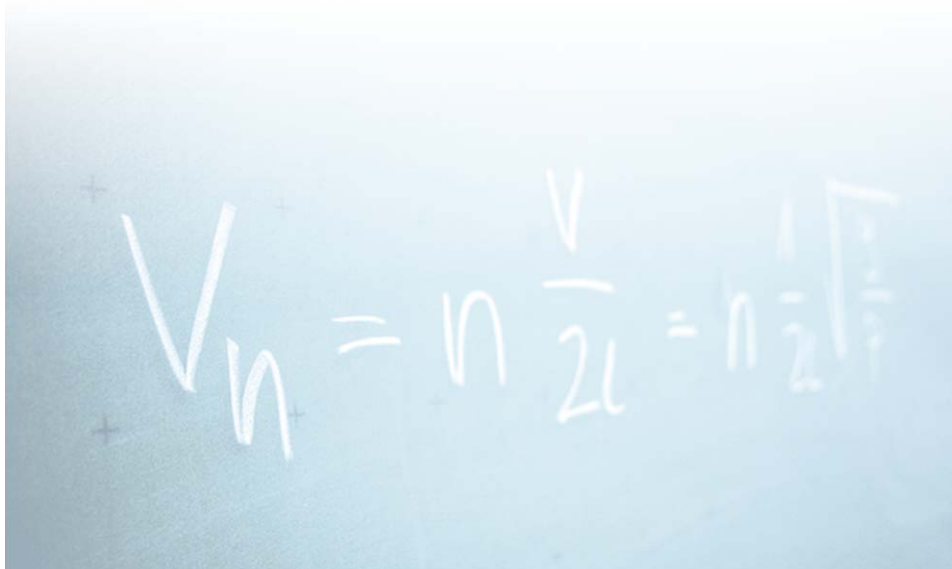
Elektronické testovanie poskytuje žiakom prístup k online kalkulačke a softvéru s rovnakými funkciami ako vyžaduje riešenie konkrétnej otázky. Žiak má však stále prístup ku klasickej kalkulačke, ak mu to umožňuje daný vzdelávací systém krajiny. Súčasťou zadania môžu byť aj iné matematické nástroje, napr. virtuálne nástroje na meranie, základné funkcie tabuľkového procesoru alebo rôzne nástroje grafickej prezentácie a vizualizácie.

2.5.1.6 Hodnotenie otázok

Väčšina položiek je v štúdii PISA hodnotená dichotomicky (**správna odpoveď** – 1 bod, **nesprávna odpoveď** – 0 bodov). V **niektorých otvorených otázkach s tvorbou odpovede** môžu na základe „miery“ správnosti odpovede žiaci získať buď **plný počet bodov (úplne správna odpoveď – 2 body)**, alebo **čiasťočný počet bodov (čiasťočne správna odpoveď – 1 bod)** resp. **žiadny bod (nesprávna odpoveď – 0 bodov)**. Pre každú takúto položku existuje hodnotenie dostupné v tzv. **Návode na kódovanie**, ktorý podrobne definuje, kedy má byť žiakovi za jeho odpoveď udelený plný, resp. čiasťočný alebo žiadny počet bodov. Tento návod majú k dispozícii vyškolení hodnotitelia, ktorí hodnotia odpovede žiakov. Tým sa zaistí, aby bol systém hodnotenia vo všetkých zúčastnených krajinách rovnaký, konzistentný a spoľahlivý.

2.5.2 Vedomostné úrovne matematickej gramotnosti

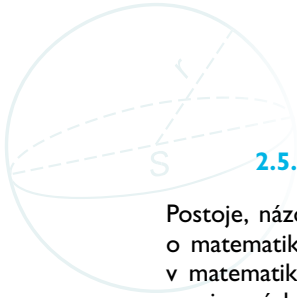
Správy o výsledkoch medzinárodnej štúdie PISA 2012 sú predkladané rôznymi spôsobmi. **Celková úroveň matematickej gramotnosti** pre jednotlivé zúčastnené krajiny je stanovená na **základe vybranej vzorky žiakov a zaradením ich výkonu na vopred definovanej škále vedomostných/referenčných úrovní**. Tým poskytuje informácie o ďalších aspektoch matematickej gramotnosti, ktoré môžu byť dôležité pre jednotlivé vzdelávacie systémy participujúcich krajín. Popis jednotlivých úrovní matematickej gramotnosti zodpovedá popisu jednotlivých referenčných úrovní z roku 2003 a bol iba mierne inovovaný tak, aby odrážal nové kategórie matematických postupov definovaných v štúdii PISA 2012 a tiež množstvo novo vytvorených úloh v tomto cykle. Tabuľka 2.4 poskytuje podrobný popis matematických zručností, vedomostí a porozumenia vyžadovaných na každej úrovni matematickej gramotnosti.⁵



⁵ Tak, ako je zadefinovaná škála a popis vedomostných úrovní matematickej gramotnosti, sú zadefinované aj škály pre popis matematickej gramotnosti pre každú kategóriu matematického obsahu a matematických postupov. (PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do, Student Performance in Mathematics, Reading and Science, Volume I)

Tabuľka 2.4 Opis úrovni matematickej gramotnosti PISA 2012

Úroveň	Spodná hranica skóre	Charakteristika
6	669,3	Žiaci na úrovni 6 dokážu konceptualizovať, zovšeobecňovať a využívať informácie na základe vlastného skúmania a modelovania zložitých problémových situácií. Sú schopní využívať svoje vedomosti v relatívne neštandardných súvislostiach. Vedia prepájať rôzne zdroje informácií a znázornení a flexibilne ich navzájom transformovať. Žiaci na tejto úrovni sú schopní pokročilého matematického myslenia a zdôvodňovania. Dokážu toto pochopenie a poznatky využívať, spolu so zvládáním symbolických a formálnych matematických operácií a vzťahov, na rozvíjanie nových prístupov a stratégií pri spracovaní nových situácií. Žiaci sú schopní uvažovať o svojich aktivitách a dokážu formulovať a presne vyjadrovať svoje činnosti a úvahy na základe vlastných zistení, interpretácií, argumentov s primeranosťou k pôvodnej situácii.
5	607,0	Na úrovni 5 sú žiaci schopní rozvíjať a pracovať s modelmi zložitejších situácií, identifikovať obmedzenia a špecifikovať predpoklady. Dokážu vyberať, porovnávať a hodnotiť vhodné stratégie na riešenie zložitejších problémov spojených s týmito modelmi. Žiaci na tejto úrovni vedú strategicky pracovať, využívajú širšie, dobre rozvinuté myslenie a uvažovanie, vhodne prepájajú tvrdenia, symbolické a formálne opisy a prenikajú do podstaty týchto situácií. Začínajú uvažovať o vlastnej práci a vedú formulovať a vyjadrovať vlastné interpretácie a zdôvodnenia.
4	544,7	Žiaci na úrovni 4 vedú efektívne narábať s explicitnými modelmi zložitejších konkrétnych situácií, ktoré môžu zahŕňať obmedzenia alebo požadujú vytvorenie predpokladov. Dokážu vyberať a integrovať rôzne znázornenia, vrátane symbolických a spájajú ich priamo s prvkami reálnych situácií. Žiaci na tejto úrovni dokážu využívať svoj limitovaný rozsah schopností a dokážu zdôvodňovať s určitým pochopením v jednoduchých súvislostiach. Vedia vytvoriť a vyjadriť vysvetlenia a argumenty na základe ich vlastnej interpretácie, argumentov a činov.
3	482,4	Žiaci na úrovni 3 vykonávajú jasne opísané postupy, vrátane tých, ktoré si vyžadujú postupné rozhodovanie. Ich interpretácie sú dostatočným základom pre vytváranie jednoduchého modelu alebo pre vyberanie a používanie jednoduchých stratégií na riešenie problému. Žiaci vedú vyjadrovať a používať znázornenia na základe rôznych zdrojov informácií a z nich priamo vyvodzovať závery. Zvyčajne preukazujú určitú schopnosť pochopenia percentám, zlomkom a desatinným číslam a pracujú s proporčnými vzťahmi. Ich riešenia odrážajú zapojenie ich základnej interpretácie a zdôvodnenia.
2	420,1	Žiaci na úrovni 2 interpretujú a rozoznávajú situácie v kontextoch, ktoré nevyžadujú viac než priame logické úsudky. Sú schopní pochopiť dôležitú informáciu z jedného zdroja a využiť jednoduchý spôsob znázornenia. Vedia pracovať so základnými algoritmami, vzorcami, postupmi alebo zaužívanými spôsobmi, aby vyriešili problém týkajúci sa celých čísel. Sú schopní doslovne interpretovať výsledok.
1	357,8	Žiaci na úrovni 1 dokážu odpovedať na otázky zo známeho kontextu, ktorý obsahuje všetky dôležité informácie, pričom otázka je jasne definovaná. Sú schopní vyhľadávať informácie a zvládať rutinné postupy podľa jasných inštrukcií v explicitných situáciách. Vykonávajú postupy, ktoré sú takmer vždy zrejmé a okamžite vyplývajú z daného podnetu.



2.5.3 Postoje k matematike

Postoje, názory a pocity jednotlivca hrajú významnú úlohu v tom, aký záujem prejavuje o matematiku a tiež ovplyvňuje, ako matematiku vo svojom živote využíva. Žiaci, ktorí sa v matematike cítia sebavedomejší ako ostatní, pravdepodobne budú matematiku využívať vo viacerých situáciách, v ktorých sa ocitnú. Takisto žiaci, ktorí majú k matematike pozitívny vzťah, majú lepšiu východiskovú pozíciu na učenie sa matematiky a budú v nej pravdepodobne lepší ako tí, ktorí sa matematiky boja. Preto by malo byť jedným z cieľov vo vzdelávaní matematiky rozvíjať také postoje, názory a pocity, vďaka ktorým budú žiaci úspešne využívať matematiku, ktorú poznajú a učia sa ju, či už pre vlastný prospech, tak aj pre prospech celej spoločnosti.

Štúdia PISA venuje veľkú pozornosť týmto premenným z presvedčenia, že rozvoj pozitívneho prístupu k matematike je cenným výsledkom vzdelávania a predisponuje žiakov, aby viac a častejšie využívali matematiku vo svojom živote. Tieto premenné môžu pomôcť vysvetliť rozdiely v dosiahnutých výsledkoch merania matematickej gramotnosti. Štúdia PISA meria zároveň aj širokú škálu ďalších premenných vzťahujúcich sa k okolnostiam a prostrediu, ktoré ovplyvňujú vzdelávanie žiakov (napr. pohlavie, jazyk, migrácia).

Informácie o žiakoch týkajúce sa rôznych aspektov ich vzdelávania získava štúdia PISA na základe odpovedí z rôznych druhov **dotazníkov**: **Žiacky dotazník** – vyplňa žiak, **Školský dotazník** – vyplňa riaditeľ školy. Vyplnenie dotazníka trvá približne **20 – 30 minút**. Údaje získané prostredníctvom dotazníkov sú kľúčové pri analýzach a interpretácii dosiahnutých výsledkov z pohľadu určitej skupiny žiakov alebo charakteristiky školy. Zaujímavými sa zdajú dve oblasti postojov žiakov, a to hlavne záujem žiakov o matematiku a ich ochota venovať sa matematike.

Položky týkajúce sa **záujmu o matematiku** sa vzťahujú k súčasným, ale aj budúcim aktivitám. Podstatné otázky sú *zamerané na záujem žiakov o matematiku v škole, či ju pokladajú za užitočnú v každodennom živote, a tiež či majú záujem ďalej študovať matematiku a venovať sa jej v ich budúcej profesii*. Táto téma je dôležitá aj na medzinárodnej úrovni, pretože v mnohých krajinách klesá podiel žiakov, ktorí si ako odbor svojho ďalšieho štúdia volia matematicky orientované odbory, pričom ale vo svete stále rastie dopyt po absolventoch takéhoto typu štúdia.

Ochota žiakov venovať sa matematike súvisí s postojmi, pocitmi a sebahodnotením, ktoré rozhodujú o tom, či žiak bude alebo nebude úspešne ťažiť z úrovne matematickej gramotnosti, ktorú dosiahol. Žiaci, ktorých matematika baví a cítia sa v nej sebaisto, budú pravdepodobnejšie využívať matematiku v najrôznejších situáciách každodenného života, či už v škole, alebo mimo nej. *Položky, ktoré majú určujúci vzťah k tejto oblasti, sa týkajú pocitov šťastia, sebadôvery, strachu (resp. jeho nedostatku) z matematiky, sebaponímania a sebarealizácie.*

Žiacky dotazník obsahoval aj otázky týkajúce sa **príležitostí žiakov učiť sa**. Tieto otázky sa zameriavajú na ich *skúsenosti s najrôznejšími typmi aplikovaných úloh z matematiky, ich vedomosti matematickej terminológie (vrátane opatrení na ochranu pred nadhodnotením sa žiakov) a tiež ich skúsenosti z testov, ktoré obsahujú podobné položky ako testy štúdie PISA*. To všetko umožňuje hlbšiu analýzu výsledkov štúdie PISA.



3 VÝSLEDKY ŠTÚDIE PISA 2012 – MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ

3.1 Interpretácia výsledkov

Výsledky štúdie PISA môžu byť prezentované rôznymi spôsobmi, či už na základe **dosiahnutého výkonu** v bodoch, tzv. skóre, alebo prostredníctvom **vedomostných úrovní** matematickej gramotnosti.

Relatívnu schopnosť žiaka zvládnuť test možno odhadnúť sledovaním podielu testových otázok, ktoré tento žiak vyriešil správne. Relatívnu náročnosť otázky možno odhadnúť pomocou podielu testovaných žiakov, ktorí na túto otázku odpovedali správne. Matematický model použitý na analýzu dát testovania PISA umožňuje súčasne odhadnúť pravdepodobnosť, že žiak odpovie na danú testovú položku správne a pravdepodobnosť, že daná testová položka bude konkrétnym žiakom zodpovedaná správne. Výsledkom použitých procedúr je séria odhadov, ktorá umožňuje definovať spojitú škálu reprezentujúcu matematickú gramotnosť. Na tejto škále je možné odhadnúť polohu jednotlivých žiakov a polohu jednotlivých položiek testu. Žiaci s pomerne vysokou pravdepodobnosťou budú schopní zvládnuť položky pod ich vlastným hodnotením (táto pravdepodobnosť sa zvyšuje pre položky smerom dole po škále), ale pravdepodobne nezvládnu položky nad ich úrovňou hodnotenia. Žiaci sú umiestnení do bodu škály, v ktorom majú 62 %-nú pravdepodobnosť zodpovedať otázku správne.

Škála výkonu bola stanovená na základe priemeru krajín OECD na **500 bodov** so smerodajnou odchýlkou 100 bodov v roku **2003**, kedy bola matematická gramotnosť prvýkrát hlavnou testovanou doménou. Testové položky spoločné pre testovanie v roku 2003 a 2012 (**trendové úlohy**) **poskytujú vzájomné prepojenie škály** pre rok **2012** so **škálou** z roku **2003**, a tým umožňujú **vzájomné porovnanie dosiahnutých výsledkov**. Okrem škály celkového výkonu sú uvádzané aj výkony na **čiasťkových škálach**, ktoré v štúdiu PISA predstavujú jednotlivé kategórie **matematického obsahu** (zmena; vzťahy a závislosti; kvantita; priestor a tvar; náhodnosť a dáta) a **matematických postupov** (vyjadriť/sformulovať; používať; interpretovať).

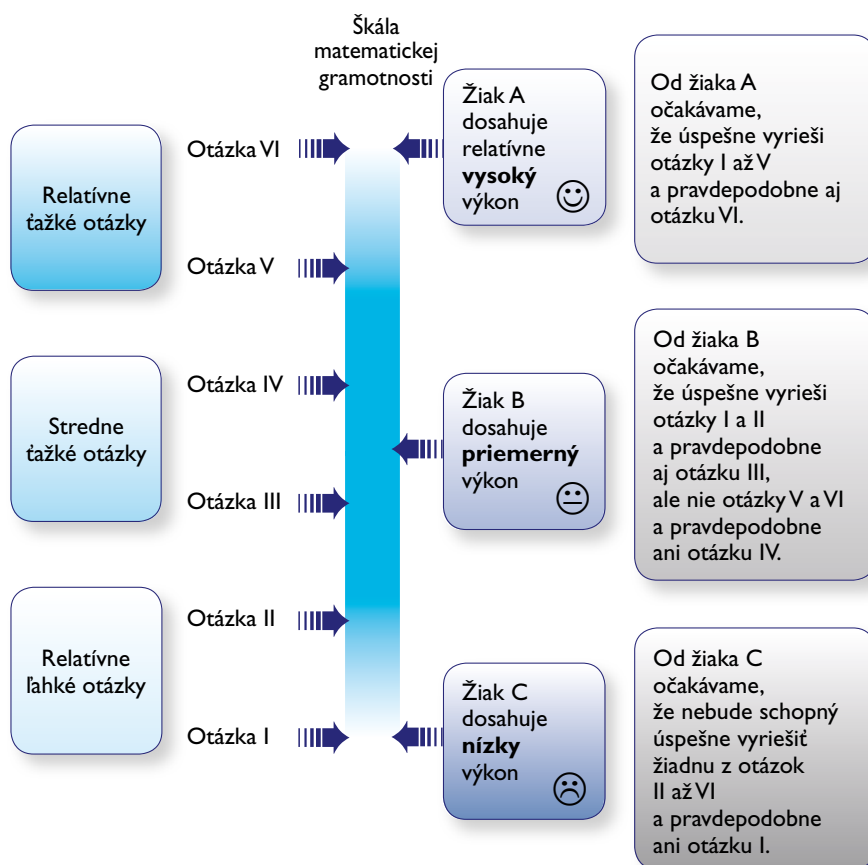
Do PISA testovania sa v každej zúčastnenej krajine zapojila len **reprezentatívna stratifikovaná vzorka žiakov**, a preto **nie je možné** krajiny **na základe dosiahnutých výsledkov presne usporiadať**. **Poradie krajín** je tak **určené rozpätím**, v ktorom by sa zúčastnené krajiny **s 95 % pravdepodobnosťou umiestnili**, ak by sa testovanie zopakovalo alebo by ich reprezentoval iný stratifikovaný výber žiakov.⁷

⁶ Toto číslo je odvodené z definície úrovni vedomostí a schopností. (PISA 2012 Technical Report)

⁷ Štatistické výsledky uvádzané v tejto správe predstavujú odhad národného výkonu založeného na vzorke žiakov. Predstavuje teda odhad hodnoty, ktorú by sme získali, keby každý žiak v každej krajine odpovedal na všetky otázky testu. Je preto potrebné si uvedomiť, že v týchto odhadoch je prítomná istá miera neistoty. Vzhľadom na to je pri interpretácii priemerného výkonu možno brať do úvahy len tie rozdiely medzi krajinami, ktoré sú štatisticky významné.

Na lepšiu interpretáciu a pochopenie významu dosiahnutých výsledkov žiakov slúžia **vedomostné/referenčné úrovne**. Medzinárodné referenčné úrovne rozdeľujú výkon žiakov podľa získaného počtu bodov **od úrovne I (najnižšia úroveň)** až **po úroveň 6 (najvyššia úroveň)**, pričom každá z úrovní zahŕňa v sebe zároveň aj popis nižších úrovní. **Popis** každej z týchto úrovní bol vytvorený **na základe kognitívnych procesov, vedomostí a zručností potrebných na úspešné vyriešenie úloh** do nich zaradených. Zastúpenie žiakov v jednotlivých referenčných úrovniach sa premieta do celkového skóre krajiny. Žiaci nachádzajúci sa **pod úrovňou 2** predstavujú v štúdií PISA tzv. **rizikovú skupinu**⁸ žiakov. Táto skupina žiakov ukončí povinnú školskú dochádzku bez toho, aby nadobudli aspoň základné matematické vedomosti a zručnosti. Žiaci dosahujúci výkon nachádzajúci sa v najvyšších referenčných úrovniach (**úroveň 5 a vyššia**) tvoria tzv. **top skupinu žiakov**.

Obrázok 3.1 Vzťah medzi obťažnosťou otázok a výkonom žiaka



⁸ Žiaci dosahujúci výkon na vedomostnej úrovni I a menej.

3.2 Výsledky medzinárodnej štúdie PISA 2012

3.2.1 Dosiahnuté výsledky žiakov

Tabuľka 3.1 uvádza **priemerné hodnoty dosiahnutého skóre** matematickej gramotnosti so štandardnou chybou (S.E.) **všetkých zúčastnených krajín** v jednotlivých cykloch štúdie PISA a je rozdelená do troch skupín na základe toho, či je výkon krajiny signifikantne vyšší, nižší alebo porovnateľný s priemerom krajín OECD (494 bodov).

Významne lepší výsledok ako priemer krajín **OECD** získalo **23** zo všetkých zúčastnených krajín (**16 krajín OECD**), **porovnateľný** výkon s priemerom krajín OECD dosiahlo **7 krajín (6 krajín OECD)** a **významne nižší** výsledok dosiahlo **36 krajín (12 krajín OECD)**.

Slovenská republika sa svojím výkonom (**482 bodov**⁹) zaradila medzi krajiny, ktoré dosiahli **signifikantne nižší výkon ako je priemerný výkon krajín OECD**. Výkon porovnateľný s výkonom Slovenska dosiahli krajiny ako Nórsko, Portugalsko, Taliansko, Španielsko, Ruská federácia, Spojené štáty americké, Litva, Švédsko a Maďarsko. Z krajín OECD dosiahlo signifikantne nižší výkon ako SR len 5 krajín – Izrael, Grécko, Turecko, Čile a Mexiko.

Keďže matematická gramotnosť bola hlavnou testovanou oblasťou aj v roku 2003, je možné vďaka metodike štúdie PISA porovnávať výkon žiakov v priebehu času tzv. **trend výkonu**. 39 zo všetkých zúčastnených krajín v štúdiu PISA 2012 malo možnosť porovnávať vývoj výkonu svojich žiakov od roku 2003. Výkon krajín môžeme porovnávať dvomi spôsobmi, buď ako **rozdiel dosiahnutého výkonu** v roku **2003** a v roku **2012**, alebo pomocou tzv. **priemernej ročnej zmeny výkonu**¹⁰, ktorá je vypočítaná na základe informácií zo všetkých cyklov testovania, do ktorých sa krajina zapojila.

Pri porovnávaní **zmien dosiahnutých výsledkov** v cykloch v roku 2003 a 2012 dosiahlo 12 krajín **v roku 2012 významne vyšší** výsledok ako v roku 2003, **14 významne nižší** výsledok a **13 krajín porovnateľný výsledok s rokom 2003**. (Graf 3.1)

Pri porovnaní výkonu **našich žiakov** v PISA 2012 môžeme skonštatovať **štatisticky významné zníženie** dosiahnutého priemerného skóre **oproti všetkým predchádzajúcim cyklom** štúdie. V roku 2003 dosiahli žiaci SR výkon na úrovni 498 bodov (na úrovni priemeru krajín OECD 500 bodov), v roku 2006 na úrovni 492 bodov (pod priemerom krajín OECD 498 bodov) a v roku 2009 na úrovni 497 bodov (opäť na úrovni priemeru krajín OECD 496 bodov).

⁹ Skóre uvádzame v celej publikácii zaokrúhlené na celé čísla, a preto je pri uvádzaných výsledkoch (skóre, rozdiel skóre) potrebné zohľadniť zaokrúhľovanie.

¹⁰ Priemerná ročná zmena je pre krajiny, ktoré sa zapojili do viac ako dvoch cyklov štúdie PISA vypočítaná pomocou modelu lineárnej regresie (podrobnejšie pozri Annex A5, PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy).

Tabuľka 3.1 Matematická gramotnosť – priemerné skóre krajín v cykloch 2012, 2003, 2006, 2009

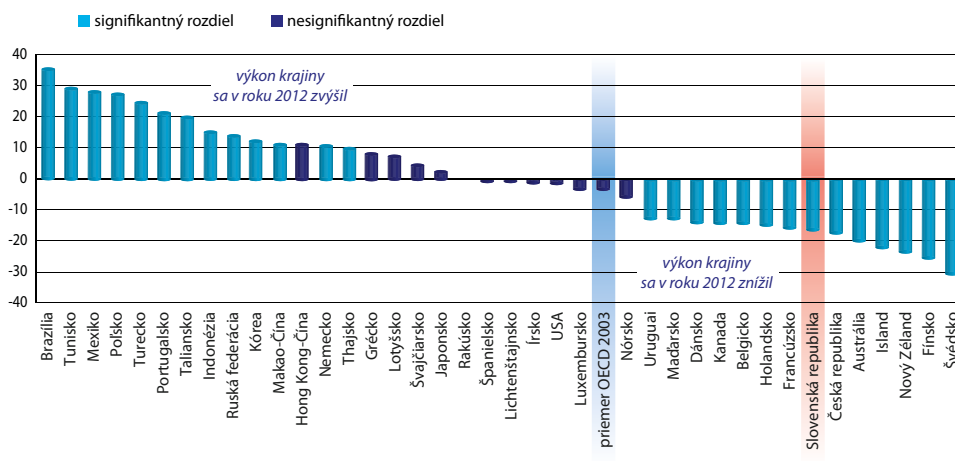
Matematická gramotnosť		PISA 2012		PISA 2003		PISA 2006		PISA 2009	
		skóre	S.E.	skóre	S.E.	skóre	S.E.	skóre	S.E.
priemerný výkon krajiny je nad priemerom OECD	Šanghaj-Čína	613	(3,3)					600	(2,8)
	Singapur	573	(1,3)					562	(1,4)
	Hong Kong-Čína	561	(3,2)	550	(4,5)	547	(2,7)	555	(2,7)
	Taiwan	560	(3,3)			549	(4,1)	543	(3,4)
	Kórea*	554	(4,6)	542	(3,2)	547	(3,8)	546	(4,0)
	Makao-Čína	538	(1,0)	527	(2,9)	525	(1,3)	525	(0,9)
	Japonsko*	536	(3,6)	534	(4,0)	523	(3,3)	529	(3,3)
	Lichtenštajnsko	535	(4,0)	536	(4,1)	525	(4,2)	536	(4,1)
	Švajčiarsko*	531	(3,0)	527	(3,4)	530	(3,2)	534	(3,3)
	Holandsko*	523	(3,5)	538	(3,1)	531	(2,6)	526	(4,7)
	Estónsko*	521	(2,0)			515	(2,7)	512	(2,6)
	Fínsko*	519	(1,9)	544	(1,9)	548	(2,3)	541	(2,2)
	Kanada*	518	(1,8)	532	(1,8)	527	(2,0)	527	(1,6)
	Poľsko*	518	(3,6)	490	(2,5)	495	(2,4)	495	(2,8)
	Belgicko*	515	(2,1)	529	(2,3)	520	(3,0)	515	(2,3)
	Nemecko*	514	(2,9)	503	(3,3)	504	(3,9)	513	(2,9)
	Vietnam	511	(4,8)						
	Rakúsko*	506	(2,7)	506	(3,3)	505	(3,7)		
	Austrália*	504	(1,6)	524	(2,1)	520	(2,2)	514	(2,5)
	Írsko*	501	(2,2)	503	(2,4)	501	(2,8)	487	(2,5)
priemerný výkon krajiny nie je štatisticky významne odlišný od priemeru OECD	Slovinsko*	501	(1,2)			504	(1,0)	501	(1,2)
	Dánsko*	500	(2,3)	514	(2,7)	513	(2,6)	503	(2,6)
	Nový Zéland*	500	(2,2)	523	(2,3)	522	(2,4)	519	(2,3)
	Česká republika*	499	(2,9)	516	(3,5)	510	(3,6)	493	(2,8)
	Francúzsko*	495	(2,5)	511	(2,5)	496	(3,2)	497	(3,1)
	Veľká Británia*	494	(3,3)			495	(2,1)	492	(2,4)
	Island*	493	(1,7)	515	(1,4)	506	(1,8)	507	(1,4)
	Lotyšsko	491	(2,8)	483	(3,7)	486	(3,0)	482	(3,1)
	Luxembursko*	490	(1,1)	493	(1,0)	490	(1,1)	489	(1,2)
	Nórsko*	489	(2,7)	495	(2,4)	490	(2,6)	498	(2,4)
priemerný výkon krajiny je pod priemerom OECD	Portugalsko*	487	(3,8)	466	(3,4)	466	(3,1)	487	(2,9)
	Taliansko*	485	(2,0)	466	(3,1)	462	(2,3)	483	(1,9)
	Španielsko*	484	(1,9)	485	(2,4)	480	(2,3)	483	(2,1)
	Ruská federácia	482	(3,0)	468	(4,2)	476	(3,9)	468	(3,3)
	Slovenská republika*	482	(3,4)	498	(3,3)⬤	492	(2,8)⬤	497	(3,1)⬤
	Spojené štáty americké*	481	(3,6)	483	(2,9)	474	(4,0)	487	(3,6)
	Litva	479	(2,6)			486	(2,9)	477	(2,6)
	Švédsko*	478	(2,3)	509	(2,6)	502	(2,4)	494	(2,9)
	Maďarsko*	477	(3,2)	490	(2,8)	491	(2,9)	490	(3,5)
	Chorvátsko	471	(3,5)			467	(2,4)	460	(3,1)
	Izrael*	466	(4,7)			442	(4,3)	447	(3,3)
	Dubaj (SAE)	464	(1,2)					453	(1,1)
	Grécko*	453	(2,5)	445	(3,9)	459	(3,0)	466	(3,9)
	Srbsko	449	(3,4)			435	(3,5)	442	(2,9)
	Turecko*	448	(4,8)	423	(6,7)	424	(4,9)	445	(4,4)
	Rumunsko	445	(3,8)			415	(4,2)	427	(3,4)
	Cyprus	440	(1,1)						
	Bulharsko	439	(4,0)			413	(6,1)	428	(5,9)
	Spojené arabské emiráty	434	(3,2)					411	(3,2)
	Kazachstan	432	(3,0)					405	(3,0)
	Thajsko	427	(3,4)	417	(3,0)	417	(2,3)	419	(3,2)
	Čile*	423	(3,1)			411	(4,6)	421	(3,1)
	Malajzia	421	(3,2)					404	(2,7)
	Mexiko*	413	(1,4)	385	(3,6)	406	(2,9)	419	(1,8)
	Čierna Hora	410	(1,1)			399	(1,4)	403	(2,0)
	Uruguaj	409	(2,8)	422	(3,3)	427	(2,6)	427	(2,6)
	Kostarika	407	(3,0)					409	(3,0)
	Albánsko	394	(2,0)					377	(4,0)
	Brazília	391	(2,1)	356	(4,8)	370	(2,9)	386	(2,4)
	Argentína	388	(3,5)			381	(6,2)	388	(4,1)
	Tunisko	388	(3,9)	359	(2,5)	365	(4,0)	371	(3,0)
	Jordánsko	386	(3,1)			384	(3,3)	387	(3,7)
	Kolumbia	376	(2,9)			370	(3,8)	381	(3,2)
	Katar	376	(0,8)			318	(1,0)	368	(0,7)
	Indonézia	375	(4,0)	360	(3,9)	391	(5,6)	371	(3,7)
	Peru	368	(3,7)					365	(4,0)

S.E. štandardná chyba

⬤ výkon SR je v roku 2012 signifikantne nižší ako v roku 2003, 2006, 2009

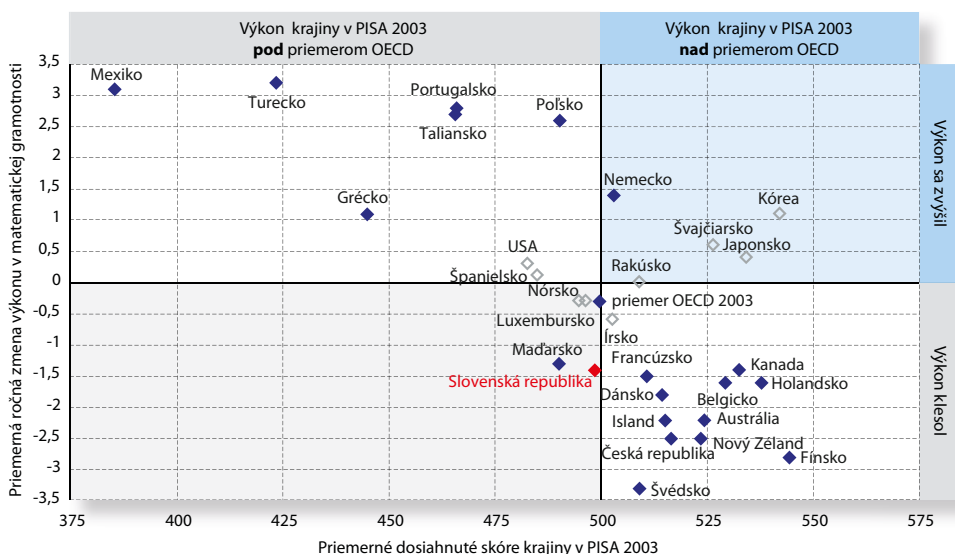
krajiny označené tučným písmom dosiahli v štúdií PISA 2012 výkon porovnateľný s výkonom SR

* sú označené krajiny OECD



Graf 3.1 Bodový rozdiel vo výkone krajín v matematickej gramotnosti medzi rokmi 2003 a 2012

Pomocou **priemernej ročnej zmeny výkonu** môžeme **porovnávať výkon krajiny na základe dostupných informácií zo všetkých cyklov, do ktorých sa krajina zapojila**. Toto porovnanie je menej citlivé na nepredvídateľné udalosti, ktoré môžu ovplyvniť výsledky, ak porovnáваме len priemerný dosiahnutý výkon medzi dvoma cyklami.



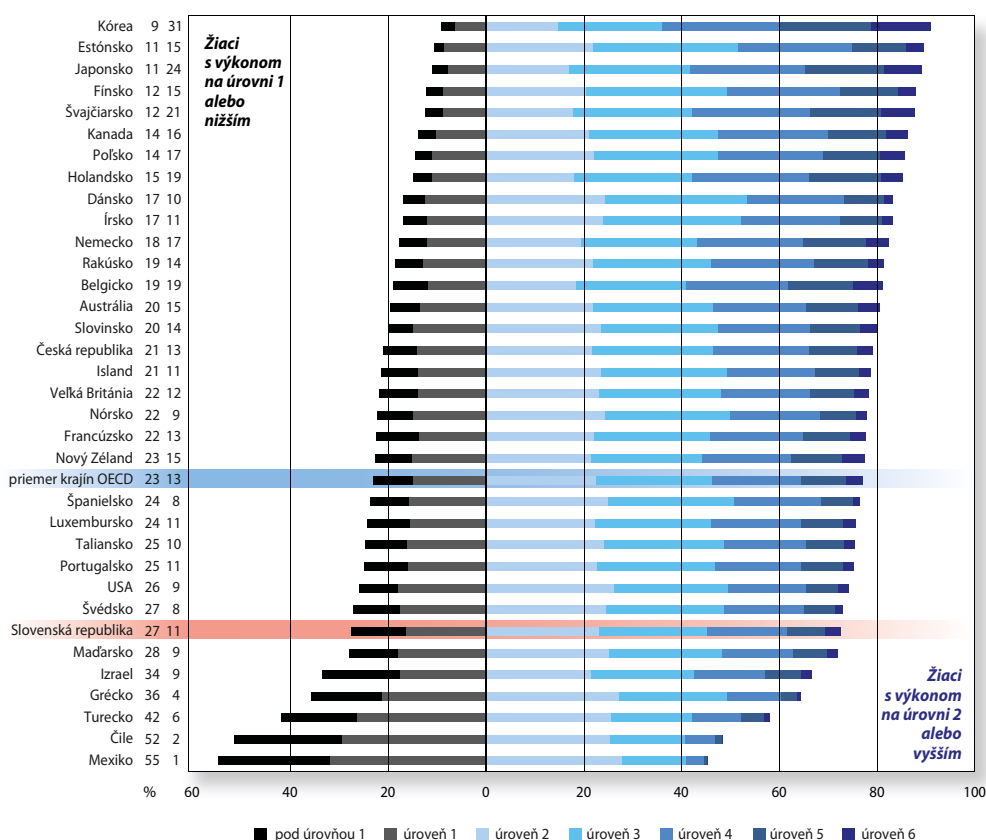
Poznámka: Krajiny so signifikantne významnou priemernou ročnou zmenou výkonu sú znázornené modrou farbou

Graf 3.2 Vzťah medzi priemernou ročnou zmenou výkonu a priemerným skóre krajiny v PISA 2003 pre krajiny OECD

Slovenská republika patrí v obidvoch porovnaníach medzi krajiny, ktorých **výkon v matematickej gramotnosti** – od ich zapojenia sa do štúdie PISA v roku 2003, až po cyklus v roku 2012 – **sa významne znížil**. **Výkon** medzi rokmi **2003 a 2012 klesol o 17 bodov** a **priemerná ročná zmena výkonu** predstavuje **každoročný pokles výkonu o 1,4 bodu**. (Graf 3.2)

Pri podrobnejšom pohľade na výsledky všetkých cyklov patrí **Slovensko** medzi krajiny OECD, ktorých výkon vykazuje **plynulú negatívnu ročnú zmenu**. Spolu so Slovenskom do tejto skupiny krajín patrí aj Austrália, Belgicko, Kanada, Česká republika, Dánsko, Island, Holandsko a Švédsko. Naopak, medzi krajiny OECD so **zrýchlenou pozitívnou ročnou zmenou** patrí Poľsko, medzi krajiny OECD s **plynulou pozitívnou ročnou zmenou** výkonu patria Čile, Nemecko, Izrael, Taliansko, Portugalsko a Turecko. Krajiny, ktorých výkon sa prejavuje **spomalenou pozitívnou zmenou** sú Grécko a Mexiko. Väčšina krajín OECD môže svoj výkon porovnávať v rámci 4 resp. 3 cyklov, do ktorých bola zapojená. Európske krajiny, ktoré v testovaní PISA patria medzi najúspešnejšie, napr. Lichtenštajnsko, Švajčiarsko a Estónsko, vykazujú **nevýraznú priemernú ročnú zmenu** výkonu. Prekvapením je Fínsko, ktoré spolu s Maďarskom a Novým Zélandom tvoria skupinu krajín, u ktorých môžeme skonštatovať **zrýchlenú negatívnu zmenu priemerného ročného výkonu**. (Príloha Tabuľka P4)

3.2.2 Výsledky žiakov z pohľadu vedomostných úrovní



Poznámka: čísla za názvom krajiny určujú v %: prvé – podiel žiakov v rizikovej skupine, druhé – v top skupine

Graf 3.3 Percentá žiakov zaradených do jednotlivých vedomostných úrovní v krajinách OECD

Z pohľadu zaradenia výkonu žiakov do jednotlivých **vedomostných úrovní** matematickej gramotnosti (Graf 3.3) môžeme skonštatovať, že medzi krajiny OECD s najmenším podielom žiakov v **rizikovej skupine** (menej ako 10 %) patrí Kórea. Naopak medzi krajiny s najvyšším podielom žiakov v tejto skupine, presahujúcim 50 %, patrí Čile a Mexiko. **Slovenská republika (27 %)** spolu s Talianskom, Portugalskom, USA, Švédskom, Maďarskom, Izraelom, Gréckom a už spomínaným Čile a Mexikom, patria medzi krajiny, ktorých percentuálny podiel žiakov v **rizikovej skupine presahuje 25 %**, čo znamená, že v týchto krajinách **minimálne každý štvrtý žiak nedosahuje úroveň ani základných matematických vedomostí a zručností**.

Pri pohľade na zastúpenie žiakov dosahujúcich výkon na **top úrovni**, viac ako **20 % žiakov** patrí do tejto skupiny vo Švajčiarsku, Japonsku a Kórei. Na druhej strane v Grécku, Čile a Mexiku dosahuje výkon na tejto úrovni menej ako 5 % žiakov. Do top úrovne sa svojím výkonom zaraďuje v **Slovenskej republike (11 % žiakov)**, Írsku, Islande, Luxembursku, Portugalsku, Dánsku, Taliansku, Nórsku, USA, Maďarsku a Izraeli približne **každý desiaty žiak**.

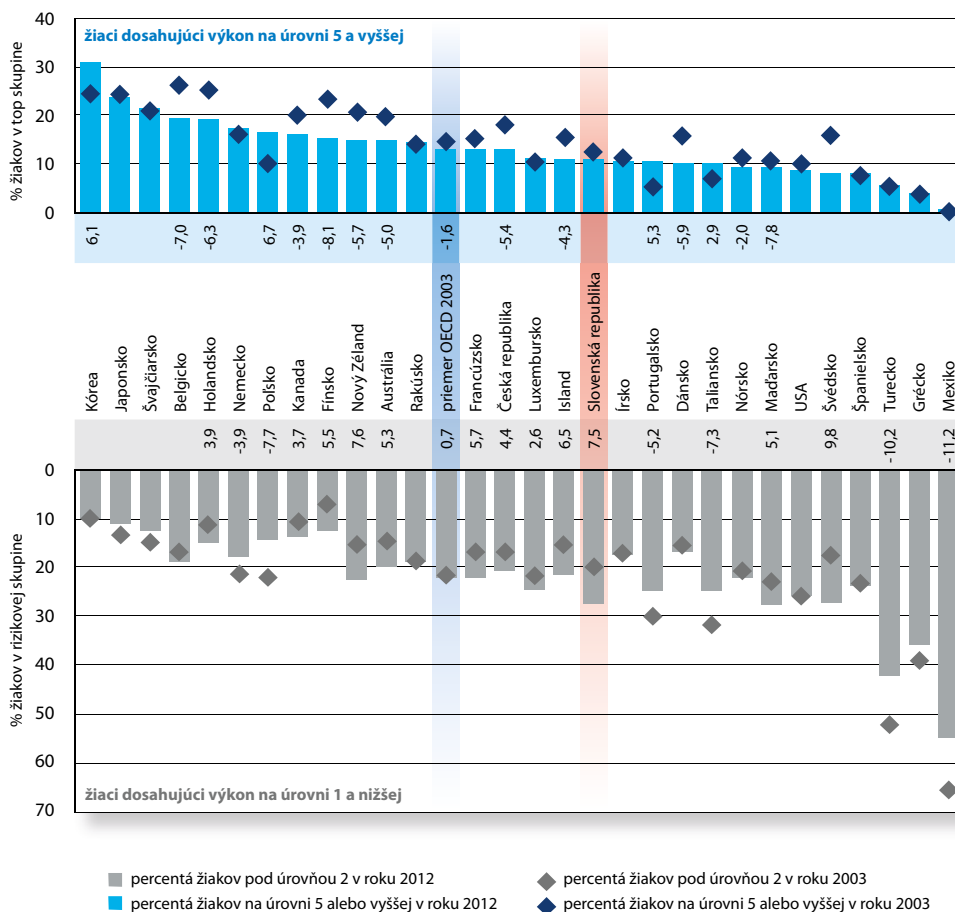
Zmeny v dosiahnutom skóre krajiny môžu byť dôsledkom zmien, ktoré sa uskutočnili vo vzdelávacom systéme krajiny, alebo napr. dôsledkom **zmien percentuálneho podielu žiakov** zastúpených v **jednotlivých vedomostných úrovniach** výkonu. Niektoré krajiny OECD svoj **výkon** v porovnaní s rokom 2003 **zvýšili** najmenej o 20 bodov, napr. Mexiko, Poľsko, Turecko a Taliansko, a zároveň zaznamenali aj výraznejšie **zníženie počtu žiakov v rizikovej skupine**. V Mexiku sa znížil percentuálny podiel žiakov v rizikovej skupine o viac ako 11 %, v Turecku o viac ako 10 % a v Poľsku a Taliansku o viac ako 7 %. To, že sa **Poľsko** zaradilo svojím **výkonom** v hodnotení matematickej gramotnosti **do prvej desiatky krajín OECD** však nesúvisí len s **poklesom žiakov v rizikovej skupine**, ale zrejme aj s významným **nárastom** podielu žiakov v **top skupine** (o 6,7 % žiakov). Významný nárast žiakov v top skupine zaznamenala aj Kórea (o viac ako 6 % žiakov), Portugalsko (o viac ako 5 %) a Taliansko (takmer o 3 % žiakov).

Slovenská republika patrí medzi krajiny, ktoré naopak zaznamenali **významný nárast počtu žiakov v rizikovej skupine – o viac ako 7 %** v porovnaní s rokom 2003. To, že výkon slovenských žiakov v matematickej gramotnosti klesá, je zrejme dôsledkom **plynulého nárastu počtu žiakov** dosahujúcich **výkon iba pod úrovňou 2** v priebehu jednotlivých cyklov štúdie PISA. Mierne dobrou správou sa zdá zistenie, že napriek poklesu výkonu slovenských žiakov, ich zastúpenie v **top skupine, sa významne nemení a je porovnateľné s predchádzajúcimi cyklami**. Podobný trend výkonu ako SR zaznamenalo aj Francúzsko, Maďarsko a Luxembursko.

Handwritten mathematical notes on a piece of paper. The text includes:

- α - decay
- Energy released
- Stability against
- $E_0 \gamma T_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_N}\right)$
- Σ (large blue symbol)
- $\approx$ (large blue symbol)
- π (large blue symbol)
- $Q = M_N(Z, A) - M_N(Z-2, A-4) - M_\alpha(\alpha)$
- $= (b_{Z-2} - b_{Z, N})(A-4) + 4(b_\alpha - b_{Z, N})$

Large blue symbols overlaid on the text include: Σ , $\approx$, π , α , ω , and a large $>$.

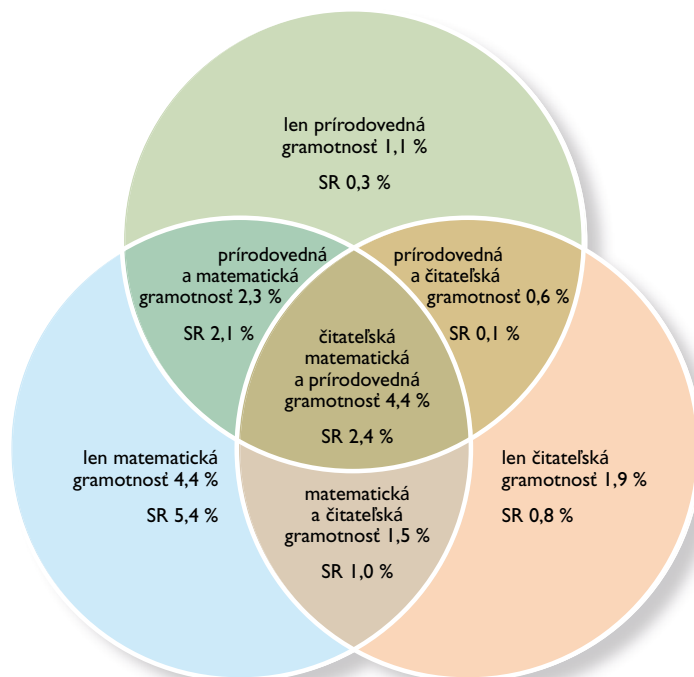


Poznámka: štatisticky významná zmena percentuálneho podielu žiakov v rizikovej alebo top skupine je v grafe vyznačená číselným údajom pod resp. nad názvom krajiny

Graf 3.4 Percentuálny podiel žiakov v rizikovej skupine a top skupine v matematickej gramotnosti v rokoch 2003 a 2012 v krajinách OECD

Najvýraznejší nárast počtu žiakov s výkonom **nedosahujúcim ani úroveň 2** zaznamenalo **Švédsko**, takmer **10 %**, zároveň zaznamenalo aj jeden z **najvyšších poklesov** percentuálneho **podielu žiakov v top skupine**, o takmer **8 %** v porovnaní s rokom 2003. Všetky tieto zmeny majú vplyv aj na dosiahnuté skóre v štúdii PISA 2012, kde z krajín OECD Švédsko zaznamenalo **najvýznamnejší bodový pokles skóre o 31 bodov**. Podobnú zmenu v zastúpení žiakov v top a rizikovej skupine a zároveň zníženie dosiahnutého výkonu v porovnaní s rokom 2003 zaznamenal aj Island, Česká republika, Austrália, Nový Zéland, Fínsko, Kanada a Holandsko.

Len malý podiel žiakov dosahuje **top úroveň** v jednotlivých skúmaných oblastiach štúdie PISA (Obrázok 3.2). V priemere krajín OECD v matematickej gramotnosti dosiahlo výkon na top úrovni 12,6 % žiakov (SR 11 %), v čitateľskej aj prírodovednej gramotnosti zhodne 8,4 % žiakov (SR 4,4 % a 4,9 % žiakov). Ešte menší je podiel žiakov, ktorí dosahujú **úroveň 5 a vyššiu zároveň vo všetkých troch testovaných oblastiach**. V priemere krajín OECD tvorí túto skupinu asi 4,4 % žiakov a v SR svojim výkonom dosahuje top úroveň vo všetkých troch oblastiach len 2,4 % žiakov. Títo žiaci sú schopní čerpať informácie z viacerých poskytnutých zdrojov a riešiť zložité problémy, ktoré ich obklopujú. Majú tie najlepšie predpoklady uplatniť sa na trhu práce a vyberať si zo širokej škály pracovných príležitostí.

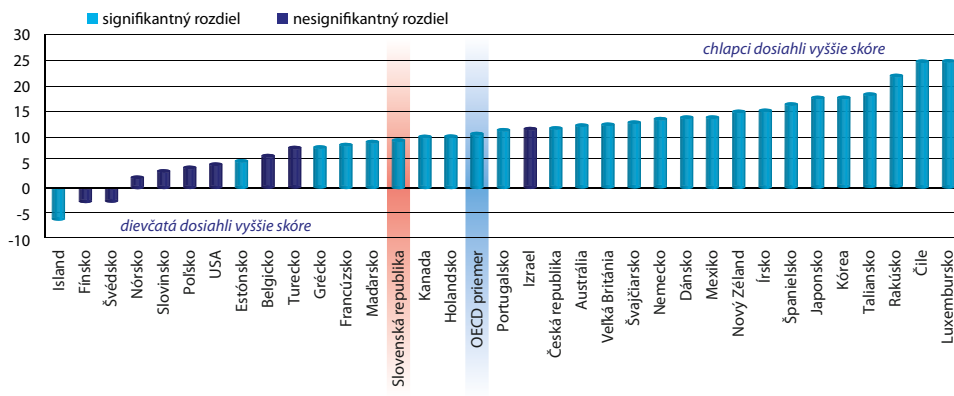


Obrázok 3.2 Prienik top úrovní v čitateľskej, matematickej a prírodovednej gramotnosti v OECD krajinách a SR

Viac ako 6 % žiakov v krajinách OECD dosahuje top výkon vo všetkých troch testovaných oblastiach v Kórei (8,1 %), Novom Zélande (8,0 %), Austrálii (7,6 %), Fínsku (7,4 %), Kanade (6,5 %), Poľsku (6,1 %), Holandsku (6 %), Belgicku (6 %). Ešte výraznejšie zastúpenie v tejto skupine žiakov, dosahujú žiaci partnerských krajín, a to v Šanghaj-Čína (19,6 %), Singapure (16,4 %), Japonsku (11,3 %) a Hong Kong-Čína (10,9 %). Naopak v štyroch krajinách OECD (Čile, Grécko, Mexiko a Turecko) patrí do tejto skupiny maximálne 1 % žiakov.

3.2.3 Rozdiely v dosiahnutých výsledkoch dievčat a chlapcov

Na úrovni krajín OECD bol zaznamenaný **štatisticky významný rozdiel** (približne 11 bodov) vo výkone **dievčat (489 bodov)** a **chlapcov (499 bodov)** v **prospech chlapcov**. (graf 3.5). Signifikantne významný rozdiel výkonu v prospech chlapcov bol nameraný v 24 krajinách. Viac ako 20 bodový rozdiel vo výkone bol zistený v Rakúsku, Čile a Luxembursku, rozdiel 10 a menej bodov bol zaznamenaný v Estónsku, Grécku, Francúzsku, Kanade a Holandsku. Len v **9 krajinách OECD** dosiahli dievčatá a chlapci **porovnateľný výkon**. Signifikantne vyšší výkon dosiahli dievčatá len v 1 krajine OECD – Island (6 bodov).



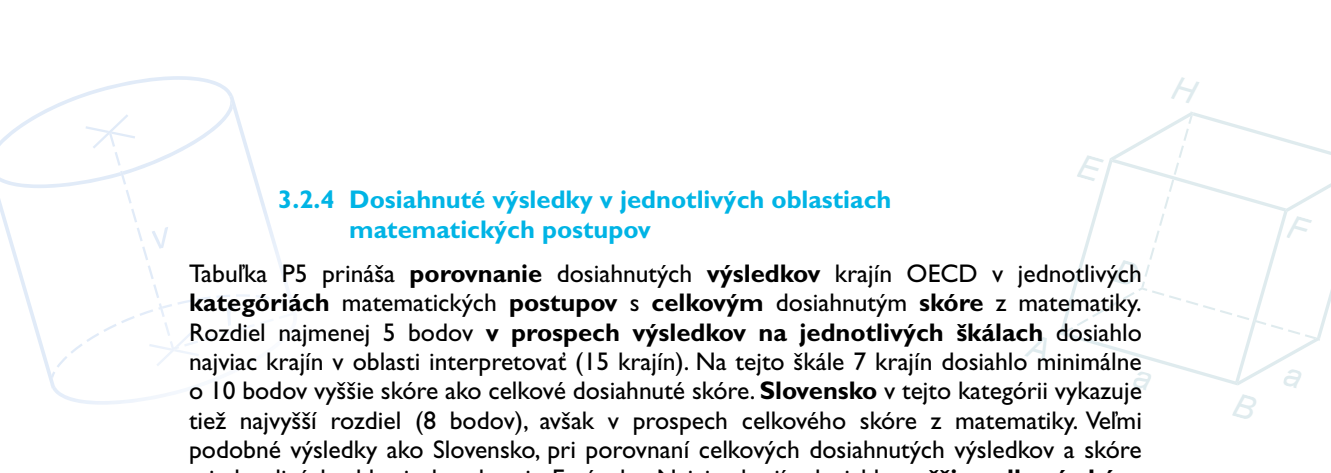
Graf 3.5 Rozdiel dosiahnutého skóre medzi dievčatami a chlapcami v krajinách OECD

Svojím výkonom sa **slovenskí chlapci (486 bodov)** v roku 2012 dostali na približne rovnakú úroveň akú dosiahli dievčatá v štúdiu PISA 2003, kedy tvoril rozdiel vo výkone dievčat a chlapcov 19 bodov. Aj keď sa tento **rozdiel** v roku **2012** znížil na **9 bodov, zostáva naďalej významný**. Hoci sa **výkon dievčat** aj **chlapcov** v roku **2012** v **porovnaní s rokom 2003 významne znížil**, zaznamenávame výraznejší pokles výkonu u chlapcov (21 bodov) ako u dievčat (12 bodov). Aj pri porovnaní percentuálneho zastúpenia dievčat a chlapcov v rizikovej a top skupine vidíme, že ako u dievčat, tak aj u chlapcov sa **významne zvýšil podiel žiakov v rizikovej skupine** a znovu je tento nárast výraznejší u chlapcov (9,6 %) ako u dievčat (5,3 %).

Zníženie percentuálneho podielu v **top skupine** v porovnaní s rokom 2003 **nie je** ani u dievčat (1,7 %), ani u chlapcov (1,9 %) štatisticky **významné**.

Tabuľka 3.2 Porovnanie celkového skóre, rozdielu výkonu dievčat a chlapcov a ich podiel v rizikovej a top úrovni výkonu v SR a priemere krajín OECD

		2003								2012							
		Celkové skóre		rozdiel CH-D		riziková skupina		top skupina		Celkové skóre		rozdiel CH-D		riziková skupina		top skupina	
		skóre	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	skóre	S.E.	%	S.E.	%	S.E.	%	S.E.
chlapci	SR	507	(3,9)	19	(3,7)	18,0	(1,6)	15,4	(1,1)	486	(4,1)	9	(4,5)	27,6	(1,6)	13,6	(1,3)
	OECD	505	(0,7)	11	(0,8)	20,8	(0,3)	16,8	(0,2)	499	(0,6)	11	(0,6)	21,5	(0,2)	15,1	(0,2)
dievčatá	SR	489	(3,6)			22,0	(1,7)	9,8	(0,9)	477	(4,1)			27,3	(1,7)	8,1	(1,5)
	OECD	494	(0,7)			22,2	(0,3)	12,5	(0,2)	489	(0,5)			23,0	(0,2)	10,9	(0,2)

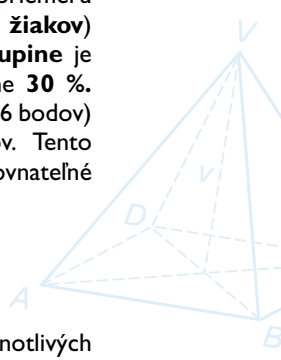


3.2.4 Dosiahnuté výsledky v jednotlivých oblastiach matematických postupov

Tabuľka P5 prináša **porovnanie** dosiahnutých **výsledkov** krajín OECD v jednotlivých **kategóriách** matematických **postupov** s **celkovým** dosiahnutým **skóre** z matematiky. Rozdiel najmenej 5 bodov v **prospech výsledkov na jednotlivých škálach** dosiahlo najviac krajín v oblasti **interpretovať** (15 krajín). Na tejto škále 7 krajín dosiahlo minimálne o 10 bodov vyššie skóre ako celkové dosiahnuté skóre. **Slovensko** v tejto kategórii vykazuje tiež najvyšší rozdiel (8 bodov), avšak v prospech celkového skóre z matematiky. Veľmi podobné výsledky ako Slovensko, pri porovnaní celkových dosiahnutých výsledkov a skóre v jednotlivých oblastiach, vykazuje Estónsko. Najviac krajín dosiahlo **vyššie celkové skóre z matematiky** v porovnaní s výsledkami na jednotlivých škálach v kategórii **vyjadriť**.

Vo väčšine krajín OECD zostal aj v jednotlivých oblastiach matematických postupov zachovaný trend **vyššieho** dosiahnutého **výkonu chlapcov** v porovnaní s dievčatami. V kategórii **vyjadriť** je tomu tak v 30 krajinách, v oblastiach **použiť** a **interpretovať** v 22 krajinách OECD. **Dievčatá** dosiahli **významne vyššie skóre** ako chlapci iba na škále **použiť** v jednej krajine – **Island** (7 bodov) a na škále **interpretovať** v dvoch krajinách – **Island** a **Fínsko** (11 bodov). Najvýraznejší rozdiel, viac ako 30 bodov v prospech chlapcov, bol zaznamenaný v oblasti **vyjadriť** v Luxembursku a Rakúsku.

Žiaci na Slovensku vo všetkých troch kategóriách matematických postupov: **vyjadriť** (**480 bodov**), **použiť** (**485 bodov**) a **interpretovať** (**473 bodov**) dosiahli výkon, ktorý je **signifikantne nižší ako priemer krajín OECD** (492; 493 a 497 bodov). **Najnižšie skóre** dosiahli naši žiaci v oblasti **interpretovať**, v ktorej je rozdiel oproti výkonu priemeru krajín OECD nižší o 24 bodov. Aj zastúpenie žiakov SR v **top skupine** (**9,8 % žiakov**) je v tejto oblasti **najnižšie**. Zároveň percentuálny podiel žiakov v **rizikovej skupine** je v kategórii **interpretovať**, podobne ako v oblasti **vyjadriť** vysoký a tvorí približne **30 %**. Chlapci SR dosiahli významne lepšie výsledky ako dievčatá v kategóriách **vyjadriť** (o 16 bodov) a **interpretovať** (o 9 bodov). V oblasti **použiť** je výkon chlapcov vyšší o 7 bodov. Tento rozdiel však nie je signifikantne významný a dievčatá tak dosahujú v tejto oblasti porovnateľné výsledky ako chlapci.



3.2.5 Dosiahnuté výsledky v jednotlivých oblastiach matematického obsahu

Tabuľka P6 zobrazuje **porovnanie** dosiahnutých **výsledkov** krajín OECD v jednotlivých **oblastiach** matematického **obsahu** s **celkovým** dosiahnutým **skóre** v matematike. V obsahovej kategórii **priestor a tvar** sme zaznamenali najvýraznejšie rozdiely medzi dosiahnutými výsledkami na danej škále a celkovým skóre krajiny. Slovenská republika patrí medzi 5 krajín, ktoré v tejto oblasti dosiahli vyššie skóre, minimálne o 5 bodov, v porovnaní s celkovými dosiahnutým skóre. Krajiny OECD, ktorých žiaci získali najvyššie bodové hodnotenie v matematike Kórea, Japonsko a Švajčiarsko, dosiahli na tejto škále ešte vyššie výsledky, minimálne o 10 bodov. Naopak, aspoň o 15 bodov vyššie celkové skóre v porovnaní s výkonom v tejto kategórii, dosiahli krajiny Írsko, Veľká Británia, USA, Izrael, Grécko a Holandsko.

Aj v jednotlivých oblastiach matematického obsahu môžeme konštatovať, že vo **väčšine krajín** OECD dosiahli **chlapci významne lepšie výsledky ako dievčatá**. V kategóriách: zmena, vzťahy a závislosti; náhodnosť a dáta v 21 krajinách a priestor a tvar; kvantita v 27 krajinách. **Dievčatá** dosiahli **signifikantne vyššie skóre** ako chlapci v kategóriách: **priestor a tvar** – **Island** (8 bodov), **kvantita** – **Švédsko** (7 bodov), **náhodnosť a dáta** – **Island** (11 bodov) a **Fínsko** (5 bodov).

Žiaci **Slovenskej republiky** v kategóriách **zmeny, vzťahy a závislosti (474 bodov)**, **náhodnosť a dáta (472 bodov)**, **kvantita (486 bodov)** získali **signifikantne nižšie skóre** ako **priemer krajín OECD (494, 493 a 495 bodov)**. V oblasti **priestor a tvar (490 bodov)** dosiahli výsledok **zhodný s priemerným výsledkom krajín OECD (490 bodov)**. **Najnižšie skóre** dosiahli naši žiaci v kategórii **náhodnosť a dáta**, v ktorej je rozdiel oproti výkonu priemeru krajín OECD nižší o 21 bodov. Zastúpenie žiakov SR v **top skupine (8,7 % žiakov)** je v tejto oblasti **najnižšie** a zároveň je v nej aj **najvyšší podiel žiakov v rizikovej skupine**, takmer **30 %**. Vo **všetkých štyroch oblastiach** matematického obsahu patrí do **rizikovej skupiny každý štvrtý žiak** na **Slovensku**. Naopak, do **top skupiny** žiakov, sa na **Slovensku** zaraďuje iba približne **každý desiaty žiak** v kategóriách zmena, vzťahy a závislosti; priestor a tvar; kvantita. Chlapci SR dosiahli významne lepšie výsledky ako dievčatá v kategóriách priestor a tvar (o 15 bodov), kvantita a náhodnosť a dáta (zhodne o 11 bodov). V oblasti zmena, vzťahy a závislosti je výkon chlapcov vyšší o 4 body. Tento rozdiel však nie je signifikantne významný a dievčatá tak dosahujú v tejto oblasti porovnateľné výsledky ako chlapci.

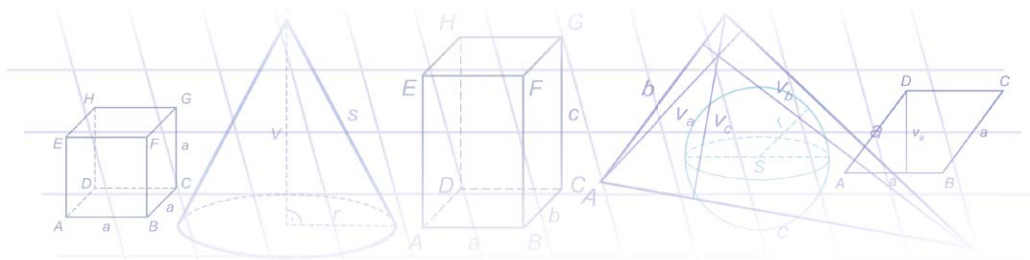
3.2.6 Elektronické testovanie

Do elektronického testovania matematickej gramotnosti bolo celkovo zapojených 32 krajín, z toho 23 krajín OECD (Tabuľka 3.3). Krajiny, ktoré patrili medzi najúspešnejšie v papierovej forme testovania matematickej gramotnosti, dosiahli vysokú úroveň aj v jeho elektronickej podobe. Všeobecne môžeme skonštatovať **vysokú mieru korelácie medzi výkonom v oboch typoch testovaní**.

Vo výkone niektorých krajín sa však vyskytli aj rozdiely. Z krajín OECD najvýraznejší rozdiel medzi výsledkami papierového a elektronického testovania zaznamenalo Poľsko (28 bodov) a Izrael (20 bodov), Slovinsko (14 bodov) v prospech papierovej formy testovania. Naopak niektoré krajiny dosiahli o viac ako 10 bodov vyššie skóre v elektronickej testovaní, napr. USA (17 bodov) a Taliansko (14 bodov), Francúzsko (13 bodov), Švédsko (12 bodov). **Chlapci (503 bodov)** aj v tomto type testovania **dosiahli signifikantne vyššie skóre ako dievčatá (491 bodov)** na úrovni priemeru krajín OECD, a zároveň aj v ďalších 19 krajinách OECD. Porovnateľný výkon dosiahli chlapci a dievčatá v 4 krajinách OECD.

Žiaci **Slovenskej republiky** dosiahli v **elektronickej forme testovania skóre 497 bodov**, čo je **o 15 bodov viac ako v klasickej papierovej forme**. Svojím výkonom sa tak zaradili medzi krajiny, ktorých výkon je **na úrovni priemeru krajín OECD (497 bodov)**. Výkon slovenských chlapcov bol v porovnaní s dievčatami významne vyšší o 11 bodov.

Tabuľka 3.3 uvádza výsledky krajín OECD aj na tzv. kombinovanej matematickej škále, ktorá obsahuje výsledky tak elektronickej, ako aj papierovej formy testovania matematickej gramotnosti.



Tabuľka 3.3 Výsledky krajín OECD zapojených do elektronického testovania matematickej gramotnosti iba v elektronickom testovaní a na kombinovanej škole (elektronická a papierová forma)¹¹

Matematická gramotnosť – počítačové testovanie										Matematická gramotnosť – kombinovaná matematická škola									
Krajiny OECD	priemerné skóre krajiny	S.E.	priemerné skóre podľa pohlaví			Krajiny OECD	priemerné skóre krajiny	S.E.	priemerné skóre podľa pohlaví										
			skóre	chlapci	S.E.				skóre	chlapci	S.E.	skóre	chlapci	S.E.					
Kórea	553	(4,5)	561	(6,0)	♂	543	(5,2)			553	(4,4)	561	(5,7)	♂	544	(4,9)			
Japonsko	539	(3,3)	546	(4,4)	♂	531	(3,0)			538	(3,3)	545	(4,4)	♂	529	(3,1)			
Kanada	523	(2,2)	532	(2,5)	♂	514	(2,3)			520	(1,9)	527	(2,2)	♂	514	(2,0)			
Estónsko	516	(2,2)	521	(2,6)	♂	512	(2,5)			518	(1,9)	522	(2,3)	♂	515	(2,1)			
Belgicko	511	(2,4)	516	(2,8)	♂	507	(2,8)			513	(2,1)	517	(2,6)	♂	509	(2,5)			
Nemecko	509	(3,3)	514	(3,7)	♂	504	(3,5)			511	(2,9)	517	(3,2)	♂	506	(3,2)			
Francúzsko	508	(3,3)	516	(3,7)	♂	501	(3,5)			506	(2,8)	517	(4,0)	♂	496	(3,2)			
Austrália	508	(1,6)	512	(2,2)	♂	503	(2,1)			506	(1,5)	511	(2,2)	♂	500	(1,9)			
Rakúsko	507	(3,5)	518	(4,7)	♂	497	(3,7)			503	(3,6)	507	(4,1)	♂	500	(3,7)			
Taliansko	499	(4,2)	507	(4,6)	♂	489	(4,9)			502	(2,5)	508	(3,2)	♂	496	(2,7)			
USA	498	(4,1)	498	(4,4)	○	498	(4,2)			498	(2,3)	507	(2,8)	♂	490	(2,3)			
Nórsko	498	(2,8)	499	(3,1)	○	496	(3,1)			497	(2,3)	506	(3,3)	♂	489	(2,3)			
Slovenská republika	497	(3,5)	503	(4,0)	♂	491	(4,0)			494	(1,2)	495	(1,9)	○	493	(1,9)			
Dánsko	496	(2,7)	506	(3,2)	♂	486	(2,8)			493	(3,7)	500	(4,4)	♂	486	(4,2)			
Írsko	493	(2,9)	502	(3,9)	♂	484	(3,0)			493	(2,4)	495	(2,6)	○	492	(3,0)			
Švédsko	490	(2,9)	497	(3,4)	♂	483	(3,0)			490	(3,7)	491	(3,9)	○	488	(3,9)			
Poľsko	489	(4,0)	495	(4,4)	♂	484	(4,2)			Slovenská republika	(3,3)	494	(3,9)	♂	484	(3,8)			
Portugalsko	489	(3,1)	499	(3,5)	♂	479	(3,1)			Portugalsko	(3,2)	496	(3,6)	♂	480	(3,2)			
Slovensko	487	(1,2)	488	(1,9)	○	486	(1,8)			Švédsko	(2,2)	487	(2,9)	○	481	(2,4)			
Španielsko	475	(3,2)	481	(3,4)	♂	469	(3,4)			Španielsko	(2,4)	485	(2,8)	♂	473	(2,6)			
Maďarsko	470	(3,9)	476	(4,5)	♂	464	(4,1)			Maďarsko	(3,3)	479	(3,8)	♂	468	(3,7)			
Izrael	447	(5,6)	448	(9,2)	○	445	(4,3)			Izrael	(5,0)	460	(8,3)	○	453	(3,6)			
Čile	432	(3,3)	442	(3,9)	♂	423	(3,7)			Čile	(2,9)	439	(3,6)	♂	417	(3,1)			
OECD priemer	497	(0,7)	503	(0,9)	♂	491	(0,7)			OECD priemer	(0,6)	503	(0,8)	♂	491	(0,7)			

S.E. štandardná chyba ○ výkon chlapcov je významne vyšší ako výkon dievčat ○ výkon chlapcov je porovnateľný s výkonom dievčat

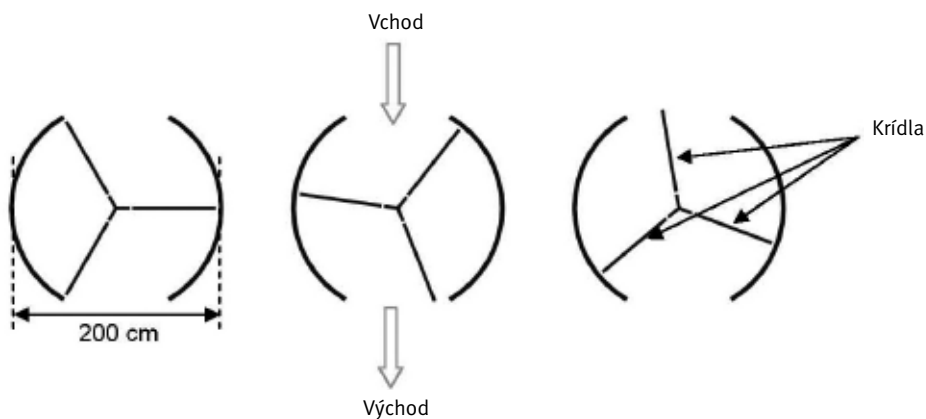
¹¹ viac informácií o výsledkoch elektronického testovania sa dozviete v: PISA 2012 Prvé výsledky medzinárodného výskumu 15-ročných žiakov z pohľadu Slovenska, Bratislava: NÚCEM; Príloha – výsledky PISA 2012, Bratislava: NÚCEM; PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do, Student Performance in Mathematics, Reading and Science, Volume I http://www.nuعم.sk/documents/127/medzinarodne_merania/pisa/publikacie_a_diseminacia/4_inel/PISA_2012.pdf

PRÍLOHY

PRÍKLADY UVOĽNENÝCH ÚLOH

OTÁČACIE DVERE

Otáčacie dvere sa skladajú z troch krídel, ktoré rotujú v priestore v tvare kruhu. Vnútorný priemer tohto priestoru je 2 metre (200 centimetrov). Tri dverové krídla rozdeľujú priestor na tri rovnaké sektory. Na nákrese sú zobrazené dverové krídla v troch rozličných pozíciách pri pohľade zhora.



Otázka I: OTÁČACIE DVERE

PM995Q01 – 0 1 9

Aká je veľkosť uhla v stupňoch, ktorý zvierajú dve dverové krídla?

Veľkosť uhla:°

ZÁMER OTÁZKY I

Opis:	Vypočítať veľkosť stredového uhla kruhového výseku
Matematický obsah:	Priestor a tvar
Kontext:	Vedecký
Matematický postup:	Použitie matematických pojmov, faktov, postupov a uvažovania
Obťažnosť:	512,3 bodu (úroveň 3)

HODNOTENIE OTÁZKY I

Správna odpoveď

Kód I: 120

[akceptovať aj zodpovedajúci
tupý uhol 240°]

Nesprávna odpoveď

Kód 0: Iné odpovede.

Kód 9: Chýbajúca odpoveď.

Tabuľka P1 Percentuálne zastúpenie správnych odpovedí vo vybraných krajinách a priemere krajín OECD spolu a podľa pohlavia

Krajina	spolu	dievčatá	chlapci
Česká republika	56,0	51,3	59,8
Maďarsko	55,2	51,6	59,1
Poľsko	70,7	67,0	74,4
Slovenská republika	54,9	53,4	56,2
Rakúsko	58,2	52,8	63,1
Priemer krajín OECD	57,7	54,8	60,5

KOMENTÁR OTÁZKY 1:

Prvá otázka sa môže zdať ako pomerne jednoduchá, zistiť veľkosť uhla (120°) medzi dvoma krídlami otáčacích dverí. Položka je však zaradená do vedomostnej úrovne 3. Dôvodom jej zaradenia je okrem špecifického zobrazenia a matematizácie úlohy aj porozumenie geometrii kruhu. Len na základe popisu sa od žiakov vyžaduje predstava trojrozmerných otáčacích dverí. Je nutné, aby tiež pochopili, že všetky tri obrázky v úvodnom podnete poskytujú rozdielne dvojrozmerné informácie o tých istých otáčacích dverách: prvý obrázok znázorňuje priemer; druhý smer, ktorým ľudia vchádzajú a vychádzajú z dverí a tretí označuje krídla dverí. Aby žiak matematicky interpretoval uvedené obrázky, je od neho na vyššej úrovni vyžadovaná schopnosť základnej matematickej reprezentácie. Táto otázka je zaradená z hľadiska matematického obsahu do kategórie priestor a tvar, pretože vyžaduje vedomosti o tom, že úplná otáčka dverí tvorí 360° uhol, a tiež vytvorenie si priestorovej predstavy na základe obrázku.

Obrázky poskytujú pohľad zhora, ale žiaci si musia predstaviť skutočné otáčacie dvere, hlavne pri riešení otázky 2 a 3.

Na túto otázku odpovedalo v priemere krajín OECD správne 57,7 % žiakov, nesprávne 32,8 % a neodpovedalo 9,5 % žiakov. V Slovenskej republike správne odpovedalo 54,9 % žiakov, nesprávne 33,6 % a neodpovedalo 11,5 % žiakov.

Otázka 2: OTÁČACIE DVERE

PM995Q02 – 0 1 9

Dva **otvory** dverí (na nákrese sú znázornené ako oblúky bodkovanou čiarou) majú rovnakú veľkosť. Ak sú tieto otvory príliš široké, otáčacie krídla nemôžu zabezpečiť izolovaný priestor a vzduch môže voľne prúdiť medzi vchodom a východom, čo spôsobuje nežiaduce tepelné straty alebo zisky. Je to znázornené na obrázku.

Áká je maximálna dĺžka oblúka v centimetroch (cm), ktorú môže mať každý otvor dverí, aby vzduch medzi vchodom a východom nikdy voľne neprúdil?

Maximálna dĺžka oblúka: cm



ZÁMER OTÁZKY 2

Opis:	Interpretovať geometrický model reálnej situácie a vypočítať dĺžku kružnicového oblúka
Matematický obsah:	Priestor a tvar
Kontext:	Vedecký
Matematický postup:	Vyjadriť situáciu matematicky
Obťažnosť:	840,3 bodu (nad úrovňou 6)

HODNOTENIE OTÁZKY 2

Správna odpoveď

Kód 1: Odpovede v rozsahu od 103 do 105. [Uznať odpovede vypočítané ako $1/6$ dĺžky kružnice. ($\frac{100\pi}{3}$). Tiež uznať odpoveď 100, len ak je zrejmé, že to vyplývalo z použitia $\pi = 3$.

Poznámka: Odpoveď 100 bez potrebného výpočtu vyplýva aj z jednoduchého dosadenia s rovnakým polomerom (dĺžka jedného krídla dverí)]

Nesprávna odpoveď

Kód 0: Iné odpovede.

- 209 [uvádza skôr celkovú veľkosť otvorov ako veľkosť „každého“ otvoru]

Kód 9: Chýbajúca odpoveď.

Tabuľka P2 Percentuálne zastúpenie správnych odpovedí vo vybraných krajinách a priemere krajín OECD spolu a podľa pohlavia

Krajina	spolu	dievčatá	chlapci
Česká republika	4,0	3,8	4,2
Maďarsko	2,3	2,2	2,5
Poľsko	3,5	2,9	4,0
Slovenská republika	2,7	2,5	2,9
Rakúsko	4,4	2,9	5,7
Priemer krajín OECD	3,5	3,0	3,9

KOMENTÁR OTÁZKY 2:

Otázka 2 patrila medzi najnáročnejšie a nachádza sa nad hornou hranicou úrovne 6. Je zameraná na hlavný účel otáčacích dverí, ktorým je zabrániť prenikaniu vzduchu z vonkajších priestorov do vnútra budovy a naopak. Vyžaduje náročné geometrické úvahy, ktoré úlohu zaraďujú z hľadiska obsahu do kategórie priestor a tvar. Náročnosť hodnotenia (kódovania) odpovede, ktorá obsahovala viac krokov, viedla k tomu, že otázka bola hodnotená len ako správna alebo nesprávna. Pridelenie plného kreditu vyžadovalo od žiakov komplexné geometrické uvedomenie si, že maximálna veľkosť otvoru dverí je $1/6$ dĺžky kružnice a následne presný výpočet v centimetroch. Otázka je z hľadiska matematických postupov zaradená do kategórie vyjadrenie situácie matematicky a vyžaduje starostlivú analýzu reálnej situácie. Analýza predstavuje viacnásobnú transformáciu otázky do podmienok geometrie a návrat späť do reálnych podmienok. Tak ako ukazuje doplňujúci obrázok v otázke, vzduch by prechádzal zvonka dovnútra a naopak, ak by každá zo stien bola menšia ako dĺžka kružnice prislúchajúca jednému sektoru otáčacích dverí. Vzhľadom k tomu, že každý sektor tvorí jednu tretinu obvodu, steny musia spolu uzatvárať minimálne dve tretiny obvodu. Z toho vyplýva, že na oba otvory pripadá maximálne jedna tretina dĺžky kružnice. Na základe symetrie predného a zadného otvoru je zrejmé, že každý otvor nemôže byť väčší ako $1/6$ dĺžky obvodu ($1/2$ z $1/3$ dĺžky obvodu), čo predstavuje 104,7 cm. Ak bude použitá uvedená šírka otvorov, zabráni sa tak prenikaniu vzduchu z a do budovy. Na úspešné vyriešenie úlohy sú nevyhnutne potrebné základné vedomosti a náročné geometrické úvahy.

Náročnosť úlohy sa odzrkadlila aj na počte žiakov, ktorí otázku vyriešili správne. V priemere krajín OECD otázku správne vyriešilo 3,5 % žiakov, nesprávne 69,6 % a neodpovedalo na ňu 26,9 % žiakov. V Slovenskej republike túto otázku správne vyriešilo len 2,7 % žiakov, nesprávne 66,7 % žiakov. Otázku vôbec neriešilo približne 30,7 % slovenských žiakov.

Otázka 3: OTÁČACIE DVERE

PM995Q03

Dvere urobia 4 úplné otáčky za minútu. V každom z troch sektorov otáčacích dverí je miesto maximálne pre dve osoby.

Aký je maximálny počet osôb, ktoré môžu vstúpiť dverami do budovy počas 30 minút?

- A 60
- B 180
- C 240
- D 720

ZÁMER OTÁZKY 3

- Opis: Nájsť informácie a vytvoriť kvantitatívny model na vyriešenie problému
- Matematický obsah: Kvantita
- Kontext: Vedecký
- Matematický postup: Vyjadriť situáciu matematicky
- Obťažnosť: 561,3 bodu (úroveň 4)

HODNOTENIE OTÁZKY 3

Správna odpoveď

Kód I: D.720

Nesprávna odpoveď

Kód 0: Iné odpovede.

Kód 9: Chýbajúca odpoveď.

Tabuľka P3 Percentuálne zastúpenie správnych odpovedí vo vybraných krajinách a priemere krajín OECD spolu a podľa pohlavia

Krajina	spolu	dievčatá	chlapci
Česká republika	48,5	48,2	48,8
Maďarsko	38,2	36,3	40,2
Poľsko	50,7	49,2	52,2
Slovenská republika	39,6	37,5	41,5
Rakúsko	46,7	44,7	48,5
Priemer krajín OECD	46,4	45,4	47,5

KOMENTÁR OTÁZKY 3:

Otázka 3 je zameraná na iný typ problému, ktorý obsahuje použitie vedomostí a uvažovania, na základe ktorých môžeme úlohu zaradiť do vedomostnej úrovne 4. Počas jednej minúty sa dvere otočia 4 krát, čo znamená $4 \cdot 3 = 12$ sektorov na vstup. Do budovy tak môže počas 1 minúty vstúpiť $12 \cdot 2 = 24$ ľudí. Počas 30 minút môže do budovy vstúpiť $30 \cdot 24 = 720$ ľudí (preto je správna odpoveď D).

Otázka je zaradená z hľadiska matematického obsahu do kategórie kvantita, pretože výpočet správneho počtu ľudí, ktorí môžu vstúpiť do budovy počas 30 minút viacnásobne kombinuje zodpovedajúce údaje (počet ľudí v jednom sektore [2], počet sektorov za otáčku [3], počet otočení za minútu [4], počet minút [30]) s vhodnými matematickými operáciami. Vysoký počet PISA otázok, ktoré sa týkajú proporcionálneho uvažovania, zdôrazňuje ich kľúčový význam v matematickej gramotnosti, hlavne u žiakov, ktorých miera matematických vedomostí dosiahla úroveň typickú pre 15-ročných žiakov. V mnohých reálnych situáciách sa môžeme stretnúť s priamou úmernosťou a pomerom, ktoré tak, ako v tejto úlohe sú často používané v súslednosti úvah. Zosúladenie takejto série úvah si vyžaduje vytvorenie stratégií, ktorými si žiak dáva informácie do logického sledu.

Matematický postup vyjadrenie/sformulovanie v tejto otázke do značnej miery vyžaduje matematizáciu základných matematických vedomostí a zručností. Žiak musí porozumieť reálnej situácii, napríklad pomocou vizualizácie otáčania dverí si predstaví jeden sektor, ktorý tvorí jediný spôsob, akým ľudia môžu vstúpiť do budovy a následne tak môže údaje zadané v otázke použiť správnym spôsobom.

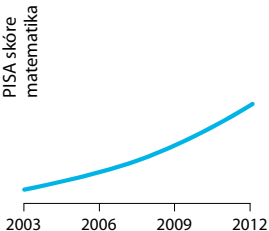
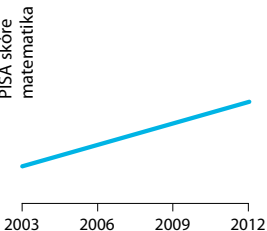
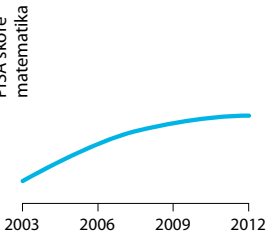
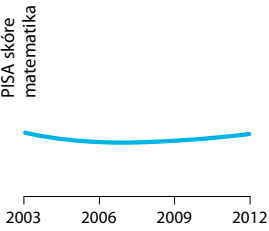
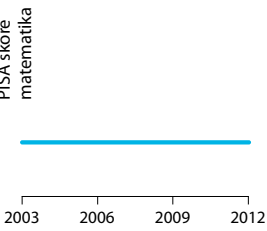
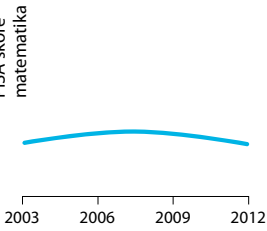
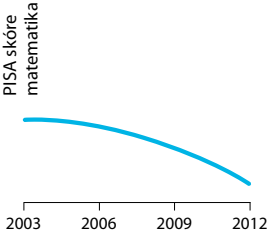
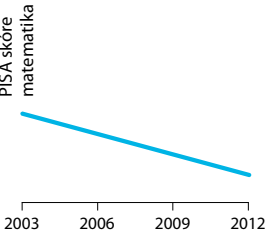
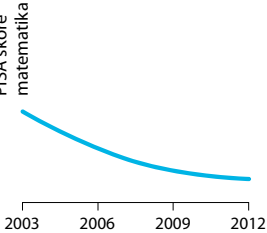
Tretiu otázku správne vyriešilo 46,4 % žiakov krajín OECD, odpoveď A vybralo 9,5 %, odpoveď B 15,8 % a odpoveď C 25 % žiakov, otázku sa nepokúsilo riešiť 3,3 % žiakov. Správnu odpoveď vybralo 39,6 % slovenských žiakov, odpoveď A 16 %, odpoveď B 16,2 % a odpoveď C 25,8 % žiakov.

VŠEOBECNÁ POZNÁMKA

Otázky uvedené v tejto úlohe boli zaradené do kategórie vedecký kontext, aj keď jednoznačne neobsahujú vedecké alebo technické predstavy, rovnako ako mnoho iných položiek zaradených do tejto kategórie. Položky zaradené do vedeckého kontextu spravidla vysvetľujú prečo a ako fungujú veci v reálnom svete.

TABUĽKY

Tabuľka P4 Tvar priebehu krivky priemernej ročnej zmeny výkonu pre krajiny OECD

	Zrýchlenie zmeny	Plynulá zmena	Spomalenie zmeny
Krajiny OECD s pozitívnou ročnou zmenou	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Poľsko	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Čile Portugalsko Izrael Taliansko Nemecko Turecko	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Grécko Mexiko
Krajiny OECD s nevýznamnou ročnou zmenou	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Írsko Japonsko	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Estónsko Slovensko Kórea Španielsko Luxembursko Švajčiarsko Nórsko USA Rakúsko Veľká Británia	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012
Krajiny OECD s negatívnou ročnou zmenou	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Fínsko Maďarsko Nový Zéland	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Austráia Island Belgicko Holandsko Kanada Slovenská Česká republika republika Dánsko Švédsko	 PISA skóre matematika 2003 2006 2009 2012 Francúzsko

Poznámka: Grafy sú ilustratívne. Krajiny OECD sú zoskupené podľa smeru a významnosti ich priemernej ročnej zmeny a miery jej zrýchlenia

Tabuľka P5 Dosiahnutý výkon, rozdiely výkonu, percentuálne zastúpenie žiakov v rizikovej a top skupine v oblastiach matematických postupov

Krajiny OECD	celkové skóre matematika (M)	vyjadriť (V)				použiť (P)				interpretovať (I)				rozdiel*		
		skóre	rozdiel CH – D	% žiakov riziková skupina	% žiakov top skupina	skóre	rozdiel CH – D	% žiakov riziková skupina	% žiakov top skupina	skóre	rozdiel CH – D	% žiakov riziková skupina	% žiakov top skupina	rozdiel V – M	rozdiel P – M	rozdiel I – M
Kórea	554	562	22	10,5	35,5	553	17	8,3	29,7	540	10	11,3	25,5	8	-1	-14
Japonsko	536	554	19	11,6	32,5	530	17	11,4	20,8	531	17	11,9	21,1	18	-6	-5
Švajčiarsko	531	538	20	13,2	26,2	529	9	11,7	20,1	529	12	14,4	22,7	7	-2	-2
Holandsko	523	527	16	15,7	22,7	518	8	14,6	16,5	526	10	16,1	22,1	4	-4	3
Estónsko	521	517	11	14	16,6	524	4	9,4	15,3	513	4	14,3	14	-3	4	-8
Fínsko	519	519	2	15,6	18,5	516	-3	11,9	13,1	528	-11	10,9	18,6	0	-3	9
Kanada	518	516	13	17,6	19,2	517	10	13,9	15,6	521	9	13,9	18,2	-2	-2	3
Polsko	518	516	13	18	19,2	519	-1	13,6	16,8	515	3	14,8	15,3	-2	1	-3
Belgicko	515	512	15	21,1	20,6	516	11	18,2	19,4	513	10	20	19,8	-2	1	-2
Nemecko	514	511	19	20,4	18,9	516	11	16,6	17,8	517	12	18,7	20,2	-3	2	3
Rakúsko	506	499	32	23,4	16	510	20	15,7	13,5	509	16	21,4	18,9	-6	4	3
Austrália	504	498	17	24,8	16,6	500	10	20,1	13,6	514	9	17,7	18,3	-6	-4	10
Írsko	501	492	20	22,7	11,6	502	13	16,1	10,4	507	17	16,8	13,5	-9	1	5
Slovinsko	501	492	8	25,7	14,5	505	3	18,5	14,1	498	1	21,4	13,5	-9	4	-3
Dánsko	500	502	17	18,3	12,4	495	12	18,4	8,2	508	14	16,7	14	2	-5	8
Nový Zéland	500	496	23	25,8	16,5	495	14	23,7	14	511	11	20,9	19,5	-4	-5	11
Česká republika	499	495	17	23,4	13,8	504	12	18,8	13,7	494	9	22,9	13,2	-4	5	-5
Francúzsko	495	483	15	28	12,4	496	8	22,2	12,9	511	4	19,9	19,3	-12	1	16
Veľká Británia	494	489	12	26,1	13,5	492	12	22,8	11,2	501	14	21,4	15,1	-5	-2	7
Island	493	500	-1	20	13,3	490	-7	22,1	9,5	492	-11	23,8	12,7	7	-3	0
Luxembursko	490	482	33	28,7	11,5	493	24	22,9	11,5	495	20	25,1	15,2	-8	3	5
Nórsko	489	489	2	24,8	12,2	486	2	22,9	8,9	499	2	20,9	13,3	0	-3	9
Portugalsko	487	479	17	30,5	12,2	489	9	24,3	10,7	490	12	23,2	11	-8	2	3
Taliansko	485	475	24	29,5	10,1	485	17	24,4	9,8	498	18	23,3	15,9	-10	0	13
Španielsko	484	477	19	28,8	9,9	481	14	24,3	7	495	21	22,1	12,7	-8	-3	11
Slovenská republika	482	480	16	30	12,8	485	7	25,7	11,5	473	9	30,4	9,8	-1	4	-8
USA	481	475	8	30,2	9,9	480	2	26,4	8,7	489	7	24,5	11,8	-6	-1	8
Švédsko	478	479	2	29,1	10,9	474	-5	27,7	7	485	-2	25,8	11	1	-4	7
Maďarsko	477	469	17	32,8	9,7	481	8	26,7	10,1	477	4	28,3	9,6	-8	4	0
Izrael	466	465	15	34,5	9,6	469	9	32,1	9,3	462	17	36,4	10,6	-2	2	-5
Grécko	453	448	13	37,9	3,8	449	6	37,7	3,9	467	8	31,9	7,6	-5	-4	14
Turecko	448	449	10	41,6	6,7	448	6	41,7	6,2	446	9	42,3	5,8	1	0	-2
Čile	423	420	29	52,5	2,2	416	26	54	1,5	433	22	45,9	1,9	-3	-6	10
Mexiko	413	409	20	55,8	1,3	413	13	54,2	0,8	413	10	54,1	0,4	-4	0	0
priemer krajín OECD	494	492	16	26	14,5	493	9	22,7	12,1	497	9	23	14,5	-2	-1	3

Poznámka: * vyjadruje rozdiel dosiahnutého skóre v danej oblasti matematického postupu (V – vyjadriť; P – použiť; I – interpretovať) a celkového dosiahnutého skóre krajiny v mat. gramotnosti (M)

* odtiene farebnej škály vyjadrujú veľkosť rozdielu (čím tmavší odtieň zelenej farby, tým väčší rozdiel v prospech skóre v danej oblasti mat. postupu, čím tmavší odtieň červenej farby, tým väčší rozdiel v prospech celkového skóre (M))

rozdiel CH – D označený boldom vyjadruje signifikantný rozdiel v skóre chlapcov a dievčat v danej oblasti mat. postupu

Tabuľka P6 Dosiahnutý výkon, rozdiely výkonu, percentuálne zastúpenie žiakov v rizikovej a top skupine v oblastiach matematického obsahu

Krajiny OECD	celkové skóre matematická (M)	Zmena vzťahy a závislosti (Z)				Priestor a tvar (P)				Kvantita (K)				Náhodnosť a dáta (N)				rozdiel*			
		celkové skóre zmena, vzťahy a závislosti	rozdiel CH – D	% žiakov riziková skupina	% žiakov top skupina	celkové skóre priestor a tvar	rozdiel CH – D	% žiakov riziková skupina	% žiakov top skupina	celkové skóre kvantita	rozdiel CH – D	% žiakov riziková skupina	% žiakov top skupina	celkové skóre náhodnosť a dáta	rozdiel CH – D	% žiakov riziková skupina	% žiakov top skupina	rozdiel Z – M	rozdiel P – M	rozdiel K – M	rozdiel N – M
Kórea	554	559	21	8,76	39,0	573	20	10,8	23,9	537	12	10,8	23,9	538	18	11,2	24,7	5	19	-16	-16
Japonsko	536	542	22	8,43	31,6	558	18	15,2	17,8	518	19	15,2	17,8	528	12	11,9	19,7	6	21	-18	-8
Švajčiarsko	531	530	12	11,3	27,3	544	19	12,9	22,2	531	10	12,9	22,2	522	14	14,9	19,4	-1	13	0	-9
Holandsko	523	518	8	18,3	14,6	507	16	14,5	23,9	532	10	14,5	23,9	532	9	14,3	24,7	-5	-16	9	9
Estónsko	521	530	6	16	16,0	513	4	11,3	17,1	525	7	11,3	17,1	510	6	13,0	11,9	9	-8	4	-10
Fínsko	519	520	1	16,6	13,8	507	-1	11	17,8	527	-3	11	17,8	519	-5	13,7	16,3	2	-12	8	0
Kanada	518	525	14	17,3	16,1	510	10	16,9	18,4	515	9	16,9	18,4	516	9	14,1	16,2	7	-8	-3	-2
Polsko	518	509	1	15,3	21,4	524	8	13,6	16,7	519	5	13,6	16,7	517	2	14,0	15,6	-8	7	1	-1
Belgicko	515	513	8	21,1	19,3	509	18	18	21,1	519	11	18	21,1	508	7	20,9	19,1	-1	-6	4	-7
Nemecko	514	516	11	19,1	15,8	507	16	17,7	19,1	517	14	17,7	19,1	509	14	19,5	17,4	2	-6	4	-5
Rakúsko	506	506	23	21	14,5	501	37	17,4	14,8	510	17	17,4	14,8	499	18	21,1	12,5	1	-5	5	-7
Austrália	504	509	12	23,4	14,3	497	20	22,2	15,5	500	10	22,2	15,5	508	7	18,5	15,7	5	-8	-4	4
Írsko	501	501	13	26,7	8,3	478	25	17,9	13,7	505	14	17,9	13,7	509	14	15,8	13,0	0	-24	4	7
Slovensko	501	499	4	20,5	16,0	503	6	19,3	14,8	504	7	19,3	14,8	496	-3	21,6	12,5	-2	2	3	-5
Dánsko	500	494	16	18,1	9,3	497	14	18,6	12,6	502	15	18,6	12,6	505	14	16,0	11,5	-6	-3	2	5
Nový Zéland	500	501	17	24,9	13,1	491	27	23,4	15,6	499	14	23,4	15,6	506	8	21,5	17,6	1	-9	-1	6
Česká republika	499	499	7	22,5	14,9	499	22	20,2	15,9	505	10	20,2	15,9	488	11	22,8	9,9	0	0	6	-11
Francúzsko	495	497	11	25,4	12,3	489	16	23,4	14,6	496	9	23,4	14,6	492	1	24,6	13,0	2	-6	1	-3
Veľká Británia	494	496	15	29,5	9,7	475	13	23,8	13,6	494	13	23,8	13,6	502	13	20,1	14,1	2	-19	0	8
Island	493	487	-3	21,7	9,3	489	-8	22,6	14,1	496	-5	22,6	14,1	496	-11	22,0	12,9	-6	-4	4	3
Luxembursko	490	488	25	25,5	11,0	486	34	23,7	13,4	495	23	23,7	13,4	483	23	27,9	11,1	-2	-3	5	-7
Nórsko	489	478	3	27,6	10,6	480	3	22	11,1	492	3	22	11,1	497	-1	19,3	11,1	-12	-10	3	7
Portugalsko	487	486	9	27	14,9	491	15	26,8	9,6	481	12	26,8	9,6	486	12	24,4	9,4	-1	4	-5	-1
Taliansko	485	477	19	26,6	13,6	487	23	24,2	12,5	491	17	24,2	12,5	482	15	25,7	9,7	-9	2	5	-3
Španielsko	484	482	17	27,7	8,6	477	18	24	12,4	491	20	24	12,4	487	16	23,5	9,6	-3	-7	7	2
Slovenská republika	482	474	4	26,3	14,7	490	15	26,8	12,9	486	11	26,8	12,9	472	11	29,9	8,7	-7	8	5	-10
USA	481	488	4	34,4	7,6	463	7	29,3	10,5	478	6	29,3	10,5	488	2	23,1	9,4	7	-18	-4	7
Švédsko	478	469	-5	30,4	7,0	469	3	26,1	9,9	482	-7	26,1	9,9	483	-1	24,9	9,1	-9	-10	3	4
Maďarsko	477	481	6	30	9,4	474	17	29,7	9,9	476	8	29,7	9,9	476	7	27,8	8,6	4	-3	-2	-1
Izrael	466	462	13	39,4	6,8	449	13	30,8	14,1	480	13	30,8	14,1	465	11	33,7	9,7	-4	-17	13	-1
Grécko	453	446	4	43,1	2,9	436	11	35,7	5,6	455	10	35,7	5,6	460	5	31,6	4,5	-7	-17	2	7
Turecko	448	448	-1	45,4	8,6	443	12	44,5	5,8	442	14	44,5	5,8	447	9	40,8	5,4	0	-5	-6	-1
Čile	423	411	32	53,4	2,0	419	31	51,3	2,2	421	22	51,3	2,2	430	19	46,3	1,2	-12	-4	-1	8
Mexiko	413	405	11	54,5	1,1	413	21	53,4	1,4	414	16	53,4	1,4	413	9	54,6	0,3	-9	-1	0	0
priemer krajín OECD	494	493	11	25,8	13,4	490	15	23,5	14,0	495	11	23,5	14,0	493	9	23,1	12,5	-1	-4	1	-1

Poznámka: * vyjadruje rozdiel dosiahnutého skóre v danej oblasti matematického postupu (V – vyjadrit; P – použiť; I – interpretovať) a celkového dosiahnutého skóre krajiny v mat. gramotnosti (M)

* odtiene farebnej škály vyjadrujú veľkosť rozdielu (čím tmavší odtieň zelenej farby, tým väčší rozdiel v prospech skóre v danej oblasti mat. postupu, čím tmavší odtieň červenej farby, tým väčší rozdiel v prospech celkového skóre (M))

rozdiel CH – D označený bboldom vyjadruje signifikantný rozdiel v skóre chlapcov a dievčat v danej oblasti mat. postupu

LITERATÚRA A ZDROJE

OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing.

<http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>, ISBN 978-92-64-19051-1 (PDF)

OECD (2013), *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do, Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*, PISA, OECD Publishing.

<http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en>, ISBN 978-92-64-20111-8 (PDF)

OECD (2014), *PISA 2012 Technical Report*, PISA, OECD Publishing, dostupné na internete,

<http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA-2012-technical-report-final.pdf>

PISA 2012 RELEASED MATHEMATICS ITEMS.

<http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>

PISA 2012 Prvé výsledky medzinárodného výskumu 15-ročných žiakov z pohľadu Slovenska. Bratislava:

NÚCEM. http://www.nucem.sk/documents/27/medzinarodne_merania/pisa/publikacie_a_diseminacia/4_in/PISA_2012.pdf

Príloha – výsledky PISA 2012. Bratislava: NÚCEM.

http://www.nucem.sk/documents/27/medzinarodne_merania/pisa/publikacie_a_diseminacia/4_in/Priloha_PISA_2012.pdf

Kubáček, Z., Kospér, F., Tomachová, A., Koršňáková, P. (2004).

PISA SK 2003 Matematická gramotnosť SPRÁVA. ŠPÚ, Bratislava, 84 s. ISBN 80-85756-88-9

Koršňáková, P., Tomengová, A. (2004). *PISA SK 2003 Národná správa*. ŠPÚ, Bratislava, 40 s. ISBN 80-85756-87-0

Galádová, A., Stovičková, J., Veleg, B. (2015). *PISA 2012 – matematika uvoľnené úlohy*.

Zbierka uvoľnených úloh štúdie PISA 2012 z matematiky. NÚCEM, Bratislava, 80 s. ISBN 978-80-89638-18-5

TEMATICKÁ SPRÁVA – PISA 2012

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ

Zostavila: Andrea Galádová

Spolupracovali: Denisa Lakatošová
Martina Džuganová

Vydal: Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania
Žehrianska 9, Bratislava

Rok vydania: 2015

Vydanie: prvé

Počet strán: 50

Náklad: 3000

Neprešlo jazykovou úpravou.

Tlač: Róbert Jurových – NIKARA

Obálka a grafické spracovanie:

Jaroslava Gašparíková, Ing. Jana Madarászová

ISBN 978-80-89638-23-9