MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
2607

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2014

KÖZPONTI (EXTERN) RÉSZ

MATEMATIKA

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT!

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **120 perc** áll a rendelkezésükre.
- A tesztben kétféle feladattípus található:
  - A rövid választ igénylő feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! A beírásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
  - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyes feleletet! Mindig csak egy válasz a helyes. A helyes feleletet ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak számológépet (amely nem mobiltelefon része), íróeszközöket és a teszt részét képező képlet-áttekintést használhatják. Nem használhatnak Graph, Graphic, Calc, Solve funkciókkal ellátott számológépet, programozható számológépet, grafikus kijelzésű számológépet, füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- Számoljanak pontosan! Ha szükséges, akkor csak az eredményt kerekítsék, a teszt hátsó lapján feltüntetett utasítások alapján!
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékelésnél nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatók.**

Sok sikert kívánunk!

Akkor kezdjenek dolgozni, amikor utasítást kapnak!

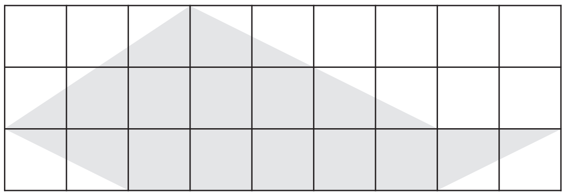
I. rész

Oldják meg az **01**-től **20**-ig számozott feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

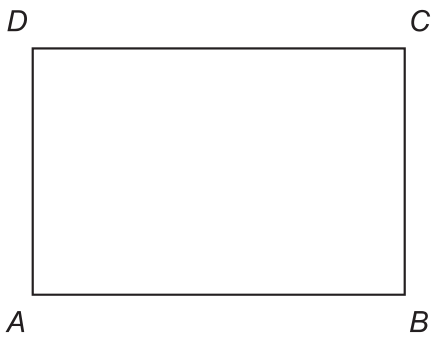
01 A családi albumban Áron vagy ikertestvére Juli 77 fényképen látható. Mindkét ikertestvér együtt 30 fényképen van. Azon fényképek száma, amelyeken csak Juli van, 5-tel több azon fényképek számától, amelyeken csak Áron látható. Hány fényképen van csak Juli?

02 Az ábrán látható összes kis négyzet oldala 1 cm hosszú. A kijelölt alakzat valamennyi csúcspontja a kis négyzetek csúcspontjaiban van. Számítsák ki négyzetcentiméterben az ábrán kijelölt alakzat területét!



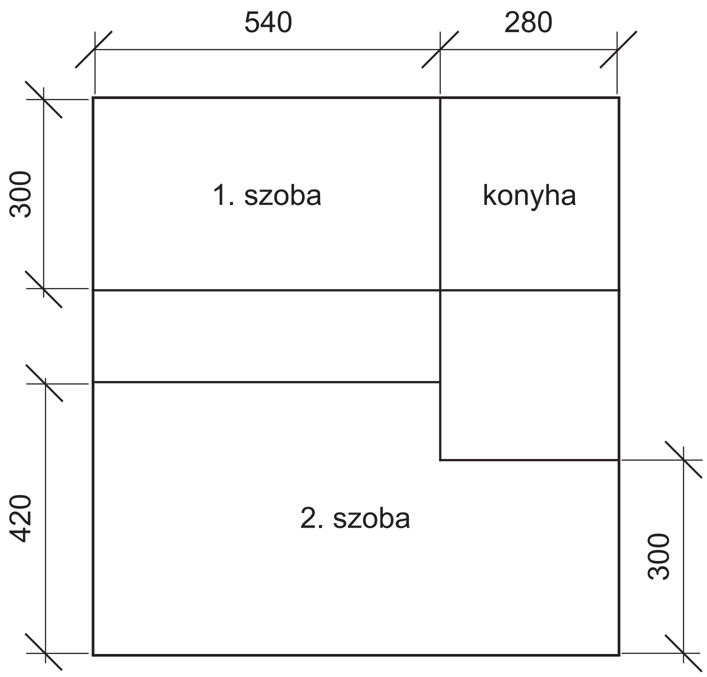
03 A számtani sorozat első és ötödik tagjának összege 6, a sorozat második és harmadik tagjának összege 1. Határozzák meg ezen számtani sorozat első tagjának értékét!

04 Az $ABCD$ téglalap méretei $|AB| = 8$ cm és $|BC| = 6$ cm. Az $ABCD$ téglalap valamennyi olyan pontja, amely egyenlő távolságban fekszik a B és C csúcspontoktól, szakaszt alkot. Határozzák meg centiméterben ezen szakasz hosszát!



05 A $(x-3)\cdot(2x+1)^2$ kifejezés x ismeretlennel, rendezés és egyszerűsítés után felírható $ax^3 + bx^2 + cx + d$ alakban, ahol a, b, c, d egész számok. Határozzák meg a b szám értékét!

06 Az ábrán egy kétszobás lakás alaprajza látható. A méretek centiméterben vannak feltüntetve. Valamennyi helyiség magassága 280 cm. A lakás tulajdonosa tervezi a nagyobb szoba terének légkondicionálását. Határozzák meg wattban a nagyobb szoba légkondicionáló berendezésének minimálisan szükséges teljesítményét, ha 1 köbméter tér légkondicionálásához 31 watt teljesítményre van szükség!

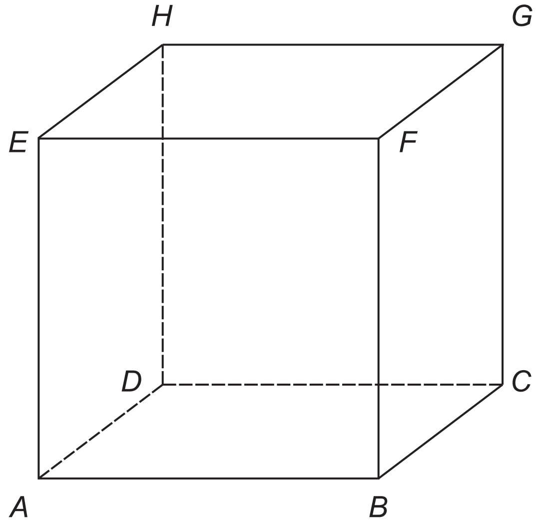


07 Az A 37B négyjegyű számban helyettesítsék az A és B betűket számjegyekkel úgy, hogy az A 37B számból 12-vel osztható legnagyobb számot kapják meg! Határozzák meg és írják be a válaszadó lapba ezt a négyjegyű számot!

(Ha a szám osztható 3-mal és egyben 4-gyel, akkor osztható 12-vel is.)

08 Az $f: y = x^2 + 2x - 3$ függvény grafikonja az x tengelyt két pontban metszi. Határozzák meg ezen metszéspontok távolságát!

09 Adott az $ABCDEFGH$ kocka. Számítsák ki fokokban a BH egyenes és az ADE sík közötti hajlásszög nagyságát!



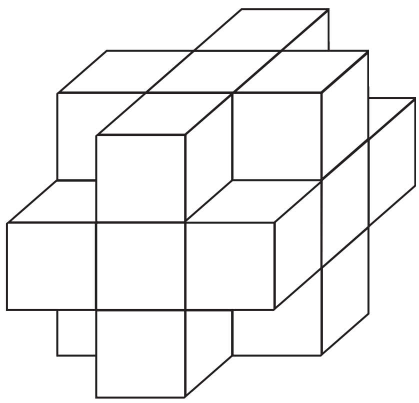
10 Határozzák meg a legkisebb egész számot, amely kielégíti az x ismeretlent tartalmazó

$$\frac{2x-11}{2}+\frac{19-2x}{2}<2x$$

$$3x>-3$$

egyenlőtlenség-rendszert!

11 A reklámcélokra szolgáló tárgyat úgy készítették el, hogy a 9 cm élű kocka valamennyi sarkából kivágtak egy 3 cm élű kis kockát (lásd az ábrát!). Végezetül a kapott tárgy felületét bearanyozták. A műhelyben 25 egyforma tárgyat készítettek el. Határozzák meg az összes legyártott tárgy bearanyozásához szükséges aranymennyiséget grammokban, ha 1 g arany 50 cm^2 nagyságú felület bearanyozásához elegendő!



12 A mintában a kísérlet kezdetén 100 baktérium van. 24 óra eltelte után a mintában levő baktériumok száma mindig megduplázódik. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a kísérlet végéig egyetlen baktérium sem pusztul el. Határozzák meg, hány nap után lesz a mintában 25 600 baktérium!

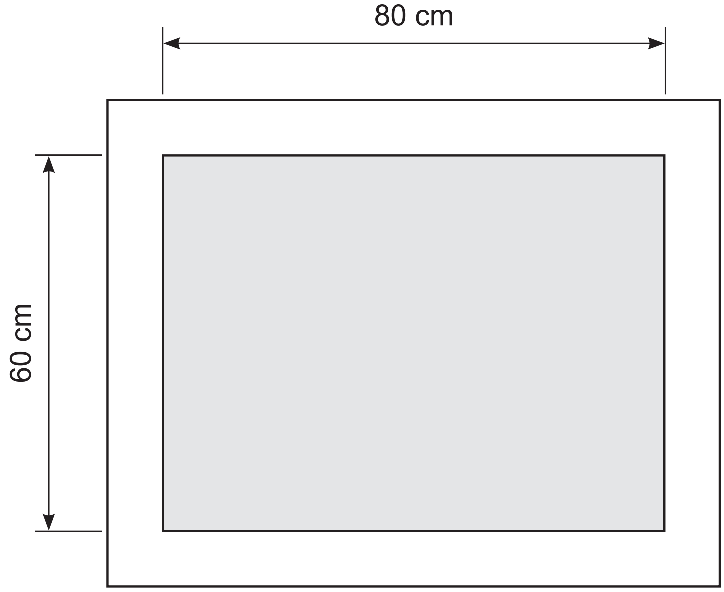
13 Adott az $f: y = 3x - 4$ függvény. Az f^{-1} függvény az f függvény inverz függvénye. Számítsák ki az x számot, amelyre érvényes: $f^{-1}(x) = 0$.

14 A sakktornán minden résztvevő minden további résztvevővel egy játszmát játszott le. Állapítsák meg a résztvevők számát, ha a tornán összesen 210 játszmát játszottak le!

15 Az $f: y = \log(x - 2)$ és a $g: y = 2$ függvények grafikonjai az $A\,[p; q]$ pontban metszik egymást. Számítsák ki a p számot!

16 A 80 cm és 60 cm méretekkel rendelkező téglalap alakú olajfestményt olyan keretbe helyezték, amelynek a szélessége az olajfestmény egész kerülete mentén egyforma (lásd az ábrát!). Az olajfestmény területe $\frac{16}{5}$-ször nagyobb az egész keret területénél.

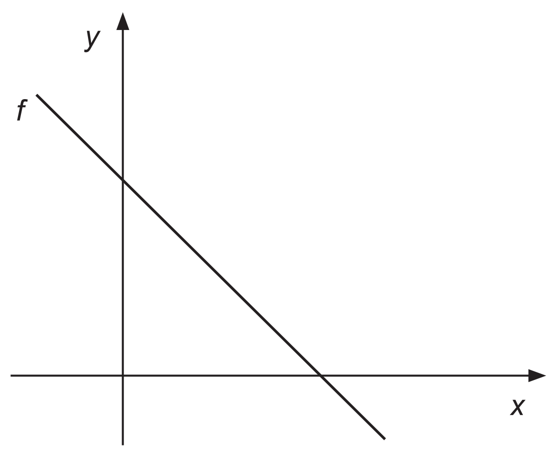
Számítsák ki centiméterben az olajfestmény keretének szélességét!



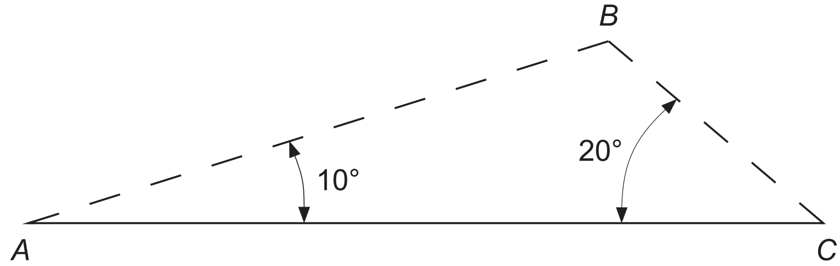
17 Az urnában 8 fehér és 7 fekete golyó van. Határozzák meg, hány fekete golyót kell még az urnába tenni ahhoz, hogy egy golyó kihúzása esetén a fekete golyó kihúzásának valószínűsége 0,8 legyen!

18 A derékszögű háromszög köré írt körvonalat az $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ egyenlet határozza meg. Határozzák meg ezen derékszögű háromszög átfogójának hosszát!

19 Az $f : y = ax + b$ (ahol $a, b \in R$) függvény grafikonja és az x és y koordináta-tengelyek egyenlő szárú derékszöget határoznak meg (lásd az ábrát!), amelynek a területe 8. Határozzák meg az $a + b$ összeget!



20 Az A és a C helyek távolsága egyenes úton 200 m. Az A és a C helyek között az útvonal felett a B léggömb lebeg. Az A helyről a B léggömböt 10° emelkedési szög, a C helyről 20° emelkedési szög alatt látjuk (lásd az ábrát!). Határozzák meg egész méterekre kerekítve, hogy a B léggömb légvonalbeli távolsága a C helytől mennyivel kisebb a B léggömb A helytől való légvonalbeli távolságánál!



II. rész

A **21**-től **30**-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált **(A)** – **(E)** válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében!

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 Az osztályban 20 tanuló van. Az osztály öt lányának magassága 148 cm, 152 cm, 150 cm, 151 cm és 159 cm. Az osztály valamennyi fiújának átlagos magassága 172 cm. Határozzák meg az osztály valamennyi tanulójának átlagos magasságát!

(A) 155 cm

(B) 162 cm

(C) 165 cm

(D) 167 cm

(E) 169 cm

22 Határozzák meg az összes olyan kétjegyű szám számát, amelyeknek a négyzete a 6 számjegyre végződik!

(A) 20

(B) 18

(C) 15

(D) 10

(E) 9

23 Adott az $f: y = \frac{2-3x}{x+1}$ függvény. Határozzák meg az f függvény aszimptotáinak egyenleteit!

(A) $x = -1,\ y = \frac{3}{2}$

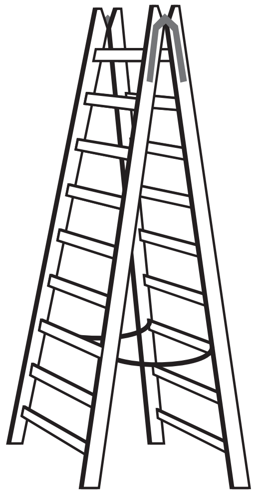
(B) $x = \frac{3}{2},\ y = -1$

(C) $x = -1,\ y = -3$

(D) $x = -3,\ y = -1$

(E) $x = -1,\ y = -2$

24 A kettőslétra szárainak hossza 245 cm. A létra szétnyitása után (lásd az ábrát!) a szárak $40°$ szöget zárnak be. Határozzák meg egész centiméterekre kerekítve az így szétnyitott létra magasságát (a létra legmagasabb pontjainak távolságát a talajtól)!



(A) 230 cm

(B) 208 cm

(C) 188 cm

(D) 157 cm

(E) 84 cm

25 Adottak az $A[2;2]$ és a $B[4;10]$ pontok. Határozzák meg az AB szakasz <u>tengelyének</u> iránytényezőjét!

(A) -4

(B) $-\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) 4

(E) $\frac{27}{4}$

26 Határozzák meg az összes olyan különböző sík számát, amelyek mindegyike a kocka éppen két testátlóját tartalmazza!

(A kocka testátlója a kocka két csúcspontját összekötő szakasz, amely a kocka egyetlen lapjára sem illeszkedik.)

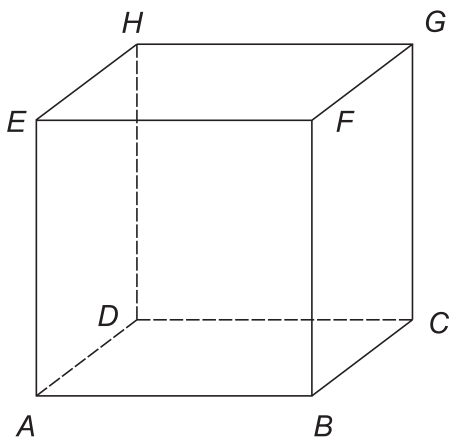
(A) 24

(B) 12

(C) 8

(D) 6

(E) 4



27 Ha a forgáskúp palástját síkra terítjük ki, akkor 1 dm sugarú félkört kapunk. Számítsák ki köbdeciméterben ennek a kúpnak a térfogatát!

(A kúp palástját a kúp valamennyi alkotója képezi. A kúp alkotója a kúp csúcspontját és a kúp alaplapja körvonalának tetszőleges pontját összekötő szakasz.)

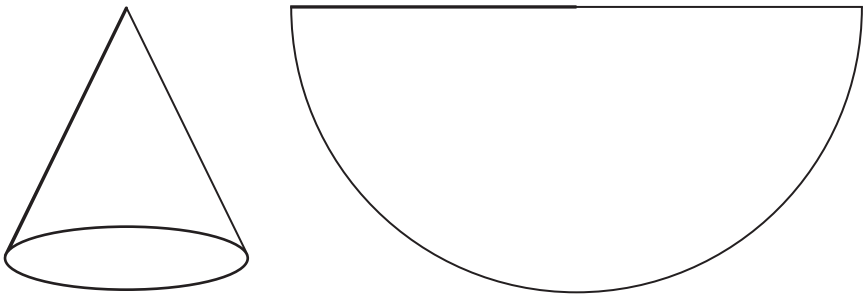
(A) $\frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{24}$

(B) $\frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{8}$

(C) $\frac{\pi}{12}$

(D) $\frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{6}$

(E) $\frac{\pi}{16}$



28 Az $ABCDV$ négyzet alapú szabályos gúlát az ábrán szemléltetett módon helyeztük el a koordináta-rendszerben. A gúla V csúcspontjának koordinátái: $V\,[2;\,2;\,6]$. Határozzák meg a D csúcspont távolságát a VB szakasz felezőpontjától!

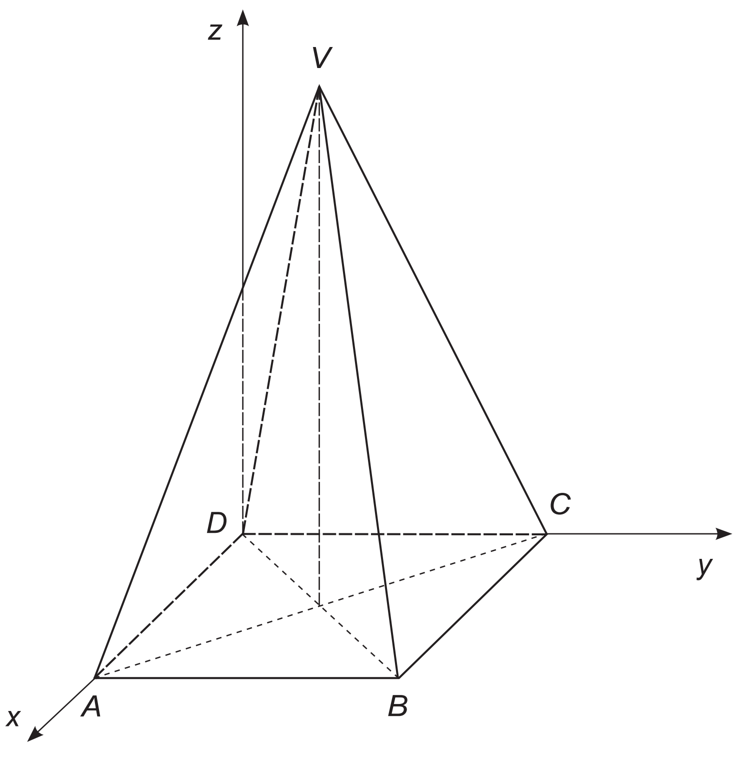
(A) $3 \cdot \sqrt{3}$

(B) $4 \cdot \sqrt{2}$

(C) $2 \cdot \sqrt{11}$

(D) $\sqrt{11}$

(E) $2 \cdot \sqrt{2}$



29 Határozzák meg a V1 – V5 ítéletek logikai értékét:

V1: Létezik hárommal osztható prímszám.

V2: Minden prímszám páratlan.

V3: Létezik egész szám, amelyik nem racionális.

V4: Létezik irracionális szám, amely felírható két természetes szám hányadosaként.

V5: Létezik irracionális szám, amelynek szakaszos tizedes tört alakja van.

A V1 – V5 ítéletek közül hány igaz?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

30 Adottak az $f_1 - f_5$ függvények:

$$f_1 : y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \qquad f_2 : y = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f_3 : y = -\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \qquad f_4 : y = -\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$f_5 : y = -\sin(-x)$$

Ha az adott $f_1 - f_5$ függvények grafikonjait egyetlen koordináta-rendszerben szemléltetjük, akkor közülük négynek azonos, egymást kölcsönösen fedő grafikonja van. Eltérő grafikonja az alábbi függvénynek van:

(A) f_1

(B) f_2

(C) f_3

(D) f_4

(E) f_5

VÉGE A TESZTNEK

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$a^x.a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $(a^x)^y = a^{x.y}$ $(a.b)^x = a^x.b^x$ $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrikus függvények:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\mathrm{tg}\, x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2.\sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

x	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Szinusztétel: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,.\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\,.\,y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = \mathrm{k}.\log_z x$ $\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + (n-1).d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Mértani sorozat: $a_n = a_1.q^{n-1}$ $s_n = a_1\frac{q^n - 1}{q - 1}$, $q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

$P'(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \dots n_k!}$ $V'(k,n) = n^k$ $C'(k,n) = \binom{n+k-1}{k}$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t\vec{u}$, $t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0$; $[a; b] \neq [0; 0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos\varphi = \frac{\vec{u}\,.\,\vec{v}}{|\vec{u}|\,.\,|\vec{v}|}$

Az $M\,[m_1; m_2]$ pont távolsága a p: $ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A kórvonal egyenletének középponti alakja: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3}S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi rv$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi rs$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat számítógéppel dolgozzuk fel. Nem engedélyezett a sokszorosításuk. Ahhoz, hogy a válaszaik olvashatóak legyenek, vegyék figyelembe a következő utasításokat.

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat vagy ceruzát!
- A feleletalkotó feladat eredményét egész számmal, vagy tizedes szám segítségével fejezzék ki. Ha az eredmény egész szám, vagy tizedes szám legfeljebb két tizedes hellyel, az eredményt írják be **pontosan**. Ha az eredmény tizedes szám több mint két tizedes hellyel, akkor a **két tizedes helyre kerekített** eredményt írják be.
- Az eredmény egyes számjegyeit írják be a megjelölt mezőbe! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet illetve „–“ jelet írjanak.
- Az írásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét! A „–“ (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- Ha az eredményük egész szám, ne töltsék ki a tizedes vessző utáni mezőket!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, …) jelét ne írják a válaszadó lapra!

Például:

a 4 633 eredmény beírása

□□□□[4][6][3][3] , □□□□

a 81,424 61 m eredmény beírása

□□□□□□[8][1] , [4][2]□□

az 1 : 8 = 0,125 eredmény (arány) beírása

□□□□□□□[0] , [1][3]□□

az $\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$ eredmény (tört) beírása

□□□□□□□[1] , [6][7]□□

- Az eredmény helytelen kitöltése esetében ne kérjenek új válaszadó lapot! A helytelenül kitöltöt mezőt teljesen fessék be és a helyes adatot a befestett mező elé vagy mögé írják.
- A –3,1 eredmény **helyes** beírása:

□□□□□□[–][3] , [1]□□□

- A –3,1 eredmény **helytelen** beírása:

□□□□□□□[–] , □[3][,][1]

- A –3,1 eredmény helytelen beírásának javítása:

□□□□□[–][3]■ , ■■■[1]

□□□□□[–][3]■ , [1]■■■

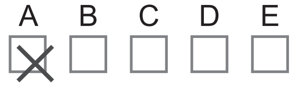
- A feleletválasztó feladat megfejtését ikszeljék be × a válaszadó lap megfelelő mezőjében.
- **Az (A) válasz helyes megjelölése**

A B C D E

- **Az (A) válasz helytelen megjelölése**

A B C D E

A B C D E

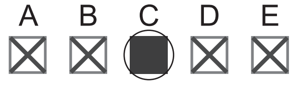


- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és ikszeljék be a másik mezőt!

A B C D E

- Ha esetleg újra meggondolják magukat, és az eredetileg beikszelt majd befestett választ szeretnék megjelölni, ikszeljék be az összes mezőt, és a befestett mezőt karikázzák be!

A B C D E



Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor utasítást kapnak!