MINISTERSTVO ŠKOLSTVA,
VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
5165

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2016

EXTERN RÉSZ

MATEMATIKA

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT!

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **150 perc** áll rendelkezésükre.
- A teszt kétféle feladattípust tartalmaz:
  - A feleletalkotó feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! Vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét!
  - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyeset! Mindig csak egy válasz helyes. A helyes feleletet jelöljék ✕-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, a teszt utolsó oldalán található képletek áttekintését és csak olyan számológépet használhatnak, amely nem mobiltelefon része. Nem használhatnak Graph, Graphic, Calc, Solve funkciókkal ellátott számológépet, programozható számológépet, grafikus kijelzőjű számológépet, füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- Számoljanak pontosan! Ha szükséges, akkor csak az eredményt kerekítsék a teszt hátsó lapján feltüntetett utasítások alapján!
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékeléskor nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatók.**

Sok sikert kívánunk!

Csak akkor kezdjenek dolgozni, amikor erre utasítást kapnak!

I. rész

Oldják meg az **01**-től **20**-ig terjedő feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

01 Gyuri 9,60 euróért vett könyvet. Megállapította, hogy 36 %-os kedvezménnyel vásárolt. Hány eurót spórolt meg Gyuri?

02 Egy bizonyos tévécsatorna reklámszünetek nélkül közvetíti a filmeket. A televízió információs oldalán ilyen adatokat találunk az éppen sugárzott filmről: a film kezdete, a film vége, a film már levetített része. Számítsák ki, még hány percig fog tartani a film, ha ilyen információkat látunk:

A film kezdete: 20 : 10

A film vége: 21 : 31

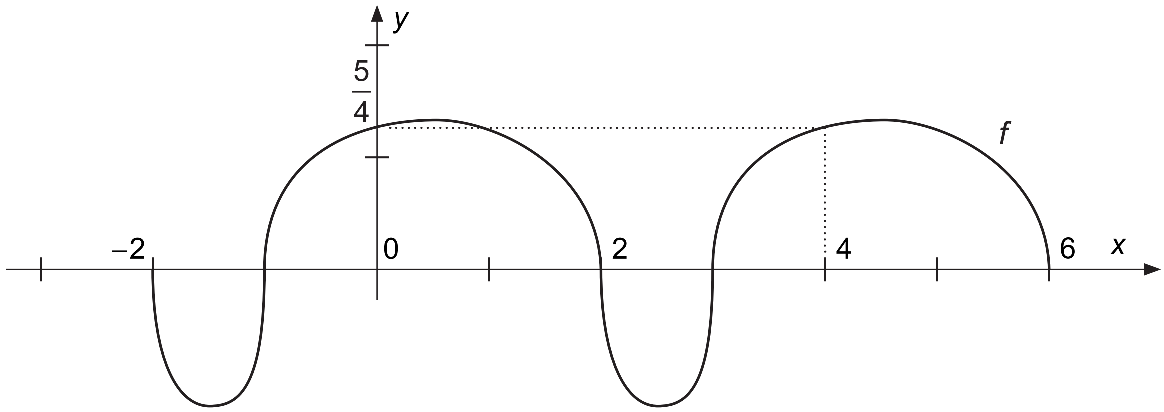
A levetített rész:

03 Az ABC háromszögben az oldalak középpontjainak összekötésével olyan kisebb háromszöget kaptunk, amelynek a területe 14 cm^2. Hány négyzetcentiméter az ABC háromszög területe?

04 Oldják meg az $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 20$ egyenletet!

05 A tanulók tesztet írtak matematikából. Átlagosan 64 pontot értek el. Egy további tanuló utólag 80 pontra írta meg ezt a tesztet. Ha a tanár az ő eredményét hozzászámolná az eredetiekhez, akkor az összes tanuló teljes átlaga 65 lenne. Hány tanuló írta meg eredetileg ezt a tesztet?

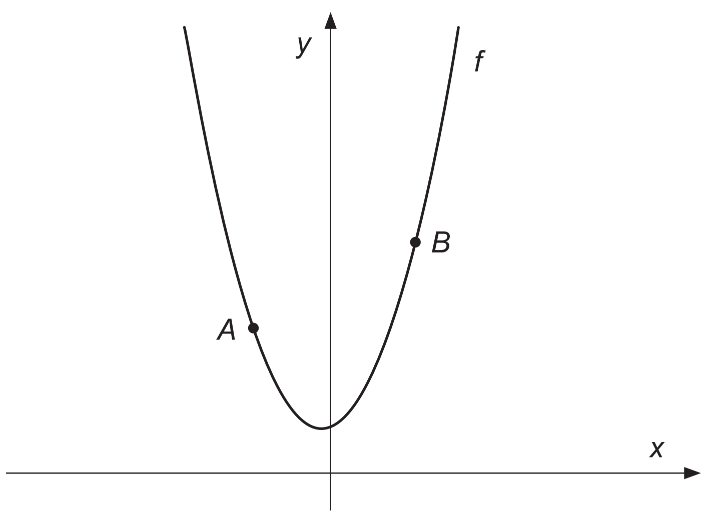
06 Az ábrán az $f(x)$ periodikus függvény grafikonjának egy része látható, miközben az $f(x)$ függvénynek 4 periódusa van. Érvényes, hogy $f(2)=f(3)=f(6)=0$ és $f(4)=\frac{5}{4}$. Számítsák ki az $f(96)$ értéket!



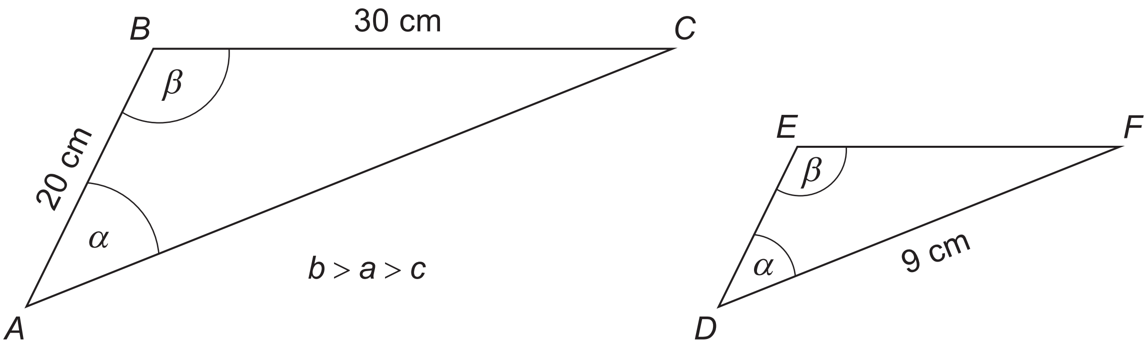
07 Adott az ABC háromszög, amelyben az oldalak hossza 7 cm, 6 cm és 9 cm. Számítsák ki a legkisebb belső szögének a koszinuszát!

08 Számítsák ki annak a háromszögnek a területét, amelynek a csúcsait az $y=1-\frac{1}{x+2}$ függvény és a számtengelyek metszőpontjai, valamint a $[0;\,0]$ pont alkotják!

09 Az ábrán az $f: y=x^2+\frac{1}{3}x+1$ függvény grafikonjának egy része látható. Határozzák meg az $A\left[-1;\,f(-1)\right]$ és a $B\left[2;\,f(2)\right]$ pontok közti távolságot!



10 Az *ABC* és a *DEF* háromszögek (lásd az ábrát!) hasonlók, miközben a *DEF* háromszög oldalainak hosszai egy mértani sorozat három egymás utáni tagjait alkotják. Határozzák meg centiméterekben a *DEF* háromszög legrövidebb oldalának hosszát!



11 Egy bizonyos gázművek fogyasztói a T1 és T2 tarifák közül választhatnak. Mindkét tarifa fix havi díjat tartalmaz, amit a fogyasztó az elfogyasztott gáztól függetlenül fizet, valamint teljesítménydíjat az 1 kWh elfogyasztott gázért. Mennyi kWh havi elfogyasztott gázig előnyös a T1 tarifa? Az eredményt kerekítsék egész kWh teljesítményre!

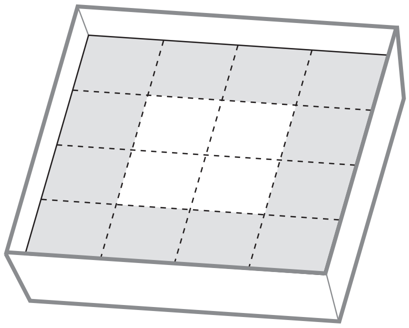
Tarifa	Havi fix díj/havonként (€)	Az elfogyasztott gáz teljesítménydíja (€/kWh)
T1	2,86	0,0694
T2	5,35	0,0552

12 A 110 számot 3 összeadandóra akarjuk felbontani úgy, hogy az első és a második 4 : 5 arányban, a harmadik és az első 7 : 3 arányban legyenek. Számítsák ki a legkisebb összeadandót!

13 A trapéz alapjának hossza 10 cm. Az összes többi oldala ugyanolyan hosszú. Az egyik belső szöge 60°-os. Határozzák meg centiméterekben a trapéz kerületét!

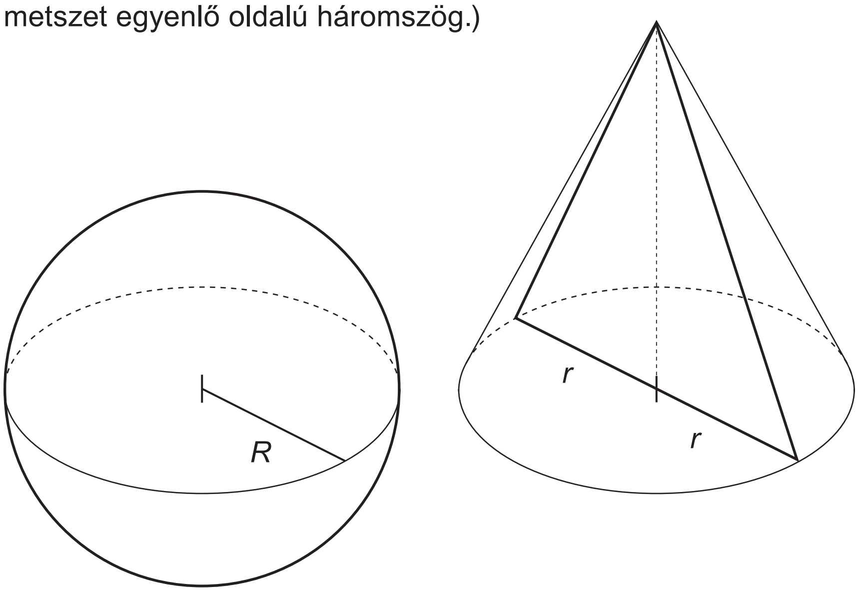
14 Ha a négyzet egyik oldalát *x* %-kal növeljük, a másik oldalát pedig 20 %-kal csökkentjük, olyan téglalapot kapunk, amelynek a területe 4 %-kal nagyobb az eredeti négyzet területénél. Határozzák meg az *x* számot!

15 A nagymama négyzet alapú tepsiben kalácsot sütött. Egyforma méretű négyzetes darabokra akarta felvágni. Minimálisan hány darabra kellett felvágnia, ha azt akarta, hogy a benti négyzetek száma nagyobb legyen a szélső négyzetek számánál?

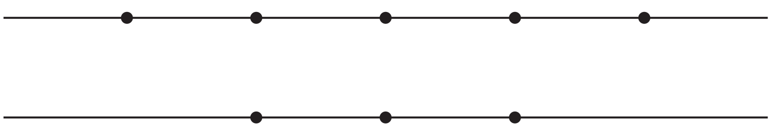


16 Az R sugarú gömb felszíne az r sugarú alaplappal rendelkező egyenlő oldalú kúp felszínének $25\,\%$-át teszi ki. Határozzák meg a gömb R sugarának és a kúp alaplapja r sugarának az arányát!

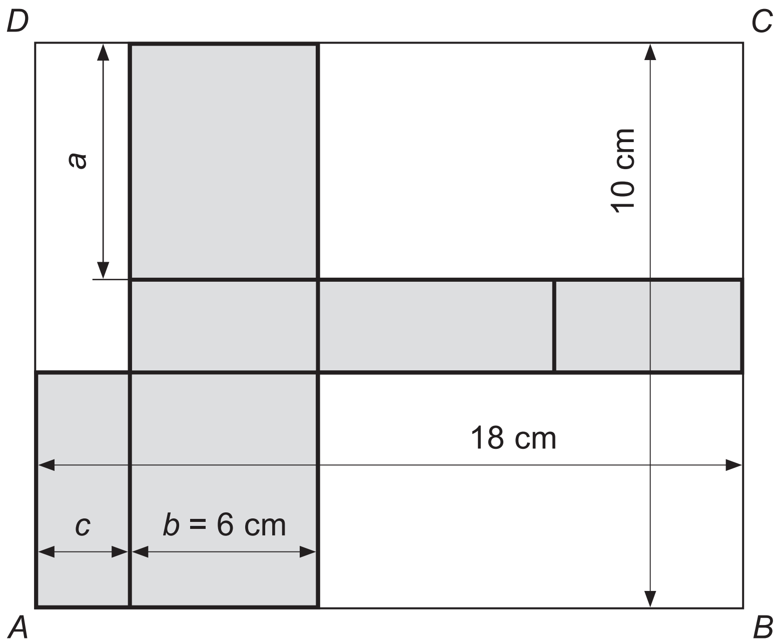
(Egyenlő oldalú az a kúp, amelyben a csúcsponton és az alaplap középpontján átmenő metszet egyenlő oldalú háromszög.)



17 Két párhuzamos egyenes közül az egyiken kijelöltünk öt pontot, a másikon pedig három pontot. Határozzák meg azon háromszögek számát, amelyeknek valamennyi csúcsa a kijelölt 8 pont valamelyikében fekszik!

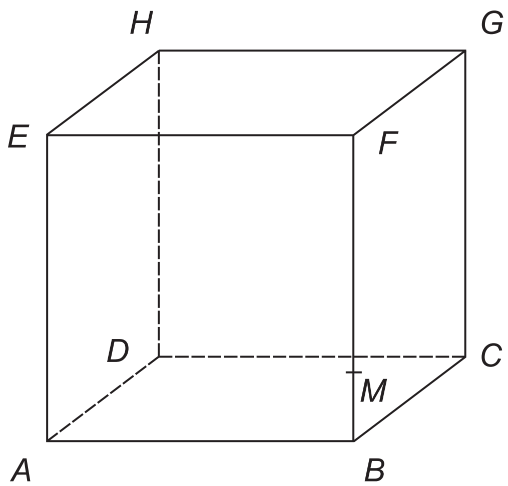


18 Péter az *ABCD* kartonlapból ki akarja vágni a téglatest hálózatát az ábra szerint. Határozzák meg köbcentiméterekben ezen téglatest térfogatát!



19 Az $\{1°; 2°; 3°; \ldots 88°; 89°\}$ szögek halmazából véletlenszerűen kiválasztunk két különböző szöget. Annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott szögek valamilyen derékszögű háromszög belső szögeit alkotják, $\frac{1}{n}$ alakban írhatjuk fel. Határozzák meg az *n* számot!

20 Adott az *ABCDEFGH* kocka, amelyben $|AB| = 4$ cm. Az *M* pont a *BF* szakaszon fekszik, és érvényes, hogy $|BM| = \frac{1}{4} \cdot |AB|$. Számítsák ki fokokban a *HM* egyenes és az *ABC* sík hajlásszögét!



II. rész

A **21**-től **30**-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált **(A)** – **(E)** válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat jelöljék ✕-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!

A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 Adott az $f(x) = -x^2 + 2x + 15$ függvény. Határozzák meg az *f(x)* függvény maximális értékét!

(A) 1

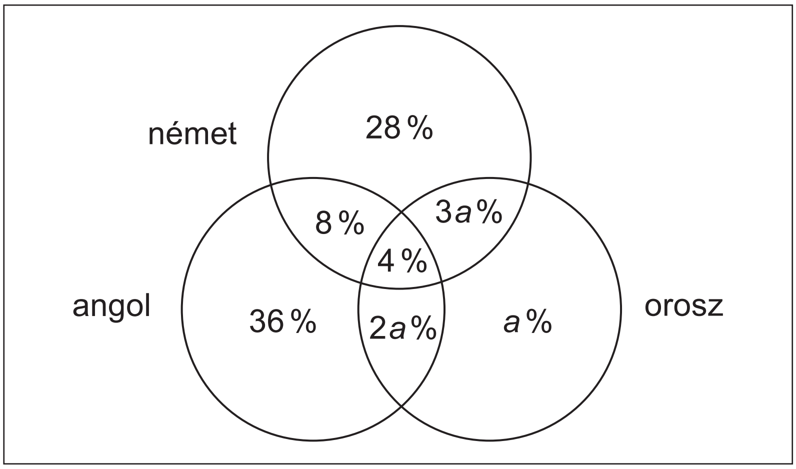
(B) 12

(C) 15

(D) 16

(E) 18

22 Az iskolában valamennyi tanuló legalább egy idegen nyelvet tanul az angol, a német és az orosz nyelvek közül. A tanulók százalékos felosztását az alábbi Venn-diagramon láthatjuk. Csak német nyelvet 56 tanuló tanul. Hány tanuló tanul angol nyelvet?



(A) 72

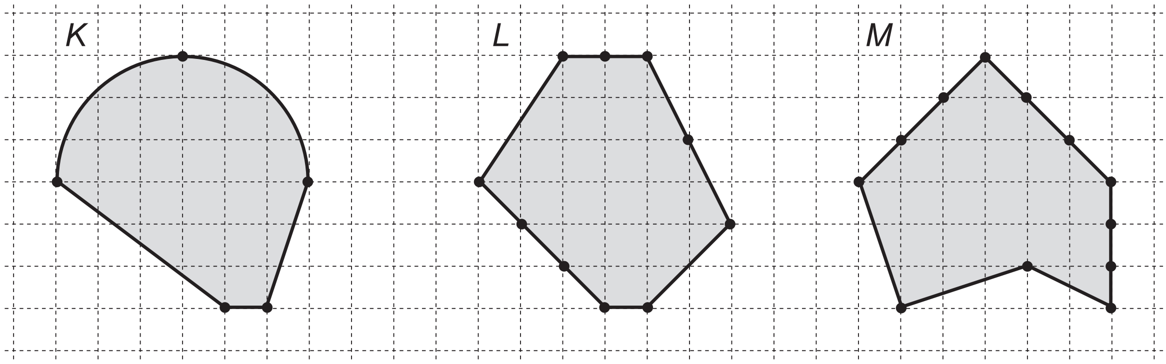
(B) 96

(C) 112

(D) 100

(E) 200

23 Állítsák sorba a *K*, *L*, *M* síkalakzatokat területük nagysága szerint!



Az alakzatok sorrendje területük szerint:

(A) $S_K < S_L < S_M$

(B) $S_K < S_M < S_L$

(C) $S_L < S_K < S_M$

(D) $S_L < S_M < S_K$

(E) $S_M < S_K < S_L$

24 Adott az $f(x) = \dfrac{2 \cdot |x|}{x}$ függvény. Határozzák meg az értékkészletét!

(A) $\mathrm{H}(f) = \mathrm{R}$

(B) $\mathrm{H}(f) = \mathrm{R} - \{0\}$

(C) $\mathrm{H}(f) = \{2; 0; -2\}$

(D) $\mathrm{H}(f) = \langle -2; 2 \rangle$

(E) $\mathrm{H}(f) = \{2; -2\}$

25 A $\sqrt{x+2} = -x$ egyenletnek a valós számok halmazában

(A) két pozitív gyöke van.

(B) egy negatív gyöke van.

(C) egy pozitív és egy negatív gyöke van.

(D) két negatív gyöke van.

(E) egy pozitív gyöke van.

26 Az alábbi egyenletek két pár párhuzamos egyenest és egy olyan egyenest határoznak meg, amelynek nincs párhuzamos párja.

$p_1: y = 3x - 2$

$p_2: 2x + y - 3 = 0$

$p_3: y = 3x - 4$

$p_4: y = 2x + 3$

$p_5: 2x + y - 7 = 0$

Ezen egyenes iránytényezője:

(A) -3

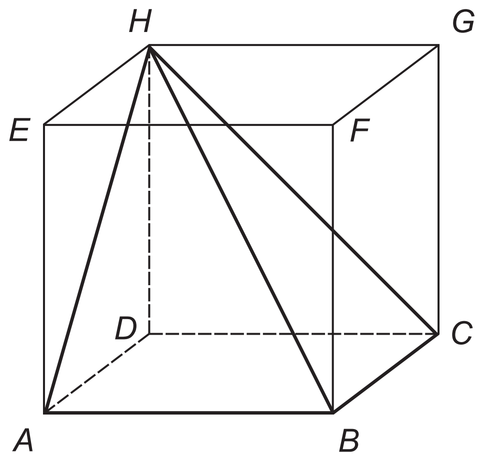
(B) -2

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

(E) 2

27 Számítsák ki négyzetcentiméterekben az *ABCDH* gúla felszínét, amely a 4 cm oldalú *ABCDEFGH* kockából keletkezett (lásd az ábrát!)!



(A) $S = 32 + 16 \cdot \sqrt{2}$

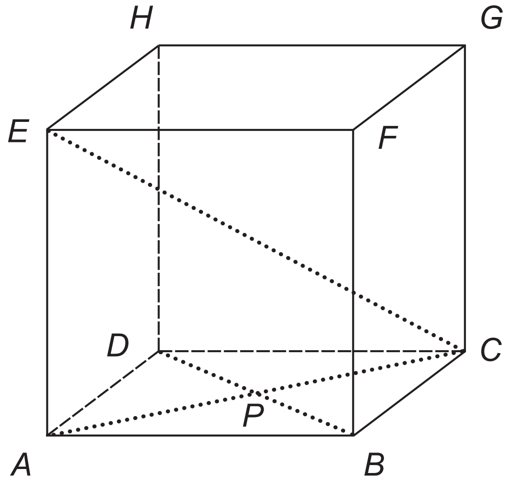
(B) $S = 16 + 32 \cdot \sqrt{2}$

(C) $S = 32 \cdot \sqrt{2}$

(D) $S = 16 + 16 \cdot \sqrt{2}$

(E) $S = 32 + 32 \cdot \sqrt{2}$

28 Adott az $ABCDEFGH$ kocka, amelyben $|AB| = 4$ cm. A P pont az $ABCD$ lap középpontja. Számítsák ki centiméterekben a P pont távolságát az EC testátlótól!



(A) 1

(B) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(D) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

(E) 2

29 Hány olyan k <u>egész</u> szám létezik, amelyeknél a $\dfrac{k+6}{k}$ tört is <u>egész</u> szám?

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8

(E) 10

30 Adottak az $A = \{-1;\ 0;\ 1;\ 2\}$ és a $B = \{-2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2\}$ halmazok. Mindkét halmazból véletlenszerűen egy-egy elemet választunk ki. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott számok szorzata kisebb lesz 0-nál?

(A) $\dfrac{1}{10}$

(B) $\dfrac{2}{10}$

(C) $\dfrac{3}{10}$

(D) $\dfrac{4}{10}$

(E) $\dfrac{5}{10}$

VÉGE A TESZTNEK

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad \left(a^x\right)^y = a^{x\cdot y}$ $\quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrikus függvények:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Szinusztétel: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\qquad$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $\qquad s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Mértani sorozat: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1}, \; q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\qquad V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$P' = (n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{n!}{n_1! n_2! \ldots n_k!}$ $\qquad V' = (k,n) = n^k$ $\qquad C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0; \quad [a;b] \neq [0;0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Az $M[m_1; m_2]$ pont távolsága a p: $ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \dfrac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat lapolvasóval dolgozzuk fel. Másolásuk, gyűrésük, összehajtásuk tilos. Ahhoz, hogy válaszaikat a lapolvasó felismerhesse, vegyék figyelembe a következő utasításokat.

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat, hagyományos vagy rotringceruzát!

- A feleletalkotó feladat eredményét egész számmal vagy tizedes szám segítségével fejezzék ki. Ha az eredmény egész szám, illetve tizedes szám legfeljebb két tizedes hellyel, a **pontos** eredményt írják be. Ha az eredmény tizedes szám több mint két tizedes hellyel, akkor a **két tizedes helyre kerekített** eredményt írják be.

- Az eredmény egyes számjegyeit írják a megjelölt mezőbe! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet, illetve „–" jelet írjanak.

- Beíráskor vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét! A „–" (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!

- Ha az eredményük egész szám, ne töltsék ki a tizedesvessző utáni mezőket!

- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, grammok, …) jelét ne írják a válaszadó lapra!

Például:

a 4 633 eredmény beírása:

□□□□□[4][6][3][3] , □□□□

a 81,424 61 m eredmény beírása:

□□□□□□□[8][1] , [4][2]□□

az 1 : 8 = 0,125 eredmény (arány) beírása:

□□□□□□□□[0] , [1][3]□□

az $\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$ eredmény (tört) beírása:

□□□□□□□□[1] , [6][7]□□

- Az eredmény helytelen kitöltése esetében ne kérjenek új válaszadó lapot! A helytelenül kitöltött mezőt teljesen fessék be, és a helyes adatot a befestett mező elé vagy mögé írják.

- A –3,1 eredmény **helyes** beírása:

□□□□□□□[–][3] , [1]□□□

- A –3,1 eredmény **helytelen** beírása:

□□□□□□□□[–] , □[3][,][1]

- A –3,1 eredmény helytelen beírásának javítása:

□□□□□□[–][3]■ , ■■■[1]

□□□□□□[–][3]■ , [1]■■■

- A feleletválasztó feladat megoldását jelöljék ✕-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében.

- A **(C)** válasz **helyes** megjelölése:

A B C D E
□ □ ☒ □ □

- A **(C)** válasz **helytelen** megjelölése:

A B C D E
☒ □ ☒ □ □

A B C D E
□ □ ☒ □ □

- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és jelöljék ✕-szel a másik mezőt!

A B C D E
☒ □ ■ □ □

- Ha esetleg ismét meggondolják magukat, és az eredetileg ✕-szel jelölt, majd befestett választ szeretnék újból megjelölni, írjanak ✕-et az összes mezőbe, és a befestett mezőt karikázzák be!

A B C D E
☒ ☒ ■ ☒ ☒

Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor erre utasítást kapnak!