

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2012

KÖZPONTI (EXTERN) RÉSZ

MATEMATIKA

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT.

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **120 perc** áll a rendelkezésükre.
- A tesztben kétféle feladattípus található:
 - A rövid választ igénylő feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! A beírásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
 - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyes feleletet! Mindig csak egy válasz a helyes. A helyes feleletet ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, számológépet és azt a képlet-áttekintést használhatják, amely a teszt részét képezi. Nem használhatnak füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékelésnél nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatók. Olvassák el figyelmesen!**

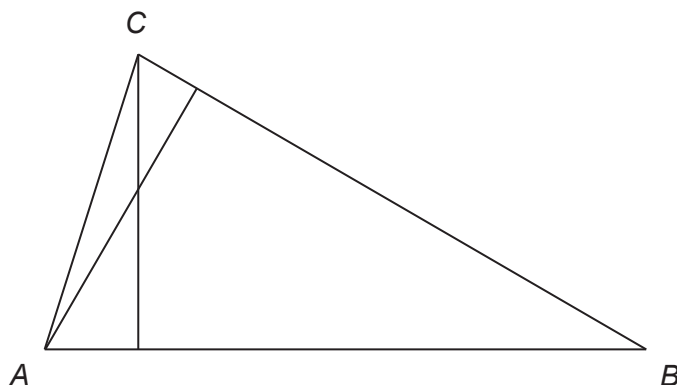
Sok sikert kívánunk!

Akkor kezdjenek dolgozni, amikor utasítást kapnak!

I. rész

- 5** Hányadik helyen végzett Péter az 5 000 méteres futóversenyen, ha az összes versenyző egy kilencede Péter előtt érkezett a célba és az összes versenyző öt hatoda pedig Péter után?

- 6** Az ABC háromszögben a belső szögek nagysága $\alpha = 80^\circ$ és $\beta = 70^\circ$. Határozzák meg fokokban az a oldalra húzott magasság és a c oldalra húzott magasság által bezárt szög nagyságát!



- 7** Az $f: y = x^2 + 7x + 6$ másodfokú függvény grafikonja egy parabola $V[v_1; v_2]$ csúcsponttal. Számítsák ki a parabola csúcspontjának v_2 koordinátáját!

- 8** Az $ABCDEFGH$ hasáb méretei $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 4$ cm és $|BF| = 6$ cm. Számítsák ki fokokban a BH és CE test átlók által bezárt szög nagyságát!

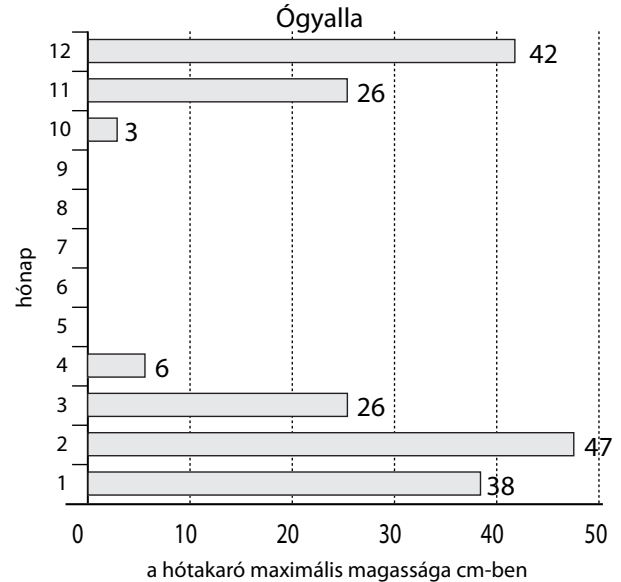
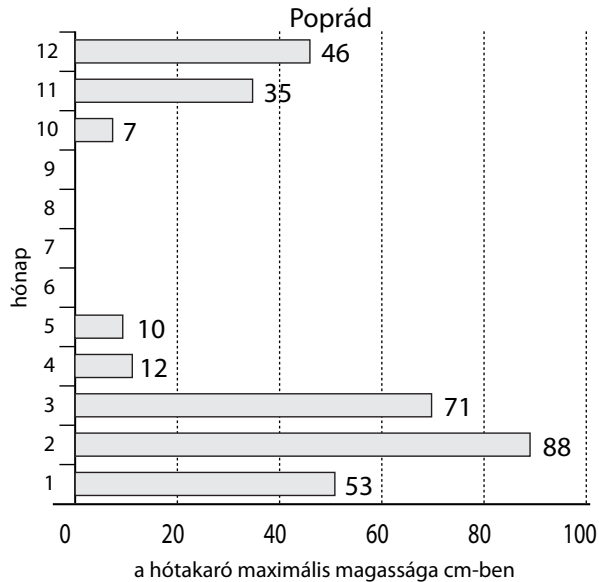
- 9** Joli meg akarta határozni az első 50 pozitív egész szám összegét. Összeadás közben egy számot véletlenül kifelejtett. 60-nal osztható összeget kapott. Határozzák meg azt a számot, amelyet Joli kihagyott az összeadás során!

- 10** Adott az $y = \frac{7}{2}x + 2012$ egyenlettel meghatározott p egyenes. Számítsák ki fokokban a p egyenes és az y tengely által bezárt szög nagyságát!

- 11** A nemzetközi konferencián 40 résztvevő ülészik. Az angol, német vagy francia nyelvek közül minden résztvevő legalább egy nyelvet bír. Tíz résztvevő csak az angol nyelvet, hét résztvevő csak a német nyelvet és kilenc résztvevő csak a francia nyelvet bírja. Számítsák ki annak a valószínűségét, hogy a konferencia véletlenszerűen kiválasztott két résztvevője a fenti nyelvek közül legalább két nyelvet bír! Az eredményt a $\langle 0; 1 \rangle$ intervallumba tartozó számként írják fel!

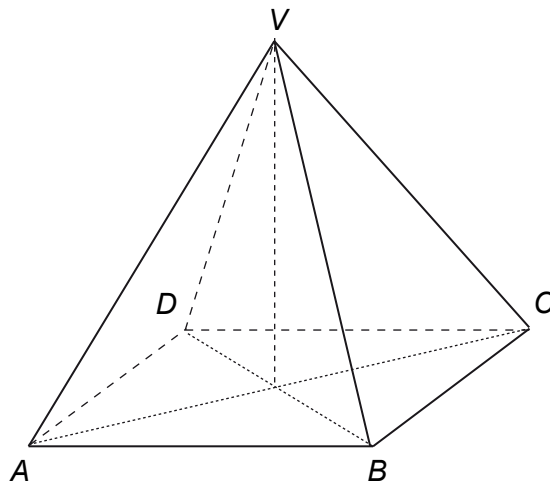
- 12** A család valamennyi tagjának (apa, anya és a gyermekek) átlagos életkora 23 év. A szülők átlagos életkora 45,5 év. Határozzák meg, hogy hány gyermek van ebben a családban, ha az összes gyermek átlagos életkora 14 év!

- 13** Az ábrán látható grafikonok a hótakaró maximális magasságát szemléltetik, amelyet minden hónapban a poprádi és az ógyallai meteorológiai állomásokon mértek le. Számítsák ki hány centiméterrel nagyobb a hótakaró november (11), december (12), január (1), február (2) és március (3) hónapokban mért maximális magasságainak átlaga Poprádon, mint Ógyallán!



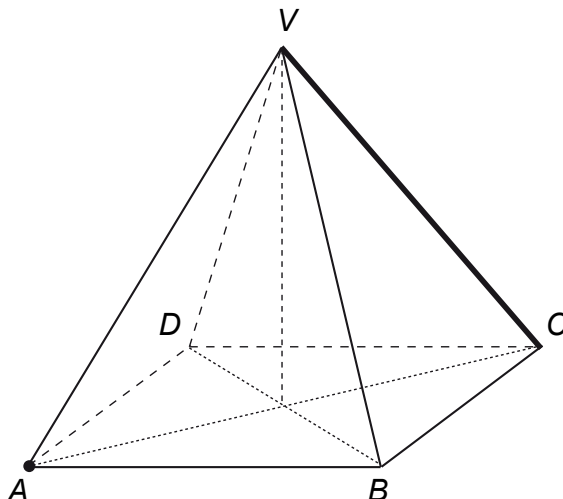
- 14** A kereskedő 500 kg szőlőt vett 750 €-ért. A szőlőt jobb és gyengébb minőségűre osztotta fel. A jobb minőségű szőlőt 20 %-os haszonnal, a gyengébb minőségűt 6 %-os ráfizetéssel adta el. A kereskedő teljes haszna 91,50 € volt. Számítsák ki, hogy hány kg jobb minőségű szőlőt adott el a kereskedő!

- 15** Az $ABCDV$ szabályos gúla (lásd az ábrát) négyzet alapjának területe 144 cm^2 . Az ABV , BCV , CDV és ADV oldallapok az alappal 40° -os szöget zárnak be. Határozzák meg köbcentiméterben az $ABCDV$ gúla térfogatát!



- 16** A háromjegyű számban a tízesek száma négygel nagyobb az egyesek számánál. Ha ebben a számban felcseréljük az utolsó két számjegyet és a kapott számot összeadjuk az eredeti számmal, akkor a kapott összeg 310. Határozzák meg az eredeti számot!

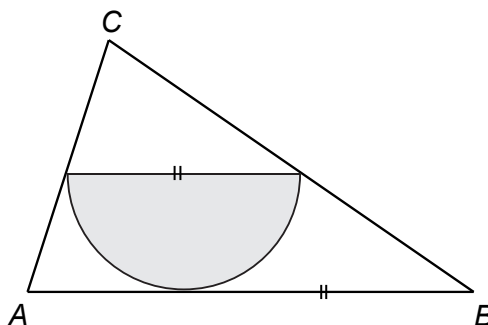
- 17** A négyzet alapú szabályos $ABCDV$ gúla (lásd az ábrát) magassága 8 cm. Az AV , BV , CV és DV oldalélek hossza 10 cm. Határozzák meg centiméterben az A csúspont távolságát a CV oldaléltől!



- 18** A bevásárló központban a sílécek eredeti árát az áruszállítási akció során 30 %-kal csökkentették. Most, a téli szezon végén, a sílécek akciós ára még 10 %-kal csökkent. Számítsák ki, egészében véve hány százalékkal csökkent a sílécek eredeti ára a sílécek mostani árához viszonyítva!

- 19** Határozzák meg a $\sin 2x = \sin x$ egyenlet gyökeit az $x \in (0^\circ; 360^\circ)$ intervallumból! A válaszadó lapba írják be az adott egyenlet adott intervallumba tartozó összes gyökének az összegét!

- 20** Az ABC háromszögbe félkört írtunk (lásd az ábrát). Határozzák meg a félkör sugarát, ha az AB oldal hossza 8 és az AB oldalra húzott magasság 4!



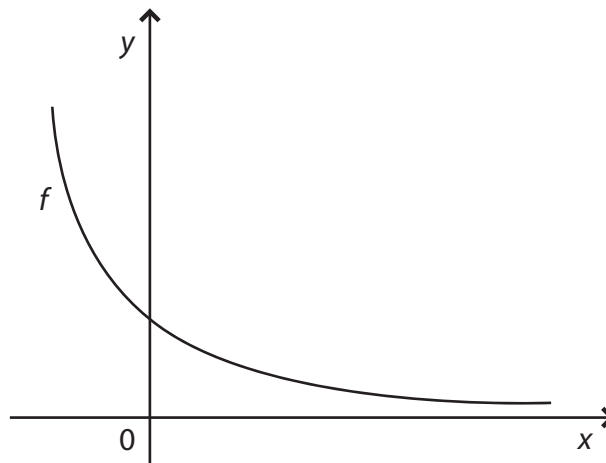
II. rész

A 21-től 30-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált (A) – (E) válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében! A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

- 21** A dobozban 6 fehér és 4 fekete golyó van. Véletlenszerűen kihúzzunk a dobozból egyszerre két golyót. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kihúzott golyók különböző színűek lesznek?

- (A) $\frac{2}{9}$
 (B) $\frac{2}{5}$
 (C) $\frac{7}{15}$
 (D) $\frac{8}{15}$
 (E) $\frac{24}{25}$

- 22** Az ábrán az $f: y = 0,5^x$ függvény grafikonjának egy része látható. Döntsenek az f függvény monotonitásáról, korlátosságáról és szélsőértékeiről.



Az f függvény az egész értelmezési tartományán

- (A) fogyó, alulról korlátos és nincsenek szélsőértékei.
 (B) fogyó, alulról korlátos és van minimuma.
 (C) fogyó, korlátos és van minimuma.
 (D) növekedő, alulról korlátos és van minimuma.
 (E) növekedő, korlátos és nincsenek szélsőértékei.

23 Határozzák meg az összes $p \in R$ értéket, amelyekre igaz, hogy a $k: (x-4)^2 + (y-1)^2 = 17-p$ körvonalnak van legalább egy közös pontja az x tengellyel, azonban nincs közös pontja az y tengellyel!

- (A) $p \in \langle 1;4 \rangle$
- (B) $p \in \langle 1;16 \rangle$
- (C) $p \in \langle 0;17 \rangle$
- (D) $p \in \langle 1;16 \rangle$
- (E) $p \in \langle 1;16 \rangle$

24 Határozzák meg az $a, b \in R$ együtthatókat úgy, hogy az $ax^2 + bx - 2 = 0$ másodfokú egyenlet gyökei a -2 és az $\frac{1}{2}$ legyenek!

- (A) $a = 12, b = 9$
- (B) $a = 2, b = -3$
- (C) $a = 2, b = 3$
- (D) $a = -2, b = 3$
- (E) $a = -2, b = -3$

25 Adottak az alakzatok: egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, négyzet, rombusz, egyenlő szárú trapéz, szabályos ötszög és szabályos nyolcszög. Válasszák ki azt a lehetőséget, amelyben az adott alakzatok közül csak az összes középpontosan szimmetrikus alakzat van feltüntetve!

- (A) egyenlő oldalú háromszög, négyzet, szabályos nyolcszög
- (B) négyzet, rombusz, szabályos nyolcszög
- (C) egyenlő oldalú háromszög, négyzet, rombusz, szabályos nyolcszög
- (D) egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, egyenlő szárú trapéz, szabályos ötszög
- (E) egyenlő szárú háromszög, rombusz, egyenlő szárú trapéz, szabályos ötszög

26 Az ABC háromszögben az a oldalra húzott magasság a $4x + 5y + 7 = 0$ egyenlettel meghatározott egyenesre illeszkedik. Az a oldal közepe az $S[5; 2]$ pont. Határozzák meg azon egyenes általános egyenletét, amelyre illeszkedik az ABC háromszög a oldala!

- (A) $4x + 5y = 0$
- (B) $4x + 5y - 30 = 0$
- (C) $5x + 4y - 33 = 0$
- (D) $5x - 4y - 17 = 0$
- (E) $5x - 4y + 10 = 0$

27 Anya, apa és a két gyermekük nyári kirándulást terveztek. A család minden tagja kimondta a saját kívánságát.

Anya: „Ha a tengerhez megyünk, akkor panzióban akarok lakni vagy azt akarom, hogy félpanziós ellátásunk legyen.”

Apa: „Ha nem megyünk a tengerhez, akkor szállodában akarok lakni.”

Fiúgyermek: „Tengerhez akarok menni, és panzióban akarok lakni.”

Lánygyermek: „Tengerhez akarok menni, vagy szállodában akarok lakni.”

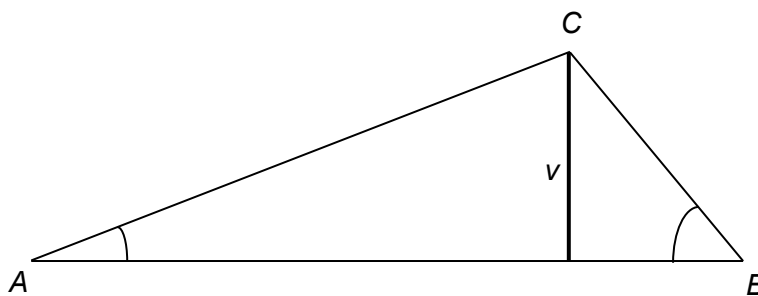
Végül nyáron valamennyien a tengerhez mentek, szállodában laktak és félpanziós ellátásuk volt.

Határozzák meg az összes családtagot, akinek teljesedett a kívánsága!

- (A) Anya, apa és lánygyermek
- (B) Anya és lánygyermek
- (C) Lánygyermek
- (D) Fiúgyermek és lánygyermek
- (E) Anya, apa és fiúgyermek

- 28** Az ABC háromszögben az A és a B csúcsoknál fekvő belső szögek nagysága 30° és 45° (lásd az ábrát). Az AB oldalra húzott magasság 1 cm. Az ABC háromszög területe

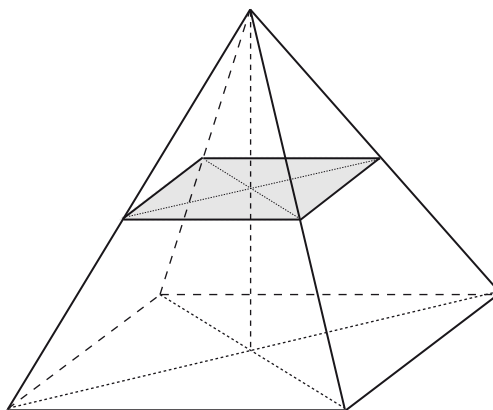
- (A) $\frac{\sqrt{2}-1}{2} \text{ cm}^2$.
 (B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2} \text{ cm}^2$.
 (C) $\frac{\sqrt{2}+2}{2} \text{ cm}^2$.
 (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2} \text{ cm}^2$.
 (E) $\frac{\sqrt{3}+1}{2} \text{ cm}^2$.



- 29** Az 1 mm vastagságú üveglap az átmenő ultraibolya (UV) sugárzás 5% -át nyeli el. Az átmenő UV sugárzás hány százalékát nyeli el az 1 cm vastagságú üveglap, amelyet ilyen 1 mm-es üveglapokból állítottunk össze?

- (A) $36,98$
 (B) $40,13$
 (C) 50
 (D) $59,87$
 (E) $63,02$

- 30** A négyzet alapú szabályos gúlát az alapjával párhuzamos síkkal két részre vágjuk el (lásd az ábrát). A kapott kisebb gúla térfogata az eredeti gúla térfogatának 20% -át teszi ki, a kapott kisebb gúla alapjának területe 10 cm^2 . Határozzák meg négyzetcentiméterben az eredeti gúla alapjának területét!



- (A) $17,10$
 (B) $22,36$
 (C) $29,24$
 (D) 40
 (E) 50

VÉGE A TESZTNEK

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE
Hatványok:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrikus függvények:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Szinusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z (x \cdot y) = \log_z x + \log_z y \quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Mértani sorozat: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika: $P(n) = n!$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t \vec{u}, \quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Az $M[m_1; m_2]$ pont távolsága a $p: ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

**A testek
térfogata
és felszíne:**

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat számítógéppel dolgozzuk fel. Nem engedélyezett a sokszorosításuk. Ahhoz, hogy a válaszaik olvashatóak legyenek, vegyék figyelembe a következő utasításokat:

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat vagy ceruzát!
- A szövegmezőkbe (az iskola kódja, a teszt kódja, a tanuló születési száma,...) nagy nyomtatott betűket vagy számokat írjanak! Pontosan a kijelölt mezőkbe írjanak!

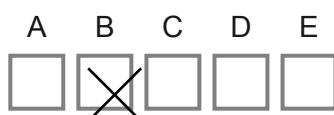
- A feleletválasztó feladatok megfejtéseit ikszeljék be .

- **A válasz helyes megjelölése**

A	B	C	D	E

- **A válasz helytelen megjelölése**

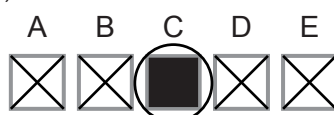
A	B	C	D	E



- Az adatok vagy feleletek helytelen kitöltése esetében a következő utasítások szerint járjanak el. Semmi esetben se kérjenek új válaszadó lapot!
- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és ikszeljék be a másik mezőt!



- Ha esetleg újra meggondolják magukat, és az eredetileg beikszelt majd befestett választ szeretnék megjelölni, ikszeljék be az összes mezőt, és a befestett mezőt karikázzák be!



- A feleletalkotó feladatok megoldásainak egyes számjegyeit írják be a megjelölt mezőbe. Vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet illetve „-“ jelet írjanak.

- A -3,1 eredmény **helyes** beírása

						-	3	,	1			
--	--	--	--	--	--	---	---	---	---	--	--	--
- A -3,1 eredmény **helytelen** beírása

						-		,	3	,		1
--	--	--	--	--	--	---	--	---	---	---	--	---
- A -3,1 eredmény beírásának kijavítása

						-	3					1
--	--	--	--	--	--	---	---	--	--	--	--	---

vagy



Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor utasítást kapnak!