

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2010

KÖZPONTI (EXTERN) RÉSZ

MATEMATIKA

A teszt kódja: **3207**

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT.

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **120 perc** áll a rendelkezésükre.
- A tesztben kétféle feladattípus található:
 - A rövid választ igénylő feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! A beírásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
 - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyes feleletet! Mindig csak egy válasz a helyes. A helyes feleletet ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, számológépet és azt a képlet-áttekintést használhatják, amely a teszt részét képezi. Nem használhatnak füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem.
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékelésnél nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatóak. Olvassák el ezeket!**

Sok sikert kívánunk!

Akkor kezdjenek dolgozni, amikor utasítást kapnak!

I. rész

- Oldják meg a **01 – 20** feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.
- Az eredményt **tizedes számok segítségével** írják a válaszadó lapra!
- Az írásnál vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomtatott helyét!
- Pontos eredményeket tüntessenek fel, – vagy ha a feladat utasítása úgy szól – kerekítve, az utasítás szerint (általában két tizedes helynyi pontossággal).
- A – (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, ...) jelét **ne írják** a válaszadó lapra!
- Ha az eredményük egész szám, **ne töltsék ki** a tizedes vessző utáni mezőket!

Például:

a $-33,1$ eredmény	beírása	<input type="text"/> <input type="text"/> - <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> , <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
az 5 cm eredmény	beírása	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> 5 , <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
a $327,19^\circ$ eredmény	beírása	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> 3 <input type="text"/> <input type="text"/> 2 <input type="text"/> <input type="text"/> 7 , <input type="text"/> <input type="text"/> 1 <input type="text"/> <input type="text"/> 9 <input type="text"/> <input type="text"/>

- A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a feladat megadásának.

1 A 2010 számot felírhatjuk három egymás után következő természetes szám összegeként. Határozzák meg ezen számok számtani középértékét!

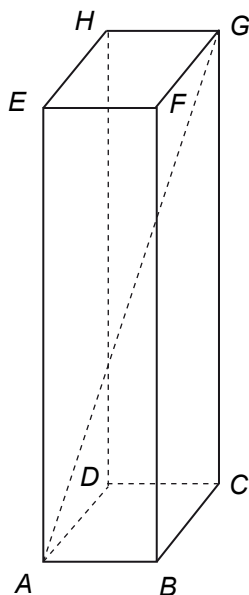
2 Tíz futballcsapat a labdarúgó tornán éppen egyszer, mindenki mindenki ellen rendszer alapján játszott. Átlagosan hány gól esett egy mérkőzésen, ha a játékosok az egész tornán 135 gólt lőttek?

3 A kirándulásra autóbusszal páros számú tanuló ment. Valamennyien befértek a 30 férőhelyes autóbuszba. Hány tanuló vett részt a kiránduláson, ha a lányok 10-szer többen voltak a fiúknál?

4 Határozzák meg az $A[3;0]$ és $B[4;2]$ pontokon átmenő egyenes iránytényezőjét!

5 Olga és Péter osztálytársak egy egyenes utca ugyanazon oldalán laknak. Az utca másik oldalán nincsenek házak. Ezen az utcán Olga házától balra 7 ház, jobbra 25 ház van. Péter az utca középső házában lakik. Állapítsák meg, hány ház van Olga és Péter háza között!

- 6** A téglatest méretei $1 : 4 : 8$ arányban vannak. Testátlójának (lásd az ábrát) hossza 18 cm. Számítsák ki centiméterekben a téglatest leghosszabb élének hosszát!

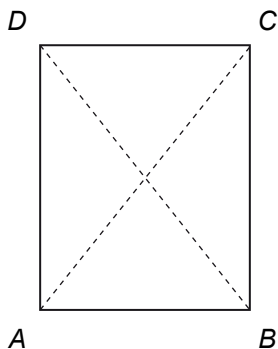


- 7** Határozzák meg a legkisebb p természetes számot, amelyre a $2 \sin x = p$ egyenletnek nincs megoldása!

- 8** Adott az $f(x) = 2^{x+1}$ függvény. Határozzák meg, melyik x esetében lesz az f függvény függvényértéke egyenlő 64 -gyel!

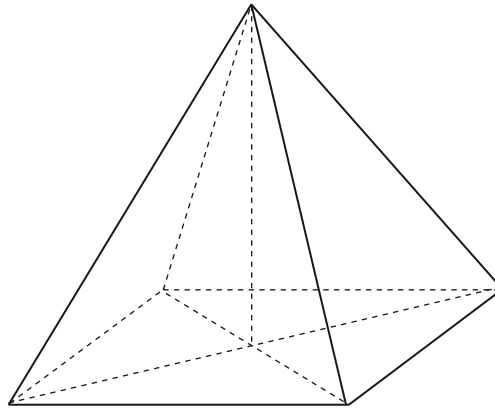
- 9** A 2 és 17 számok közé x és y két számot tettünk úgy, hogy ezek az adott számokkal együtt számtani sorozat négy egymás után következő tagját képezik. Állapítsák meg az ismeretlen x és y számokat! A válaszadó lapra közülük a nagyobbat írják be!

- 10** Az $ABCD$ téglalap középpontjának távolsága az AB egyenestől 3 cm-rel nagyobb mint a BC egyenestől. A téglalap kerülete 52 cm. Számítsák ki a téglalap területét! Az eredményt cm^2 -ben tüntessék fel!



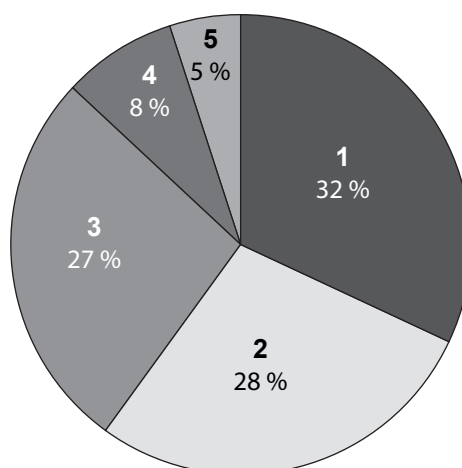
- 11** Három n ($n \neq 1$) természetes szám létezik, amelyekre érvényes: Ha az n számmal elosztjuk a 37 és 47 számokat, akkor egyforma maradékot kapunk. Mindegyik keresett n számnál a maradék más lehet. Határozzák meg ezen három szám összegét!

- 12** A szabályos négyoldalú gúla (lásd az ábrát) oldalélének hossza $c = 5$ cm, és ez az alaplap síkjával 30° -os szöget zár be. Számítsák ki cm^3 -ben a gúla térfogatát!



- 13** Két pár párhuzamos egyenest az $y = 2x + 1$, $y = 2x - 5$ és az $y = 1$, $y = 3$ egyenletek határozzák meg. Számítsák ki annak a paralelogrammának a területét, amelyet ezen négy egyenes határol körül!

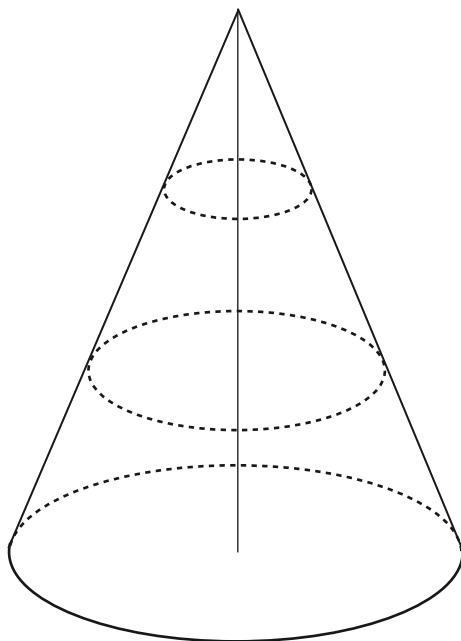
- 14** A tanulók év végi értékelését matematikából az alábbi diagram szemlélteti.



Határozzák meg két tizedes helynyi pontossággal a diagramon szemléltetett jegyek számtani középértékét!

- 15** A téglatest alakú medencét, amelynek a mélysége 145 cm és aljának méretei 6 m és 4 m, a tavaszi karbantartásnál ki kellett festeni. A festéshez 750 ml csomagolású speciális medence-festéket használtak, amelyből 1 liter a medence 12 m^2 felületének kifestéséhez elegendő. Legkevesebb hány egész csomagolást kellett ebből a festékből felhasználni az egész medence háromszori kifestéséhez?

- 16** A kúp alaplapjának sugara 12 cm és magassága 15 cm. Ezt a kúpot az alaplappal párhuzamos síkokkal három testre osztjuk fel. A síkok a kúp magasságát három egyenlő részre osztják fel. Határozzák meg a legnagyobb és a legkisebb keletkező test térfogatának arányát!



- 17** Az $f: y = 2 - \frac{1}{x+3}$ függvény inverz függvényét felírhatjuk $f^{-1}: y = a + \frac{b}{x-2}$ alakban, ahol $a, b \in \mathbb{R}$. Határozzák meg az $a + b$ összegét!

- 18** Határozzák meg a q együttható pozitív értékét, amelyre az $y = 2x + q$ egyenlettel adott egyenesnek és az $x^2 + y^2 = 5$ egyenlettel adott körvonalnak éppen egy közös pontja van!

- 19** Határozzák meg az n természetes számot úgy, hogy $\sqrt{2n(2n+1)}$ legyen a derékszögű háromszög átfogójának hossza, miközben a befogók hossza $\sqrt{2n+27}$ és n .

- 20** Adott az $f: y = -3x^2 + 4x + c$ másodfokú függvény ismeretlen c együtthatóval. Határozzák meg a legkisebb c egész számot, melyre az f függvény grafikonja az x tengelyt két különböző pontban metszi!

II. rész

A 21-től 30-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált (A) – (E) válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat ikszeljék be a válaszadó lap megfelelő mezőjében! A képek csak illusztrációként szolgálnak, az Önök vázlatait helyettesítik, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a feladat megadásának.

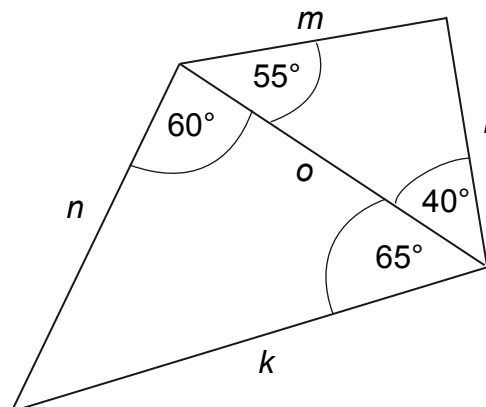
21 Az $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ sorozat az $a_n = \frac{40n+2}{n+3}$ n -dik tagjával adott. Határozzák meg a legnagyobb n -et, amelyre $a_n < 39$!

- (A) 112
- (B) 113
- (C) 114
- (D) 115
- (E) 116

22 Az ABC háromszögben adottak az $a = 2$ cm, $b = 3$ cm oldalak és a $\gamma = 60^\circ$ szög. Számítsák ki a c oldal hosszát!

- (A) $\sqrt{11}$ cm
- (B) $\sqrt{7}$ cm
- (C) $\sqrt{5}$ cm
- (D) $\sqrt{3}$ cm
- (E) $\sqrt{2}$ cm

23 Döntsék el, a k, l, m, n, o szakaszok közül az ábrán szemléltetett adatok alapján melyik a leghosszabb!



- (A) k szakasz
- (B) l szakasz
- (C) m szakasz
- (D) n szakasz
- (E) o szakasz

24 Adott két ítélet:

Első ítélet: „Ha a négyszög paralelogramma, akkor az átlói kölcsönösen felezik egymást.“

Második ítélet: „Ha a négyszög átlói kölcsönösen felezik egymást, akkor a négyszög paralelogramma.“

Az adott ítéletekkel kapcsolatos alábbi állítások közül hány igaz?

- Az első ítélet igaz.
- A második ítélet hamis.
- A második ítélet ekvivalencia.
- A második ítélet az első negációja.

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

(E) 0

25 Az első üzlet nyitvatartási idejei 9:00 – 12:00 és 13:00 – 16:00, a második üzleté 8:00 – 14:30 és a harmadik üzleté 8:30 – 12:30 és 14:00 – 16:00. Milyen hosszú ideig van nyitva egyszerre mindhárom üzlet?

(A) 180 perc

(B) 210 perc

(C) 330 perc

(D) 450 perc

(E) 480 perc

26 Állapítsák meg az $f: y = \log_2 \frac{3x-2}{1-x}$ függvény értelmezési tartományát!

(A) $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$

(B) $\left(\frac{2}{3}; \infty\right)$

(C) $\left\langle \frac{2}{3}; 1\right\rangle$

(D) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; \infty)$

(E) $(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$

27 A cserénél véletlenszerűen öt jégkorongozó ült le egymás mellé a cserepadra. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ebből az ötösből a két legjobb góllövő egymás mellett fog ülni?

- (A) 0,8
- (B) 0,4
- (C) 0,2
- (D) 0,1
- (E) 0,05

28 Hányszorosára növekedik meg a gömb alakú atmoszferikus léggömb felszíne, ha a térfogat 8-szorosára növekedik meg?

- (A) 4
- (B) 16
- (C) 32
- (D) 8
- (E) 2

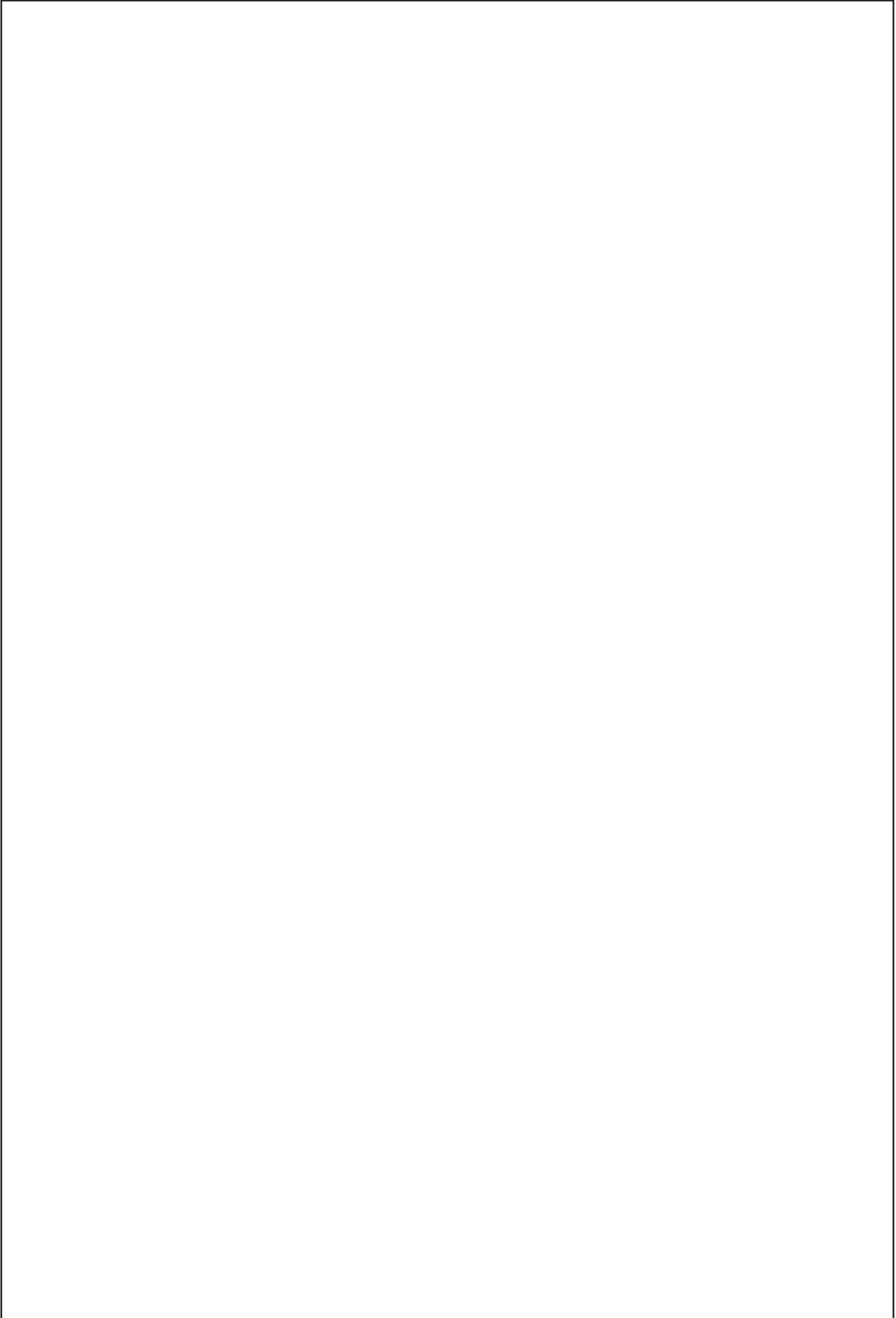
29 10-től 100 000-ig hány olyan természetes szám van, amelyek természetes számok második hatványai?

- (A) 316
- (B) 315
- (C) 314
- (D) 313
- (E) 312

30 Határozzák meg valamenyi egész szám összegét, amelyek a $\sqrt{6-3x} < 4$ egyenlőtlenség gyökei!

- (A) 6
- (B) 3
- (C) 2
- (D) -6
- (E) -3

V É G E A T E S Z T N E K



KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrikus függvények:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Szinusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z (x \cdot y) = \log_z x + \log_z y \quad \log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Számtani sorozat:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \quad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Mértani sorozat:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n! \quad V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!} \quad C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$P(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Az $M [m_1; m_2]$ pont távolsága az $p: ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:


	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
felszín	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat számítógéppel dolgozzuk fel. Nem engedélyezett a sokszorosításuk. Ahhoz, hogy a válaszaik olvashatóak legyenek, vegyék figyelembe a következő utasításokat:

- Írjanak fekete vagy kék tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat vagy ceruzát!
- A szövegmezőkbe (az iskola kódja, a teszt kódja, a tanuló születési száma,...) nagy nyomtatott betűket vagy számokat írjanak a lejjebb megadott minta alapján! Pontosan a kijelölt mezőkbe írjanak!

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- A feleletválasztó feladatok megjelölését ikszeljék be .

- Az (A) válasz helyes megjelölése

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- A (B) válasz helytelen megjelölése

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- A (B) válasz helytelen megjelölése

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Az adatok vagy feleletek helytelen kitöltése esetében a következő utasítások szerint járjanak el. Semmi esetben se kérjenek új válaszadó lapot!
- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és ikszeljék be a másik mezőt!



- Ha esetleg újra meggondolják magukat, és az eredetileg beikszelt majd befestett választ szeretnék megjelölni, ikszeljék be az összes mezőt, és a befestett mezőt karikázzák be!



- A feleletalkotó feladatok megoldásainak egyes számjegyeit írják be a megjelölt mezőbe a feljebb megadott minta alapján! Vegyék figyelembe a tizedes vessző előnyomatott helyét! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet illetve „-“ jelet írjanak.

- A -3,1 eredmény **helyes** beírása

			-	3	,	1			
--	--	--	---	---	---	---	--	--	--

- A -3,1 eredmény **helytelen** beírása

				-	,		3	,	1
--	--	--	--	---	---	--	---	---	---

- A -3,1 eredmény beírásának kijavítása

		-	3		,				1
--	--	---	---	--	---	--	--	--	---

vagy

		-	3		,	1			
--	--	---	---	--	---	---	--	--	--

Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor utasítást kapnak!