MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VEDY,
VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY

KÓD TESTU
24 1504

ÉRETTSÉGI VIZSGA 2024

EXTERN RÉSZ

MATEMATIKA

NE NYISSÁK KI, VÁRJANAK AZ UTASÍTÁSRA!
ELŐSZÖR OLVASSÁK EL A TESZTHEZ TARTOZÓ UTASÍTÁSOKAT!

- A teszt **30 feladatot** tartalmaz.
- A teszt kitöltéséhez **150 perc** áll rendelkezésükre.
- A teszt kétféle feladattípust tartalmaz:
  - A feleletalkotó feladatoknál írják az eredmény egyes számjegyeit a válaszadó lap megfelelő mezőibe! Vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét!
  - A feleletválasztó feladatoknál a megadott lehetőségek közül válasszák ki a helyeset! Mindig csak egy válasz helyes. A helyes feleletet jelöljék ✕-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!
- Az értékelés szempontjából minden feladat egyenértékű.
- Munka közben csak íróeszközöket, a teszt utolsó oldalán található képletek áttekintését, és csak olyan számológépet használhatnak, amely nem mobiltelefon része, nem tud grafikonokat rajzolni, változókat tartalmazó algebrai kifejezéseket alakítani és egyenletek gyökeit kiszámítani. Nem használhatnak füzeteket, tankönyveket és egyéb irodalmat sem!
- **Azzal a π értékkel dolgozzanak, amit a számológép kínál!**
- **Számoljanak pontosan, kerekítés nélkül! Ha szükséges, akkor csak a végső eredményt kerekítsék a teszt utolsó oldalán feltüntetett utasítások alapján!**
- A megjegyzéseket külön papírlapra (piszkozatra) írják! A piszkozat tartalmát az értékeléskor nem vesszük figyelembe.
- **A válaszadó lap kitöltésére vonatkozó pontos utasítások a teszt utolsó oldalán találhatók.**

Sok sikert kívánunk!

Csak akkor kezdjenek dolgozni, amikor erre utasítást kapnak!

I. rész

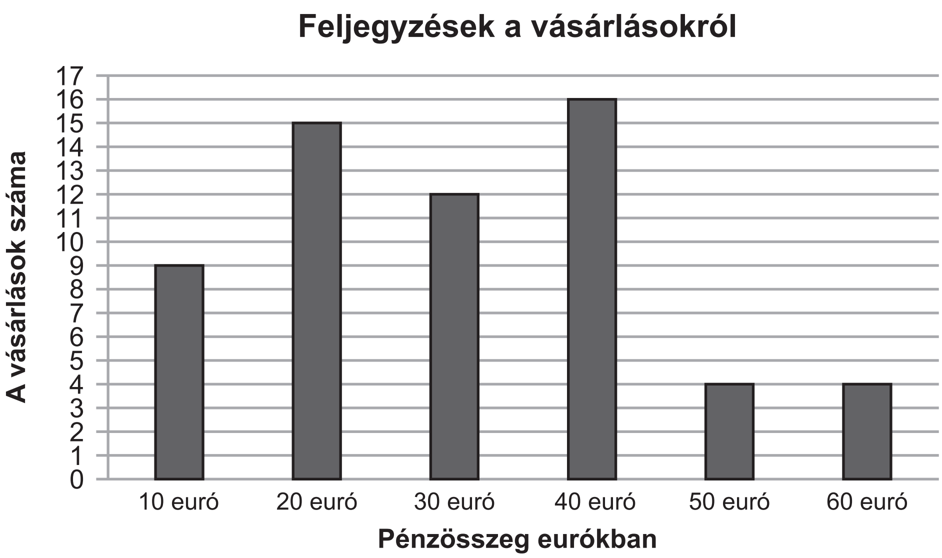
Oldják meg az **01**-től **20**-ig terjedő feladatokat, és a válaszadó lapra mindig **csak az eredményt** írják be! Nem kell megindokolni, és nem kell feltüntetni a menetet sem, amellyel az eredményhez eljutottak.

A képek csak illusztrációként szolgálnak, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

01 A nyári gyermektáborban 40 gyerek volt. Ezek 30 %-a nem tudott úszni. Úszni az összes fiú 50 %-a, valamint az összes lány 100 %-a tudott. Állapítsák meg, hány fiú volt a táborban!

02 Az év folyamán kétszer drágult az áru. Először 20 %-kal, később pedig további 35 %-kal. Hány százalékkal lett drágább az áru egy év alatt?

03 Ádám feljegyezte, hogy az utolsó 6 hónap alatt az élelmiszerüzletben egy-egy vásárláskor hány eurót (tízesekre kerekítve) fizetett. Feljegyzéseiből az ábrán látható diagramot készítette.

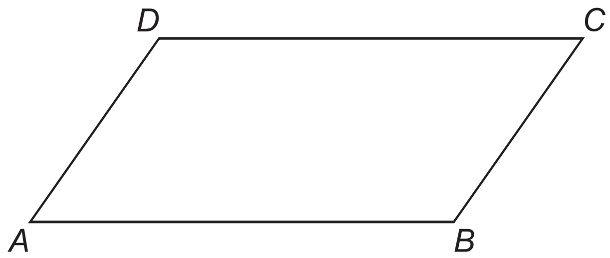


Ezen vásárlások közül hány alkalommal költött el Ádám többet, mint amennyi a vásárlások átlagára volt a megfigyelés időszakában?

04 Számítsák ki centiméterekben azon kocka testátlójának a hosszát, amelyet nyolc darab egybevágó, 2 cm élhosszúságú kockából készítettünk!

05 Az $f: y = x + 1$ és a $g: y = \frac{6}{x}$ függvény grafikonjának két közös pontja van. Számítsák ki e két pont összes koordinátájának szorzatát!

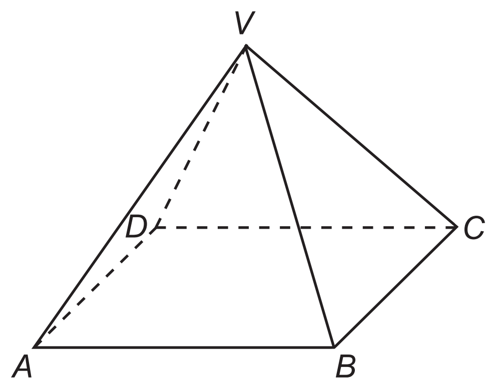
06 Számítsák ki négyzetcentiméterekben az *ABCD* paralelogramma területét, ha $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 3$ cm és az $|ABC\sphericalangle| = 115°$!



07 Egy család–apa, anya és a két gyerek–egy pizzériában ebédel, ahol négyfajta pizzát kínálnak. Mindegyikük másfajta pizzát rendelt. A pincérnő a rendelésből csak arra emlékezett, hogy az apa pikánsat rendelt, a maradék három pizzát véletlenszerűen tálalta fel. Határozzák meg egy $\langle 0; 1 \rangle$ intervallumhoz tartozó számmal annak a valószínűségét, hogy mindegyikük a megrendelt pizzáját kapta!

08 Adottak az $f: y = -2\cos x$ és $g: y = -1$ függvények. Állapítsák meg, hány közös pontja van e két függvény grafikonjának a $\langle -\pi; 3\pi \rangle$ intervallumon?

09 Az *ABCDV* gúla alaplapja az *ABCD* téglalap. Az *AB* éle 4 cm, a *BC* éle 3 cm hosszú. Az *AV*, a *BV*, a *CV* és a *DV* éle 5 cm hosszú. Számítsák ki a gúla térfogatát köbcentiméterekben!

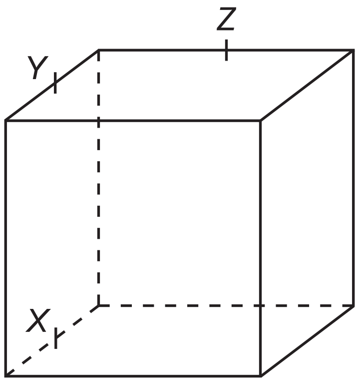


10 Számítsák ki fokokban a $\sin x = 3\cos x$ egyenlet gyökét, ha $x \in \langle 0°; 180° \rangle$!

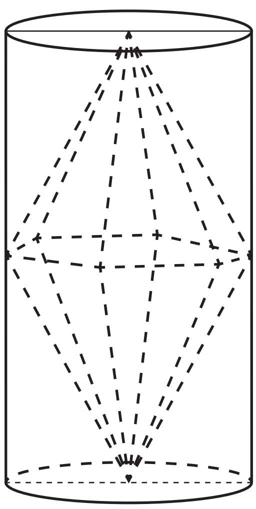
11 Adott a $p: -x + y - 3 = 0$ egyenes és a $k: (x+3)^2 + (y-2)^2 = 10$ körvonal. Állapítsák meg a p egyenes és a k körvonal metszéspontjainak legnagyobb x koordinátáját!

12 Számítsák ki a $q \in R$ értékét úgy, hogy az $f: y = -\dfrac{1}{(x-5)^2} + q$ függvény grafikonja áthaladjon a koordináta-rendszer kezdőpontján!

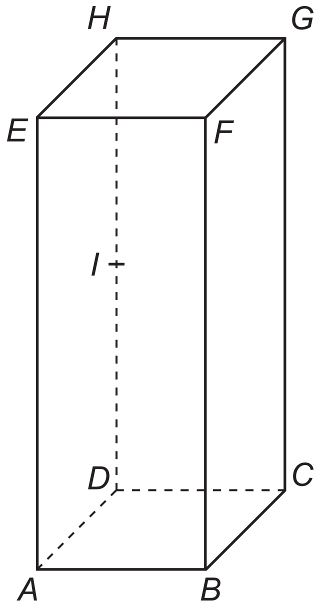
13 Az ábrán az X, Y és a Z pontok a kocka éleinek a felezőpontjai. A kocka síkmetszetének területe az XYZ síkkal $18\sqrt{2}$ cm². Számítsák ki a kocka élének hosszát centiméterekben!



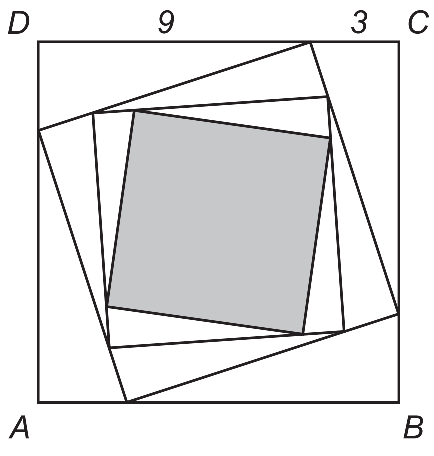
14 A gyémántot egy henger alakú edénybe helyeztük. A gyémánt két azonos egyenes gúlából áll. A két gúlának közös, szabályos hatszög alakú alaplapja van. A gyémánt minden egyes csúcsa érinti a henger palástját vagy az alaplapját, ahogy az ábrán látható. Állapítsák meg, a henger térfogatának hány százalékát teszi ki a gyémánt!



15 Az $ABCDEFGH$ téglatestben adottak az élek hosszai: $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 4$ cm a $|AE| = 8$ cm. Az I pont a DH él felezőpontja. Számítsák ki fokokban a CIA szög nagyságát!

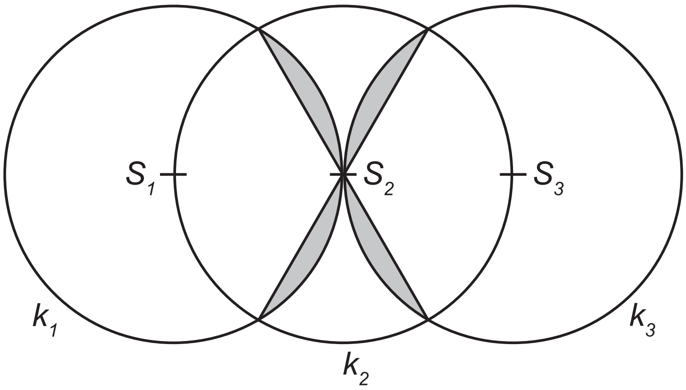


16 Adott az $ABCD$ négyzet, amelynek az oldala 12 cm hosszú. Ebbe a négyzetbe egy kisebb négyzetet írtunk oly módon, hogy a csúcsai az eredeti négyzet oldalain fekszenek, mindig egy-egy oldal negyedelőpontjában. A további négyzeteket ugyanígy kaptuk meg. Számítsák ki a kiszínezett négyzet oldalának hosszát centiméterekben!



17 A táblára 9 természetes számot írtunk fel nagyság szerinti sorrendben. A móduszuk 7, a mediánjuk 8, a számtani átlaguk pedig 9 volt. A tanító 6 számot letörölt. A táblán már csak a 4-es, 9-es és a 11-es szám maradt. Tudjuk, hogy a 4-es szám volt a legkisebb az eredetileg a táblára felírt számok közül. Állapítsák meg, melyik lehetett a táblára felírt legnagyobb szám!

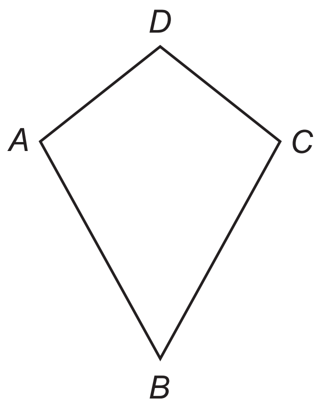
18 Adottak a k_1 (S_1, 2 cm), k_2 (S_2, 2 cm) és k_3 (S_3, 2 cm) körök, ahogy az ábrán látható. Az S_2 pont a k_1 a k_3 körök érintési pontja. Számítsák ki négyzetcentiméterekben az ábrán kiszínezett körszeletek összterületét!



19 Számítsák ki a $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + ... + \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{100}$ összeget!

20 Számítsák ki az $ABCD$ négyszög területét, ha $|AC| = \sqrt{17}$, $|AD| = |CD| = \sqrt{10}$

a $S_{\Delta ACD} : S_{\Delta ABC} = 2:3$!



II. rész

A **21**-től **30**-ig számozott feladatok mindegyikében a felkínált **(A)** – **(E)** válaszok közül éppen egy a helyes. A válaszukat jelöljék ╳-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében!

A képek csak illusztrációként szolgálnak, s itt sem a szögek nagyságának, sem a hosszúságoknak nem kell megfelelniük a valóságnak.

21 Az alábbi ítéletek közül válasszák ki az ekvivalenciát!

(A) A szabályos háromszög minden súlyvonala egybevágó, és ugyanakkor merőleges a háromszög hozzátartozó oldalára.

(B) Minden háromszög belsö szögei nagyságának az összege 180°.

(C) Ha a háromszög egyik belső szöge tompaszög, akkor a maradék két szöge hegyesszög.

(D) Az egyenlő szárú háromszög köré írt kör középpontja a háromszög belsejében fekszik, vagy azonos valamelyik csúcsával.

(E) A háromszög akkor és csak akkor derékszögű, ha oldalainak hosszára érvényes Pitagorasz tétele.

22 Az alábbi függvények közül melyik grafikonjának van a legtöbb metszéspontja az x tengellyel a $\langle 0, 2\pi \rangle$ intervallumon?

(A) $f_1 : y = 2 + \sin x$

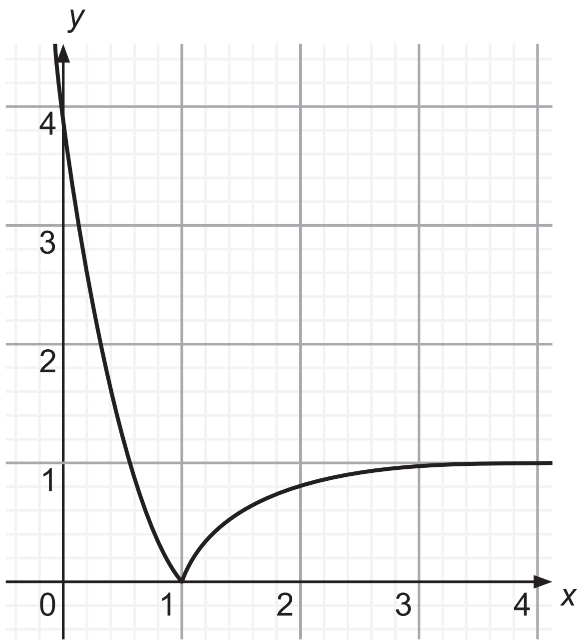
(B) $f_2 : y = 2\sin x$

(C) $f_3 : y = \sin \dfrac{x}{2}$

(D) $f_4 : y = \sin 2x$

(E) $f_5 : y = \sin x$

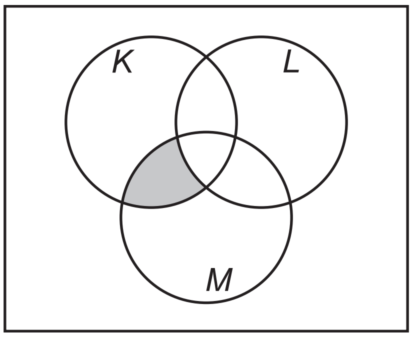
23 Válasszák ki annak a függvénynek a hozzárendelési szabályát, amely grafikonjának egy része az ábrán látható! A függvény grafikonja áthalad a $[0;\,4]$ és $[1;\,0]$ pontokon.



(A) $y=\left|5^{1-x}-1\right|$ **(B)** $y=\left|\left(\frac{1}{5}\right)^{1+x}-1\right|$ **(C)** $y=\left|\left(\frac{1}{5}\right)^{1+x}+1\right|$

(D) $y=\left|\left(\frac{1}{5}\right)^{1-x}-1\right|$ **(E)** $y=\left|5^{1-x}+1\right|$

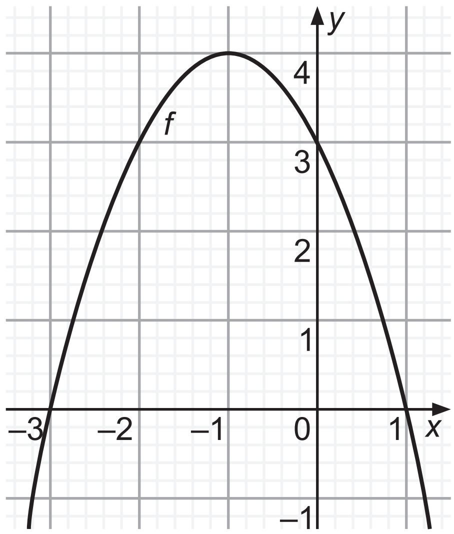
24 A Venn-diagram kiszínezett része egy halmazt ábrázol. A feltüntetett lehetőségek közül melyik halmazművelet fejezi ki a kiszínezett halmazt?



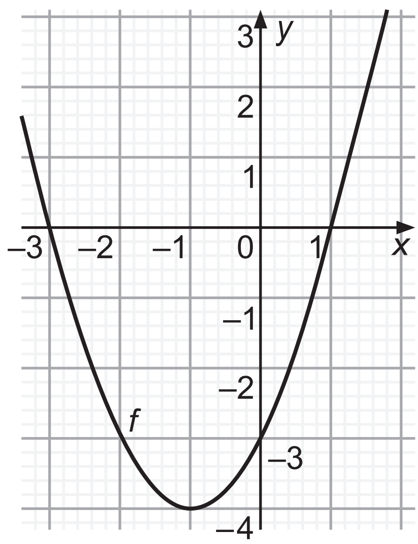
(A) $K\cup L\cap M$ **(B)** $K\cap L'\cup M$ **(C)** $K\cap L\cap M'$ **(D)** $K\cap L\cap M$ **(E)** $K\cap L'\cap M$

25 A lehetőségek közül melyikben ábrázoltuk az $f: y = (x-1)^2 - 4$ függvény grafikonját?

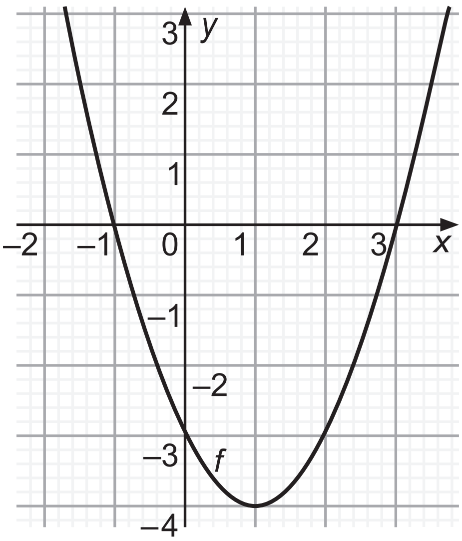
(A)



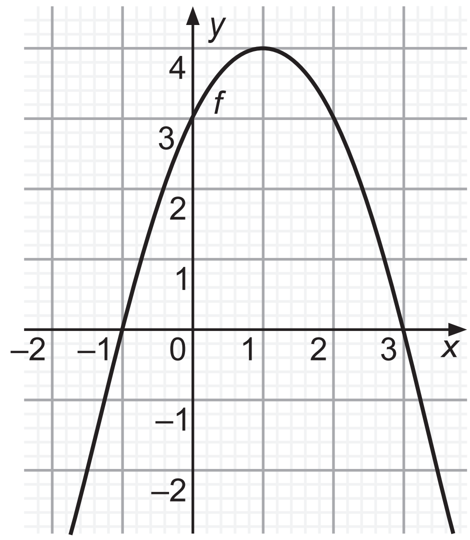
(B)



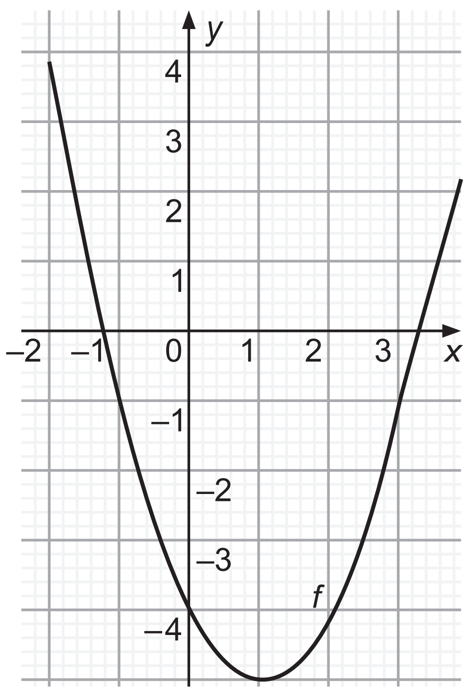
(C)



(D)



(E)



26 A lehetöségek közül melyikben található az $A[-1; 2]$ és $B[2; 3]$ pontokon áthaladó egyenes paraméteres egyenlete?

(A) $x = 2 + 3t;\ y = -1 + t,\ t \in R$

(B) $x = 3 + 3t;\ y = 1 + t,\ t \in R$

(C) $x = -1 + t;\ y = 2 + 3t,\ t \in R$

(D) $x = 2 - 3t;\ y = 3 - t,\ t \in R$

(E) $x = 3 - t;\ y = 1 + 2t,\ t \in R$

27 A lehetőségek közül melyikben jegyeztük le a következő állítást:
Az x szám távolsága a -4-es számtól a számegyenesen 5-tel egyenlő.

(A) $x - 4 = 5$

(B) $x + 4 = 5$

(C) $|x - 4| = 5$

(D) $|x + 4| = 5$

(E) $x + 4 = |5|$

28 Adott az összes ötjegyű szám halmaza, melyben az egyes számokban a számjegyek nem ismétlődnek. Határozzák meg annak a valószínűségét, hogy ebből a halmazból véletlenszerűen kiveszünk öttel osztható számot!

(A) $\frac{15}{81}$ **(B)** $\frac{17}{81}$ **(C)** $\frac{13}{81}$ **(D)** $\frac{9}{81}$ **(E)** $\frac{8}{81}$

29 Adott két egyenes, a $p: x + 2y + 10 = 0$ és a $q: ax + by + 5 = 0$. Melyik $[a; b]$ rendezett együtthatópár esetén lesznek az egyenesek párhuzamosak, de nem azonosak?

(A) $[2; 1]$ **(B)** $[0{,}5; 1]$ **(C)** $[-13; -11]$ **(D)** $[0{,}5; 4]$ **(E)** $[-10; -20]$

30 Karcsi érettségi előtt elhatározta: „Ha leérettségizem, veszek magamnak autót vagy motorkerékpárt.“ Határozzák meg, az alábbi helyzetek közül hány esetben szegné meg az elhatározását!

Nem érettségizett le, csak autót vett magának.
Leérettségizett, és csak motorkerékpárt vett magának.
Nem érettségizett le, nem vett magának autót, sem motorkerékpárt.
Leérettségizett, nem vett magának autót, sem motorkerékpárt.

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

KÉPLETEK ÁTTEKINTÉSE

Hatványok:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad \left(a^x\right)^y = a^{x\cdot y}$ $\quad (a\cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ $\quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$ $\quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Goniometrikus függvények:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\sin 2x = 2\cdot \sin x \cos x$ $\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0

Trigonometria: Szinusztétel: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$ $\qquad$ Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\qquad \log_z \dfrac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$\log_z x^k = k\cdot \log_z x$ $\qquad \log_y x = \dfrac{\log_z x}{\log_z y}$

Számtani sorozat: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ $\qquad s_n = \dfrac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)$

Mértani sorozat: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $\qquad s_n = a_1 \dfrac{q^n - 1}{q-1},\ q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $\qquad V(k,n) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad C(k,n) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$P'(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$ $\qquad V'(k,n) = n^k$ $\qquad C'(k,n) = \dbinom{n+k-1}{k}$

Analitikus geometria:

Az egyenes paraméteres kifejezése: $X = A + t\vec{u},\quad t \in R$

Az egyenes általános egyenlete: $ax + by + c = 0;\quad [a;b] \neq [0;0]$

Vektorok hajlásszöge: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$

Az $M[m_1; m_2]$ pont távolsága a p: $ax + by + c = 0$ egyenestől: $|Mp| = \dfrac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

A körvonal egyenletének középponti alakja: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

A testek térfogata és felszíne:

	téglatest	henger	gúla	kúp	gömb
térfogat	abc	$\pi r^2 v$	$\dfrac{1}{3}S_p v$	$\dfrac{1}{3}\pi r^2 v$	$\dfrac{4}{3}\pi r^3$
felszín	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Útmutató a válaszadó lap kitöltéséhez

A válaszadó lapokat lapolvasóval dolgozzuk fel. Másolásuk, gyűrésük, összehajtásuk tilos!
Ahhoz, hogy válaszaikat a lapolvasó felismerhesse, vegyék figyelembe a következő utasításokat!

- Írjanak fekete vagy kék színnel író tollal! Ne használjanak hagyományos töltőtollat, túl vékonyan író tollat, hagyományos vagy rotringceruzát!
- A feleletalkotó feladat eredményét egész számmal vagy tizedes szám segítségével fejezzék ki! Ha az eredmény egész szám, illetve tizedes szám legfeljebb két tizedes hellyel, a **pontos** eredményt írják be! Ha az eredmény tizedes szám több mint két tizedes hellyel, akkor a **két tizedes helyre kerekített** eredményt írják be!
- Az eredmény egyes számjegyeit írják a megjelölt mezőbe! Egy mezőbe legfeljebb egy számjegyet, illetve „–" (mínusz) jelet írjanak!
- Beíráskor vegyék figyelembe a tizedesvessző előnyomtatott helyét! A „–" (mínusz) előjelet külön mezőbe írják az első számjegy elé!
- Ha az eredményük egész szám, ne töltsék ki a tizedesvessző utáni mezőket!
- A mértékegységek (fokok, méterek, percek, grammok, …) jelét ne írják a válaszadó lapra!

Például:

a 4 633 eredmény beírása:

□□□□ 4 6 3 3 , □□□□

a 81,424 61 m eredmény beírása:

□□□□□□ 8 1 , 4 2 □□

az 1 : 8 = 0,125 eredmény (arány) beírása:

□□□□□□□ 0 , 1 3 □□

az $\frac{5}{3} = 1,\overline{6}$ eredmény (tört) beírása:

□□□□□□□ 1 , 6 7 □□

- Az eredmény helytelen kitöltése esetében ne kérjenek új válaszadó lapot! A helytelenül kitöltött mezőt teljesen fessék be, és a helyes adatot a befestett mező elé vagy mögé írják.
- A −3,1 eredmény **helyes** beírása:

  □□□□□□□ – 3 , 1 □□□

- A −3,1 eredmény **helytelen** beírása:

  □□□□□□□□ – , □ 3 , 1

- A −3,1 eredmény helytelen beírásának javítása:

  □□□□□□ – 3 ■ , ■ ■ ■ 1

  □□□□□□ – 3 ■ , 1 ■ ■ ■

- A feleletválasztó feladat megoldását jelöljék ×-szel a válaszadó lap megfelelő mezőjében.
- A **(C)** válasz **helyes** megjelölése:

  A B C D E
  ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

- A **(C)** válasz **helytelen** megjelölése:

  A B C D E
  ☒ ☐ ☒ ☐ ☐

  A B C D E
  ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

- Ha tévesztenek, vagy később véleményüket megváltoztatják, a helytelenül megjelölt mezőt teljesen fessék be, és jelöljék ×-szel a másik mezőt!

  A B C D E
  ☒ ☐ ■ ☐ ☐

- Ha esetleg ismét meggondolják magukat, és az eredetileg ×-szel jelölt, majd befestett választ szeretnék újból megjelölni, írjanak ×-et az összes mezőbe, és a befestett mezőt karikázzák be!

  A B C D E
  ☒ ☒ ■ ☒ ☒

Csak akkor nyissák ki a tesztet, amikor erre utasítást kapnak!