MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VEDY,
VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
23 1447

MATURITA 2023

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **150 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu, nedokáže vykresľovať grafy, zjednodušovať algebrické výrazy obsahujúce premenné a počítať korene rovníc. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- **Pracujte s hodnotou π, ktorú ponúka kalkulačka.**
- **Počítajte presne, bez zaokrúhľovania. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba konečný výsledok podľa pokynov uvedených na zadnej strane testu.**
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpoveďového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

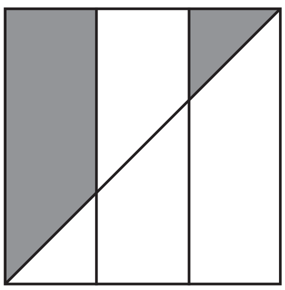
Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a veľkosti uhlov v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

01 Dané sú dve čísla a a b. Vieme, že $\frac{a}{b} = 4$. Vypočítajte, čomu je rovný výraz $\frac{a^2 + b^2}{ab}$.

02 Aritmetická postupnosť má šesť členov. Ich súčet je 108. Prvý člen postupnosti je 3. Vypočítajte posledný člen postupnosti.

03 Zuzka jedla čokoládu. Prvý deň zjedla polovicu, druhý deň zjedla polovicu z toho, čo ostalo, tretí deň zjedla polovicu z toho, čo ostalo. A takto pokračovala ďalej. Teoreticky mohla takto jesť donekonečna, ale keďže čokoláda sa čím ďalej horšie lámala, povedala si, že ak bude kúsok ľahší ako 4 g, už lámať nebude, ale radšej čokoládu už doje. Koľkokrát Zuzka lámala čokoládu, ak vieme, že čokoláda vážila 180 g?

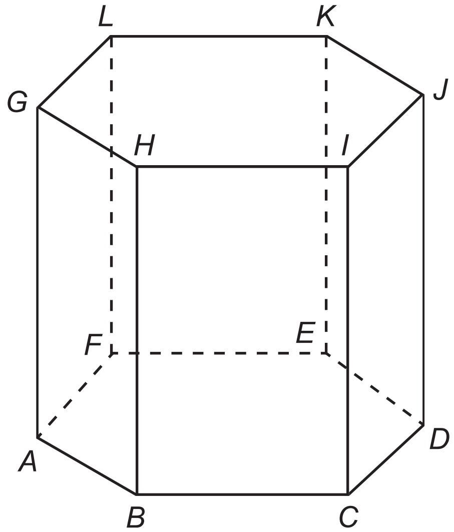
04 Vyfarbená oblasť štvorca na obrázku má obsah 54 cm². Zvislé čiary rozdeľujú štvorec na tri rovnaké časti. Vypočítajte v centimetroch obvod štvorca.



05 Určte pravdepodobnosť, že štvorciferné číslo vytvorené z dvoch číslic 2 a dvoch číslic 3 je deliteľné 11. Výsledok zapíšte ako číslo z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$.

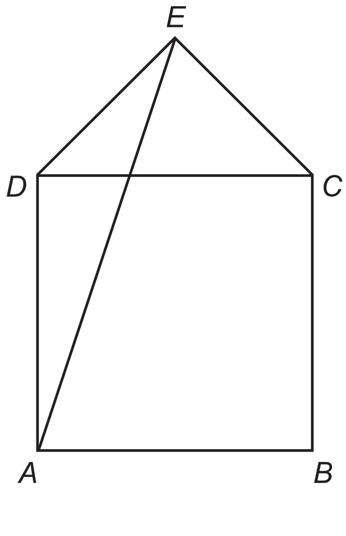
06 Pred šiestimi rokmi bola Erika trikrát staršia ako Mária. Pred štyrmi rokmi bola Erika dvakrát staršia ako Mária. Koľko rokov má Erika teraz?

07 Daný je pravidelný kolmý 6-boký hranol, v ktorom platí, že $|AB| = 2$ cm a $|AG| = 4$ cm. Šesťuholník $ABMJKN$ je rez tohto hranola rovinou ABJ. Body M a N sú stredy hrán hranola. Vypočítajte v centimetroch obvod tohto rezu.



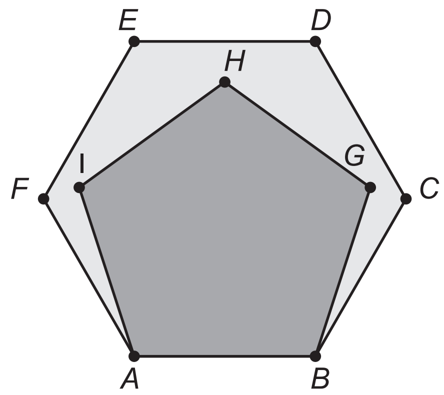
08 Daná je funkcia $f(x) = 2\cos x$ a funkcia $g(x) = 3x - 11$. Vypočítajte funkčnú hodnotu zloženej funkcie $g(f(x))$ pre $x = 0$.

09 Na obrázku je štvorec $ABCD$ a pravouhlý rovnoramenný trojuholník DCE so základňou DC. Dĺžka strany štvorca je 4 cm. Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah trojuholníka AED.



10 Dané sú body $A[3; -1]$, $B[0; -4]$, $C[0; 2]$. Vypočítajte polomer kružnice opísanej trojuholníku ABC.

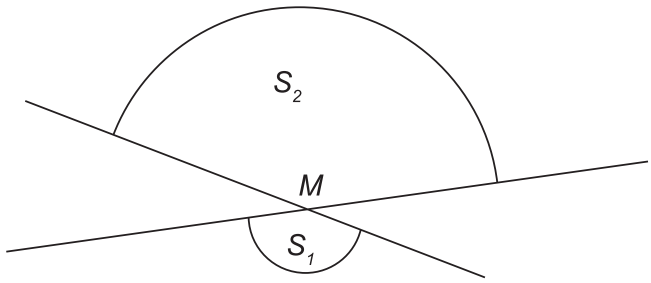
11 Je daný pravidelný šesťuholník a pravidelný päťuholník so spoločnou stranou AB, ako vidíte na obrázku. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla IAF.



12 Predpis funkcie $y = \dfrac{4x-5}{2x-1}$ upravte na tvar $y = a + \dfrac{b}{2x-1}$, kde $a, b \in R$.

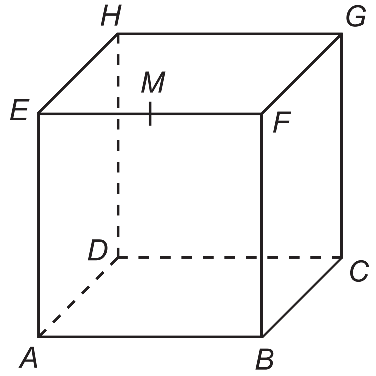
Do odpoveďového hárka napíšte súčet a a b.

13 Na obrázku sú dve priamky a dva kruhové výseky, ktoré vznikli z kruhov so stredom v bode M. Pomer polomerov kruhov je $2:5$. Obsah kruhového výseku S_2 je 18 cm^2. Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah kruhového výseku S_1.



14 Koľkokrát napíšeme číslicu 9, ak zapíšeme všetky prirodzené čísla od 1 do 625 vrátane, každé číslo raz?

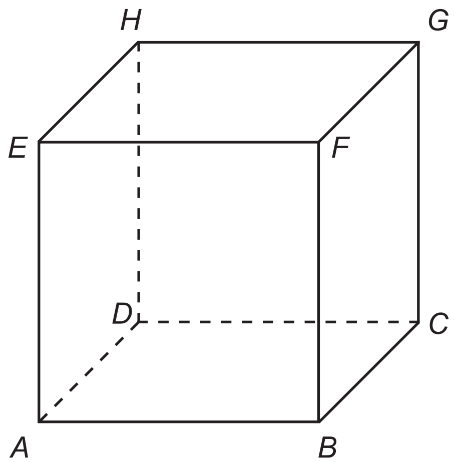
15 Daná je kocka $ABCDEFGH$ s dĺžkou hrany 5 cm. Bod M je stred hrany EF. Vypočítajte v centimetroch vzdialenosť bodu M od roviny ABG.



16 Najmenší spoločný násobok čísla $2\,190$ a štvorciferného čísla x je $13\,140$. Vypočítajte číslo x.

17 Na medzitriedny turnaj vo futbale má každá trieda nominovať 5-členné družstvo, v ktorom bude aspoň jedno dievča a aspoň dvaja chlapci. V 4. B by sa chceli na turnaji zúčastniť 7 chlapci a 3 dievčatá. Koľko rôznych družstiev môže 4. B vytvoriť?

18 Daná je kocka $ABCDEFGH$ s dĺžkou hrany 2 dm. Ďalej je daný bod P, ktorý je stredom úsečky BF a bod Q tak, že bod H je stredom úsečky DQ. Vypočítajte v decimetroch dĺžku úsečky, ktorá je prienikom priamky PQ s danou kockou.

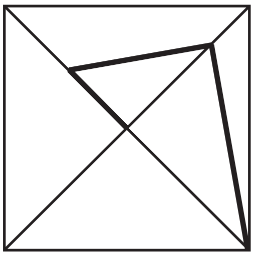


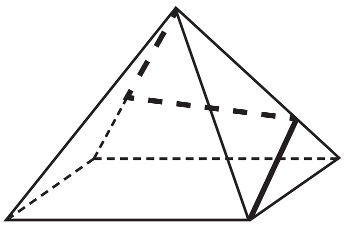
19 Do každého voľného políčka vpíšte kladné číslo tak, aby súčin čísel v každom riadku, v každom stĺpci a oboch uhlopriečkach bol rovnaký. Do odpoveďového hárka uveďte tento súčin.

16	4	
	8	

20 Pyramída tvaru štvorbokého ihlana má všetky hrany dlhé 100 metrov. Archeológ ju podrobne skúmal. Začal skúmať v jednom z jej spodných vrcholov a hore išiel nasledovne. Najprv prešiel zo spodného vrcholu do štvrtiny protiľahlej hrany, odtiaľ do polovice protiľahlej hrany a potom už vyšiel na vrchol pyramídy. Vypočítajte dĺžku jeho cesty v metroch.

Pohľad zhora





Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a veľkosti uhlov v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Koľko z nasledujúcich rovností je pravdivých?

(1) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(2) $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$

(3) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$

(4) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

22 Lucka dostala 22. septembra na narodeniny mobil s funkciou merania počtu prejdených krokov. Hneď na druhý deň ho začala používať. Do konca roka prešla spolu 1 000 000 krokov. Do konca októbra prešla priemerne 6 725 krokov za deň. Koľko krokov prešla Lucka priemerne za deň za obdobie novembra a decembra? Počet krokov zaokrúhlite na celé kroky.

(A) 11 984
(B) 12 408
(C) 12 295
(D) 12 094
(E) 12 204

September							Október							November							December						
Po	Ut	St	Št	Pi	So	Ne	Po	Ut	St	Št	Pi	So	Ne	Po	Ut	St	Št	Pi	So	Ne	Po	Ut	St	Št	Pi	So	Ne
	1	2	3	4	5	6				1	2	3	4							1		1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13	5	6	7	8	9	10	11	2	3	4	5	6	7	8	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	12	13	14	15	16	17	18	9	10	11	12	13	14	15	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	19	20	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	21	22	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30					26	27	28	29	30	31		23	24	25	26	27	28	29	28	29	30	31			
														30													

23 Ktoré z nasledujúcich funkcií sú súčasne prosté aj rastúce na celom svojom definičnom obore?

$f_1 : y = -\frac{1}{x}$ $\quad f_2 : y = x^2$ $\quad f_3 : y = \sqrt{x}$ $\quad f_4 : y = tg\ x$ $\quad f_5 : y = \ln x$

(A) f_1 a f_4

(B) f_3 a f_5

(C) f_1 a f_5

(D) f_2 a f_4

(E) f_2 a f_3

---

24 Tenisový hráč si zapisuje štatistiku svojich hier. Priemerne z každých 50 hier 34 vyhrá. Určte pravdepodobnosť, že z nasledujúcich ôsmich hier vyhrá práve tri.

(A) $\left(\frac{34}{50}\right)^3 \left(\frac{16}{50}\right)^5 \binom{8}{3}$

(B) $\left(\frac{34}{50}\right)^3 \left(\frac{16}{50}\right)^5$

(C) $\left(\frac{34}{50}\right)^5 \left(\frac{16}{50}\right)^3 \frac{8!}{5!}$

(D) $\left(\frac{34}{50}\right)^3 \left(\frac{16}{50}\right)^5 \frac{8!}{3!}$

(E) $\left(\frac{34}{50}\right)^5 \left(\frac{16}{50}\right)^3 \binom{8}{5}$

---

25 Daná je postupnosť $\left\{\frac{3n+8}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$. Pre danú postupnosť platí:

(A) Je rastúca a ohraničená.

(B) Je rastúca a ohraničená zdola.

(C) Je klesajúca a ohraničená.

(D) Je rastúca a ohraničená zhora.

(E) Je klesajúca a neohraničená.

26 Funkcie f a g sa rovnajú, ak majú rovnaký definičný obor D a pre všetky x patriace D platí $f(x) = g(x)$. Rozhodnite, ktoré z nasledujúcich dvojíc funkcií sa rovnajú.

(1) $f_1 : y = 1$ $\qquad$ $f_2 : y = \dfrac{x}{x}$

(2) $f_3 : y = x^2$ $\qquad$ $f_4 : y = \sqrt{x^4}$

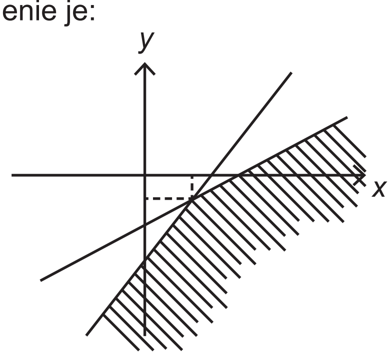
(3) $f_5 : y = \dfrac{1}{x}$ $\qquad$ $f_6 : y = \dfrac{x}{x^2}$

(A) žiadna **(B)** (1), (2) a (3) **(C)** (1) a (2) **(D)** (1) a (3) **(E)** (2) a (3)

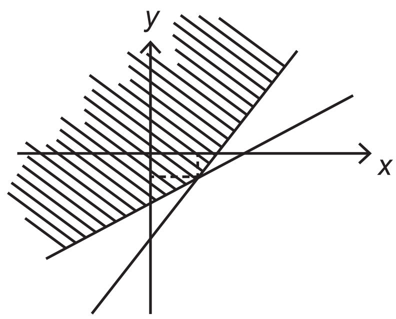
---

27 Daná je množina $M = \{(x, y) \in R \times R;\ x - 2y \leq 4 \wedge 2x - y - 5 \geq 0\}$. Jej grafické znázornenie je:

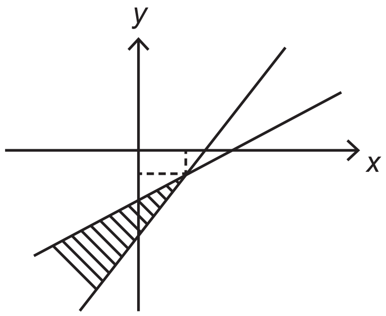
(A)



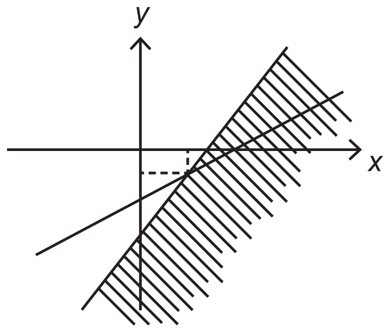
(B)



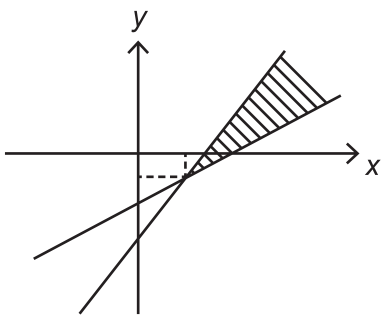
(C)



(D)



(E)



28 Dané sú množiny celých kladných čísel A, B a C.

A = {čísla deliteľné 5},

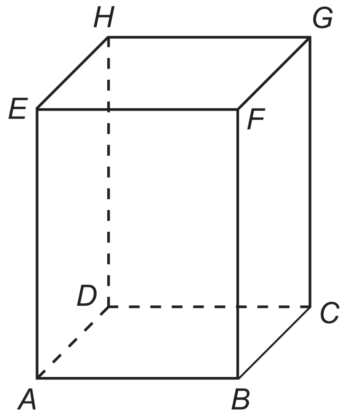
B = {čísla menšie ako 200},

C = {čísla dávajúce zvyšok 3 po delení 7}.

Koľko prvkov má množina $(A \cap B) - C$?

(A) 33 **(B)** 34 **(C)** 35 **(D)** 36 **(E)** 37

29 Daný je kváder so štvorcovou podstavou, v ktorom $|AB| = 2$ cm a $|AE| = 9$ cm. Bod K je stred hrany BC. Vypočítajte tangens uhla α, ktorý zviera rovina AKH s rovinou podstavy ABC.



(A) $tg\ \alpha = \frac{27\sqrt{5}}{5}$

(B) $tg\ \alpha = \frac{4\sqrt{5}}{45}$

(C) $tg\ \alpha = \frac{27\sqrt{5}}{10}$

(D) $tg\ \alpha = \frac{10\sqrt{5}}{135}$

(E) $tg\ \alpha = \frac{9\sqrt{5}}{4}$

30 Pre ktoré hodnoty reálneho čísla t je funkcia $y = 2\left[x(x+2)-3\right]+t$ vždy kladná?

(A) $\langle 8; \infty)$

(B) $(-\infty; 8\rangle$

(C) $\langle -8; \infty)$

(D) $(8; \infty)$

(E) $(-\infty; 8)$

PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x\cdot y}$ $\quad (a\cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2\cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Sínusová veta: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k\cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ $\qquad s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q-1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\qquad V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$ $\qquad V'(k,n) = n^k$ $\qquad C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria: Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u},\ \ t\in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0;\ \ [a;b] \neq [0;0]$

Uhol vektorov: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$: $|Mp| = \dfrac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.
Dodržte nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.

- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.

- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políčok. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „−“ (mínus).

- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „−“ (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.

- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.

- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,…) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

☐☐☐☐ 4 6 3 3 , ☐☐☐☐

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

☐☐☐☐☐☐ 8 1 , 4 2 ☐☐

výsledok (pomer) 1 : 8 = 0,125 zapíšte:

☐☐☐☐☐☐☐ 0 , 1 3 ☐☐

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$ zapíšte:

☐☐☐☐☐☐☐ 1 , 6 7 ☐☐

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšte pred alebo za zaplnené políčko.

- **Správne** zapísaný výsledok −3,1:

☐☐☐☐☐☐☐ − 3 , 1 ☐☐☐

- **Nesprávne** zapísaný výsledok −3,1:

☐☐☐☐☐☐☐ − , ☐ 3 , 1

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

☐☐☐☐☐ − 3 ■ , ■■■ 1

☐☐☐☐☐ − 3 ■ , 1 ■■■

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom ☒ do príslušného políčka.

- **Správne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A B C D E
☐ ☐ ☒ ☐ ☐

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A B C D E
☒ ☐ ☒ ☐ ☐

A B C D E
☐ ☐ ☒ ☐ ☐

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A B C D E
☒ ☐ ■ ☐ ☐

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A B C D E
☒ ☒ ■ ☒ ☒

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!