MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VEDY,
VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
24 1447

MATURITA 2024

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **150 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
  - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšte jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
  - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu, nedokáže vykresľovať grafy, zjednodušovať algebrické výrazy obsahujúce premenné a počítať korene rovníc. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- **Pracujte s hodnotou π, ktorú ponúka kalkulačka.**
- **Počítajte presne, bez zaokrúhľovania. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba konečný výsledok podľa pokynov uvedených na poslednej strane testu.**
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vypĺňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu.**

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

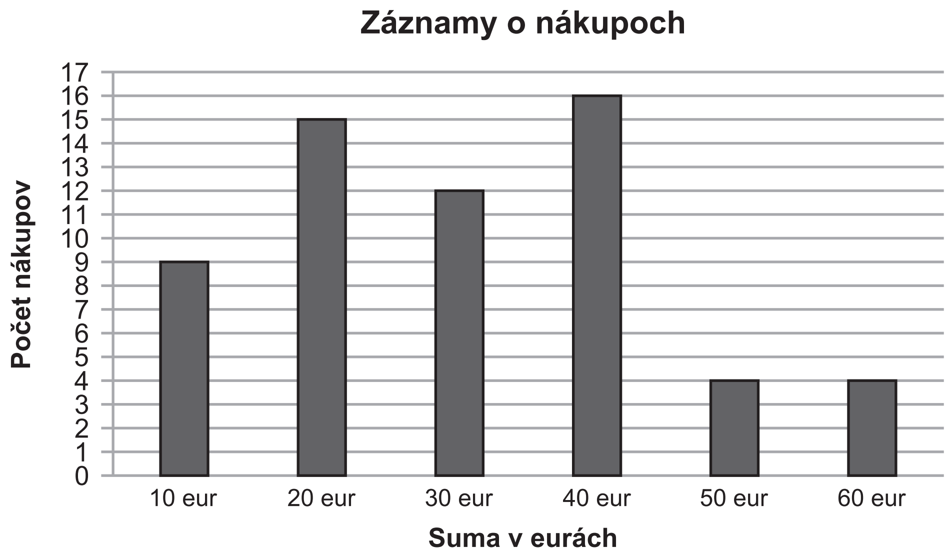
Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpoveďového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

Obrázky slúžia len na ilustráciu. Dĺžky a veľkosti uhlov v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

01 V detskom letnom tábore bolo 40 detí. Z nich bolo 30 % neplavcov. Plávať vedelo 50 % všetkých chlapcov a 100 % všetkých dievčat. Zistite, koľko chlapcov bolo v tábore.

02 Cena tovaru sa za jeden rok zvýšila dvakrát. Najprv tovar zdražel o 20 % a neskôr o ďalších 35 %. O koľko percent zdražel tovar za rok?

03 Adam si zaznamenával, koľko eur (zaokrúhlene na desiatky) platil pri jednotlivých nákupoch v potravinách počas posledných 6 mesiacov. Svoje záznamy spracoval do diagramu znázorneného na obrázku.

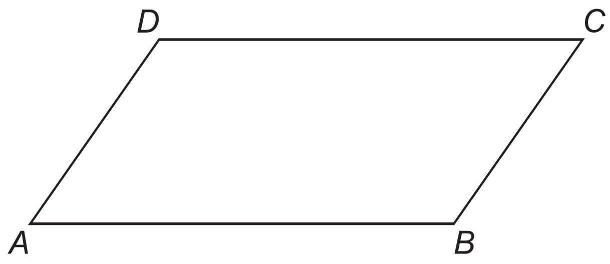


Pri koľkých z týchto nákupov minul Adam viac, ako bola priemerná cena nákupov v sledovanom období?

04 Vypočítajte v centimetroch dĺžku telesovej uhlopriečky kocky, ktorá je zložená z ôsmich zhodných kociek s dĺžkou hrany 2 cm.

05 Grafy funkcií $f: y = x + 1$ a $g: y = \dfrac{6}{x}$ majú dva spoločné body. Vypočítajte súčin všetkých súradníc týchto dvoch bodov.

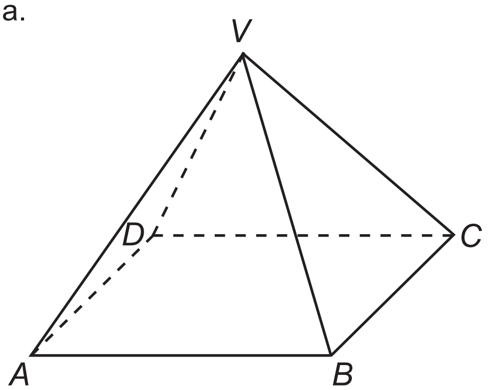
06 Vypočítajte v centimetroch štvorcových obsah rovnobežníka *ABCD*, ak $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 3$ cm a $|\sphericalangle ABC| = 115°$.



07 Rodina – otec, mama a dve deti sú na obede v pizzerii, ktorá ponúka štyri druhy pizze. Každý z nich si objednal iný druh pizze. Čašníčka si z objednávky pamätala iba to, že otec si objednal pikantnú, ďalšie tri pizze rozdala náhodne. Určte ako číslo z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ pravdepodobnosť, že každý z nich dostal práve taký druh pizze, ktorý si objednal.

08 Dané sú funkcie $f: y = -2\cos x$ a $g: y = -1$. Zistite, koľko spoločných bodov majú grafy týchto funkcií na intervale $\langle -\pi; 3\pi \rangle$.

09 Podstavou ihlana *ABCDV* je obdĺžnik *ABCD*. Dĺžka hrany *AB* je 4 cm a dĺžka hrany *BC* je 3 cm. Hrany *AV*, *BV*, *CV* a *DV* majú dĺžku 5 cm. Vypočítajte v centimetroch kubických objem ihlana.

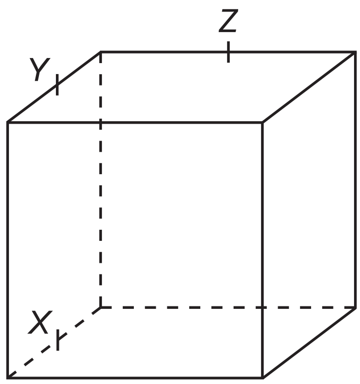


10 Vypočítajte v stupňoch koreň rovnice $\sin x = 3\cos x$, ak $x \in \langle 0°; 180° \rangle$.

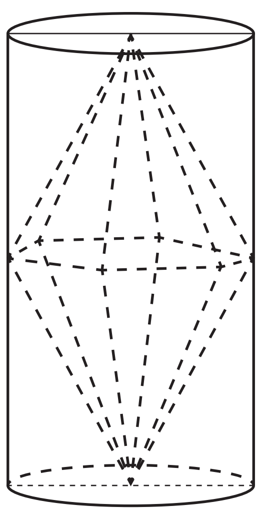
11 Daná je priamka $p: -x + y - 3 = 0$ a kružnica $k: (x+3)^2 + (y-2)^2 = 10$. Zistite najväčšiu x-ovú súradnicu priesečníkov priamky p s kružnicou k.

12 Vypočítajte hodnotu $q \in R$ tak, aby graf funkcie $f: y = -\dfrac{1}{(x-5)^2} + q$ prechádzal začiatkom súradnicovej sústavy.

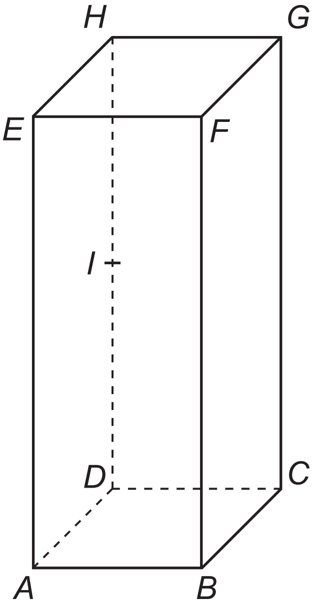
13 Body X, Y a Z sú stredy hrán kocky na obrázku. Rez kocky rovinou XYZ má obsah $18\sqrt{2}$ cm^2. Vypočítajte v centimetroch dĺžku hrany kocky.



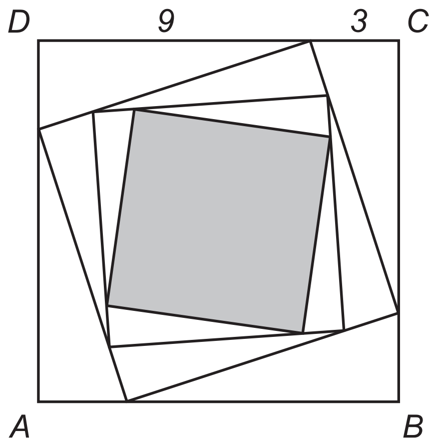
14 Diamant, zložený z dvoch zhodných kolmých ihlanov so spoločnou podstavou pravidelného šesťuholníka, je vložený do nádoby tvaru valca. Každý vrchol diamantu sa dotýka plášťa, alebo podstavy valca. Pozrite obrázok. Zistite, koľko percent objemu valca tvorí diamant.



15 Daný je kváder $ABCDEFGH$ s dĺžkami hrán $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 4$ cm a $|AE| = 8$ cm. Bod I je stred hrany DH. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla CIA.

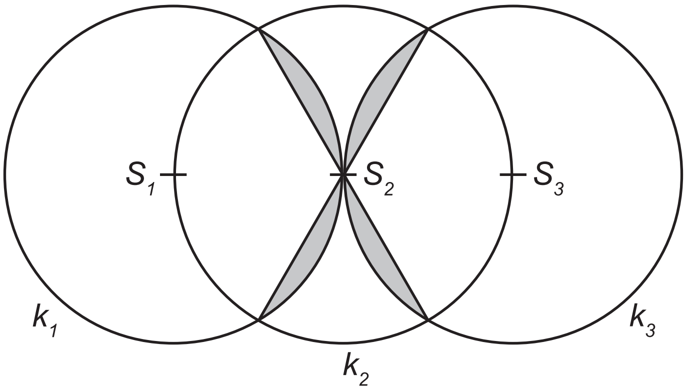


16 Daný je štvorec $ABCD$ s dĺžkou strany 12 cm. Do tohto štvorca je vpísaný menší štvorec tak, že jeho vrcholy ležia na stranách pôvodného štvorca, vždy v štvrtine dĺžky strany. Ďalšie štvorce sú vytvorené tým istým spôsobom. Vypočítajte v centimetroch dĺžku strany vyfarbeného štvorca.



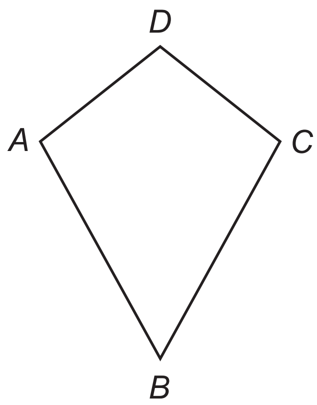
17 Na tabuli bolo napísaných 9 prirodzených čísel zoradených podľa veľkosti. Ich modus bol 7, medián 8 a aritmetický priemer 9. Učiteľ zmazal 6 čísel. Na tabuli zostali už len čísla 4, 9 a 11. Vieme, že 4 bolo najmenšie číslo zo všetkých, ktoré boli pôvodne napísané na tabuli. Zistite, ktoré najväčšie číslo mohlo byť napísané na tabuli.

18 Dané sú kružnice k_1 (S_1, 2 cm), k_2 (S_2, 2 cm), k_3 (S_3, 2 cm) tak, ako sú znázornené na obrázku. Bod S_2 je bod dotyku kružníc k_1 a k_3. Vypočítajte v centimetroch štvorcových celkový obsah vyfarbených kruhových odsekov na obrázku.



19 Vypočítajte súčet $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \ldots + \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{100}$.

20 Vypočítajte obsah štvoruholníka $ABCD$, ak $|AC| = \sqrt{17}$, $|AD| = |CD| = \sqrt{10}$ a $S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ABC} = 2 : 3$.



Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpoveďového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu. Dĺžky a veľkosti uhlov v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Z nasledujúcich výrokov vyberte ekvivalenciu.

(A) V rovnostrannom trojuholníku sú všetky ťažnice zhodné a zároveň kolmé na príslušnú stranu trojuholníka.

(B) V každom trojuholníku je súčet veľkostí jeho vnútorných uhlov 180°.

(C) Ak je jeden z vnútorných uhlov trojuholníka tupý, potom zvyšné dva uhly sú ostré.

(D) Stred kružnice opísanej rovnoramennému trojuholníku leží vo vnútri tohto trojuholníka alebo je totožný s jedným z jeho vrcholov.

(E) Trojuholník je pravouhlý práve vtedy, ak pre dĺžky jeho strán platí Pytagorova veta.

22 Graf ktorej z nasledujúcich funkcií má na intervale $\langle 0, 2\pi \rangle$ najviac priesečníkov s osou x?

(A) $f_1: y = 2 + \sin x$

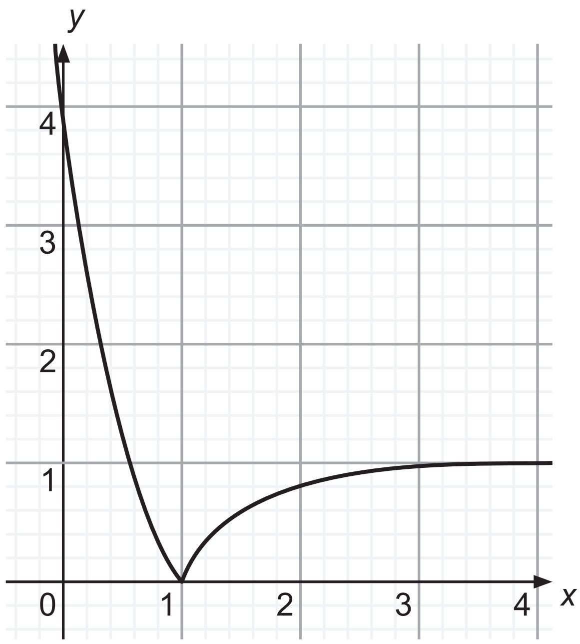
(B) $f_2: y = 2\sin x$

(C) $f_3: y = \sin \dfrac{x}{2}$

(D) $f_4: y = \sin 2x$

(E) $f_5: y = \sin x$

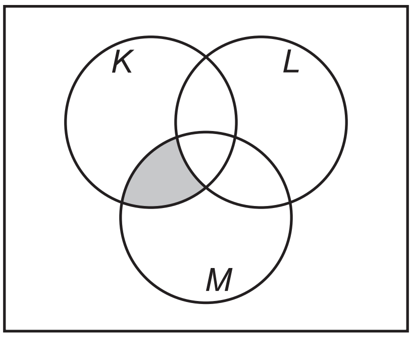
23 Vyberte predpis funkcie, ktorej časť grafu je znázornená na obrázku.
Graf funkcie prechádza bodmi $[0; 4]$ a $[1; 0]$.



(A) $y = \left|5^{1-x} - 1\right|$ **(B)** $y = \left|\left(\frac{1}{5}\right)^{1+x} - 1\right|$ **(C)** $y = \left|\left(\frac{1}{5}\right)^{1+x} + 1\right|$

(D) $y = \left|\left(\frac{1}{5}\right)^{1-x} - 1\right|$ **(E)** $y = \left|5^{1-x} + 1\right|$

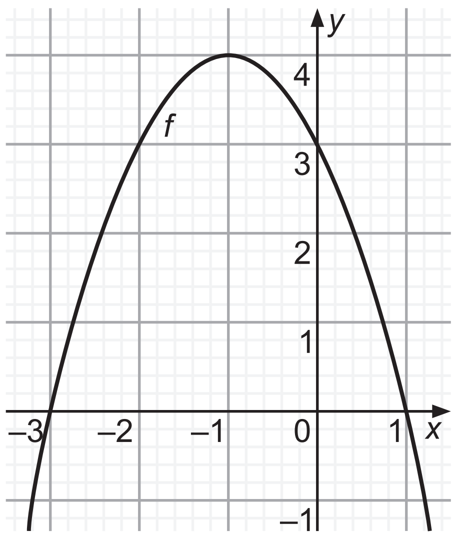
24 Vyfarbená časť Vennovho diagramu znázorňuje množinu. Ktorá z uvedených možností vyjadruje jej množinový zápis?



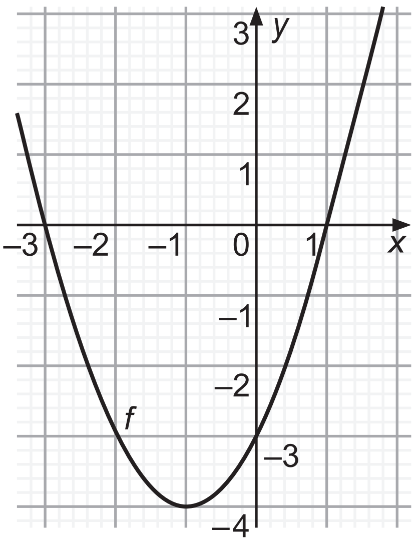
(A) $K \cup L \cap M$ **(B)** $K \cap L' \cup M$ **(C)** $K \cap L \cap M'$ **(D)** $K \cap L \cap M$ **(E)** $K \cap L' \cap M$

25 V ktorej možnosti je zobrazený graf funkcie $f: y = (x-1)^2 - 4$?

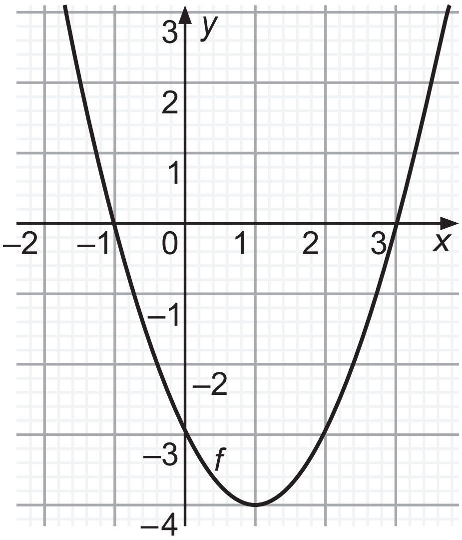
(A)



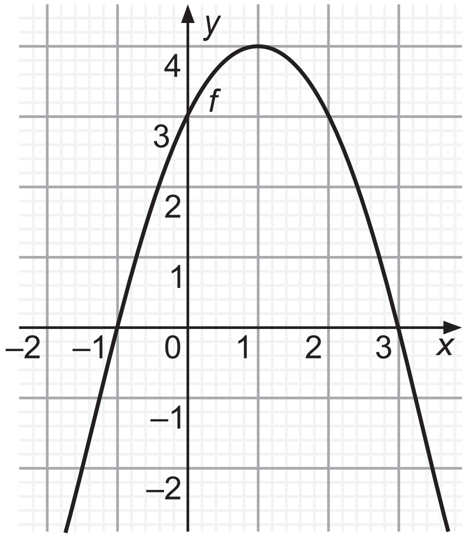
(B)



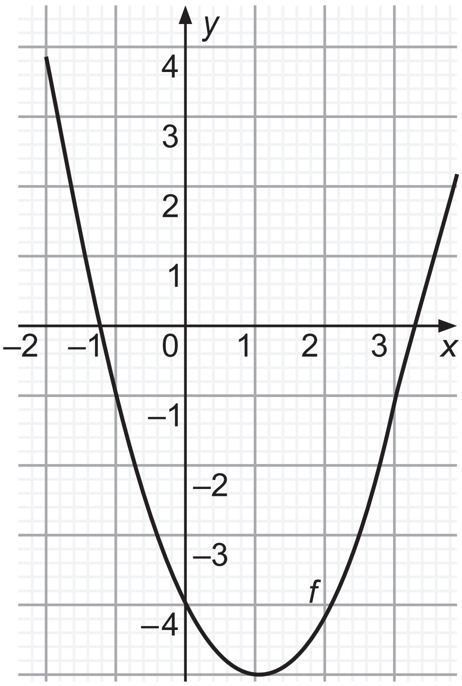
(C)



(D)



(E)



26 V ktorej možnosti je parametrická rovnica priamky, ktorá prechádza bodmi $A[-1; 2]$ a $B[2; 3]$?

(A) $x = 2 + 3t;\ y = -1 + t,\ t \in R$

(B) $x = 3 + 3t;\ y = 1 + t,\ t \in R$

(C) $x = -1 + t;\ y = 2 + 3t,\ t \in R$

(D) $x = 2 - 3t;\ y = 3 - t,\ t \in R$

(E) $x = 3 - t;\ y = 1 + 2t,\ t \in R$

27 Ktorá z možností je zápisom nasledujúceho tvrdenia?
Vzdialenosť čísla x od čísla -4 na číselnej osi je 5.

(A) $x - 4 = 5$

(B) $x + 4 = 5$

(C) $|x - 4| = 5$

(D) $|x + 4| = 5$

(E) $x + 4 = |5|$

28 Máme množinu všetkých 5-ciferných čísel, v ktorých sa číslice neopakujú. Určte pravdepodobnosť, že z tejto množiny náhodne vyberieme číslo deliteľné piatimi.

(A) $\frac{15}{81}$ **(B)** $\frac{17}{81}$ **(C)** $\frac{13}{81}$ **(D)** $\frac{9}{81}$ **(E)** $\frac{8}{81}$

29 Dané sú dve priamky $p: x + 2y + 10 = 0$ a $q: ax + by + 5 = 0$. Pre ktorú dvojicu koeficientov $[a; b]$ budú priamky rovnobežné, ale nie totožné?

(A) $[2; 1]$ **(B)** $[0,5; 1]$ **(C)** $[-13; -11]$ **(D)** $[0,5; 4]$ **(E)** $[-10; -20]$

30 Karol si dal pred maturitou predsavzatie: „Ak zmaturujem, kúpim si auto alebo motorku.“ Určte, v koľkých z nasledujúcich situácií by svoje predsavzatie porušil.

Nezmaturoval, kúpil si len auto.
Zmaturoval a kúpil si len motorku.
Nezmaturoval, nekúpil si auto ani motorku.
Zmaturoval, nekúpil si auto ani motorku.

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

PREHĽAD VZŤAHOV

Mocniny:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x\cdot y}$ $\quad (a\cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2\cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Sínusová veta: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\qquad$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z (x\cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k\cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ $\qquad s_n = \dfrac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q-1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\qquad V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$ $\qquad V'(k,n) = n^k$ $\qquad C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u},\quad t\in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0;\quad [a;b] \neq [0;0]$

Uhol vektorov: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky p: $ax + by + c = 0$: $|Mp| = \dfrac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3}\pi r^2 v$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka

Odpoveďové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.
Dodržte nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Píšte perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.

- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.

- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políčok. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „–“ (mínus).

- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „–“ (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.

- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.

- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,…) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

□□□□[4][6][3][3] , □□□□

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

□□□□□□[8][1] , [4][2]□□

výsledok (pomer) 1 : 8 = 0,125 zapíšte:

□□□□□□□[0] , [1][3]□□

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1,\overline{6}$ zapíšte:

□□□□□□□[1] , [6][7]□□

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpoveďový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšte pred alebo za zaplnené políčko.

- **Správne** zapísaný výsledok –3,1:

□□□□□□[–][3] , [1]□□□

- **Nesprávne** zapísaný výsledok –3,1:

□□□□□□□[–] , □[3][,][1]

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

□□□□□[–][3][■] , [■][■][■][1]

□□□□□[–][3][■] , [1][■][■][■]

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom ☒ do príslušného políčka.

- **Správne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A □ B □ C ☒ D □ E □

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede **(C)**:

A ☒ B □ C ☒ D □ E □

A □ B □ C ☒ D □ E □

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A ☒ B □ C ■ D □ E □

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A ☒ B ☒ C ■ D ☒ E ☒

Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!